



ПАДВОДЗІМ ВЫНІКІ

Ведаем

1. Як знайсці перыметр трохвугольніка, многавугольніка.
2. Якія трохвугольнікі называюцца роўнымі.
3. Першую і другую прыметы роўнасці трохвугольнікаў.

Умеем

1. Даказваць першую і другую прыметы роўнасці трохвугольнікаў.
2. Будаваць чарцёж трохвугольніка па дадзеных памерах яго старон і вуглоў пры дапамозе лінейкі і транспарціра.

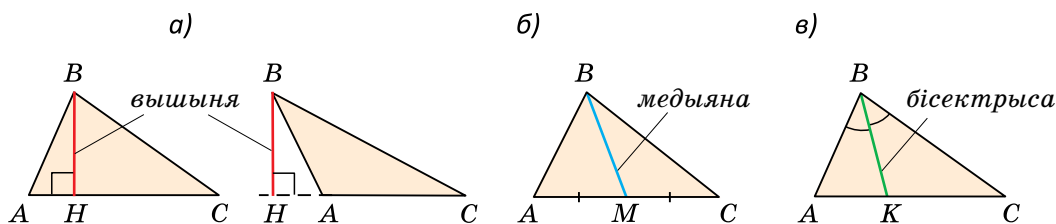
§ 10. Вышыня, медыяна і бісектрыса трохвугольніка

У трохвугольніка, акрамя трох старон, трох вяршынь і трох вуглоў, ёсць таксама іншыя элементы — *вышыня, медыяна і бісектрыса*.

Азначэнне. **Вышынёй** трохвугольніка (рыс. 118, *а*) называецца перпендыкуляр, апущаны з вяршыні трохвугольніка на процілеглую старану або на яе прадаўжэнне (адрэзак BH).

Азначэнне. **Медыянай** трохвугольніка (рыс. 118, *б*) называецца адрэзак, які злучае вяршыню трохвугольніка з сярэдняй процілеглай стараной (адрэзак BM).

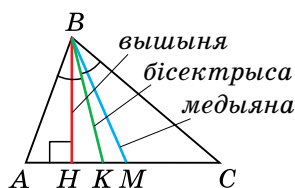
Азначэнне. **Бісектрысай** трохвугольніка (рыс. 118, *в*) называецца адрэзак бісектрысы вугла трохвугольніка, які злучае вяршыню трохвугольніка з пунктам перасячэння бісектрысы з процілеглай стараной (адрэзак BK).



Рыс. 118

У роўных трохвугольніках роўныя адпаведныя вышыні, медыяны і бісектрысы (дакажыце самастойна).

Калі трохвугольнік не раўнабедраны, то вышыня, медыяна і бісектрыса, праведзеныя з адной вяршыні трохвугольніка, не супадаюць (рыс. 119).

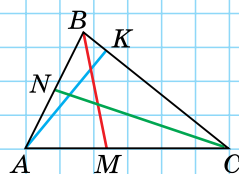


Рыс. 119

А цяпер выканайце **Заданне 1**.

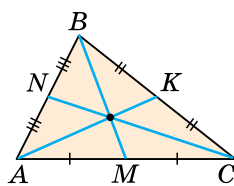
Заданне 1

На рысунку паказаны вышыня, медыяна і бісектрыса трохвугольніка ABC . Знайдзіце гэтыя адрэзкі.

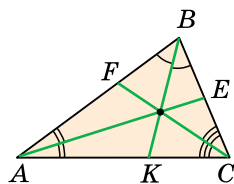


Паколькі ў трохвугольніка тры вяршыні, то ў яго і тры вышыні, тры медыяны, тры бісектрысы. Пазней мы дакажам, што вышыні трохвугольніка (або іх прадаўжэнні) перасякаюцца ў адным пункце. Гэта ж датычыцца яго медыян (рыс. 120) і бісектрыс (рыс. 121).

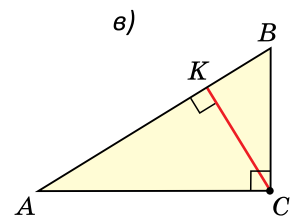
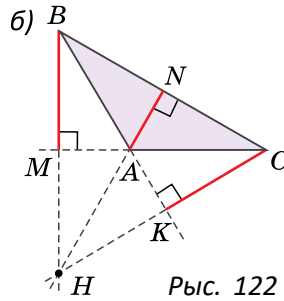
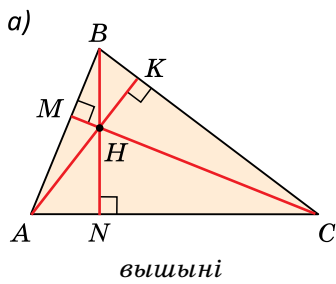
Калі трохвугольнік востравугольны, то пункт перасячэння яго вышынь знаходзіцца ўнутры трохвугольніка (рыс. 122, а). Калі трохвугольнік тупавугольны, то прадаўжэнні вышынь перасякаюцца па-за трохвугольнікам (рыс. 122, б). Калі трохвугольнік прамавугольны, то пункт перасячэння яго вышынь знаходзіцца ў вяршыні прамога вугла (рыс. 122, в).



медыяны
Рыс. 120



бісектрысы
Рыс. 121



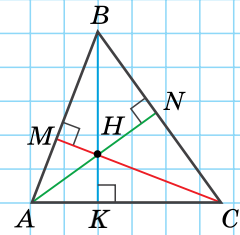
Рыс. 122

Пункты перасячэння вышынь, бісектрыс і медыян называюцца *адметнымі пунктамі трохвугольніка*.

А цяпер выканайце **Заданне 2**.

Заданне 2

Колькі ўсяго прамавугольных трохвугольнікаў паказана на рысунку?



Пры дапамозе **Інтэрнэту** высветліце, як называюцца пункты перасячэння:

а) вышынь; б) медыян; в) бісектрыс трохвугольніка.



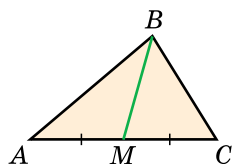
Заданні да § 10

РАШАЕМ

САМАСТОЙНА

75. У раўнабедраным трохвугольніку ABC з перыметрам 30 см да яго асновы праведзена медыяна BM даўжынёй 6 см. Знайдзіце перыметр трохвугольніка ABM .
76. У трохвугольніку ABC праведзены медыяны AM і CK , $AC = 12$ см, $AK = 4$ см, $CM = 5$ см. Знайдзіце перыметр трохвугольніка ABC .
77. У трохвугольніку ABC $AB = BC$. Дакажыце, што бісектрыса BK дзеліць $\triangle ABC$ на два роўныя трохвугольнікі.
78. У трохвугольніку ABC вышыня AM дзеліць старану BC папалам. Дакажыце, што адрэзак AM з'яўляецца бісектрысай трохвугольніка ABC .

79. У трохвугольніку ABC праведзены медыяны AK , CM і BN . Знайдзіце перыметр трохвугольніка ABC , калі $AM + BK + CN = 28$ дм.
80. Дакажыце, што $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, калі ў іх: а) роўныя стораны AB і A_1B_1 , роўныя медыяны BM і B_1M_1 і $\angle ABM = \angle A_1B_1M_1$; б) роўныя стораны AB і A_1B_1 , роўныя бісектрысы AK і A_1K_1 і $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$.
- 81*. Дадзены трохвугольнік ABC з перыметрам 30 см, AK — яго медыяна. Перыметр $\triangle ABK$ роўны 18 см, перыметр $\triangle ACK$ — 24 см. Знайдзіце даўжыню медыяны AK .
- 82*. Саша сцвярджае: калі трохвугольнік ABC разрэзаць па медыяне BM (рыс. 123), то з атрыманых трохвугольнікаў можна скла-сці новы. Ці мае рацыю Саша? Калі мае, то пакажыце на адным чарцяжы трохвугольнік ABC і новы складзены трохвугольнік.



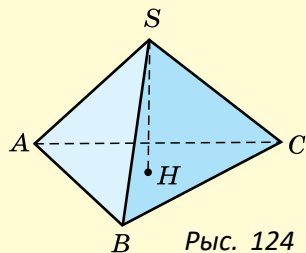
Рыс. 123

Геаметрыя 3D

Тэтраэдрам або *трохвугольнай пірамідай* называецца мнагаграннік, у якога ўсе чатыры грані — трохвугольнікі.

Пункт S — вяршыня, а трохвугольнік ABC — аснова піраміды.

Перпендыкуляр SH да плоскасці ABC з'яўляецца *вышыняй тэтраэдра* (рыс. 124).



Рыс. 124

Задача. Ёсць металічны прут даўжынёй 1 м 30 см. Прут можна разрэзаць на часткі і змацаваць іх канцамі. Ці хопіць прута, каб вырабіць каркас тэтраэдра, у якога ўсе грані — роўнастароннія трохвугольнікі з перыметрам 60 см кожны?

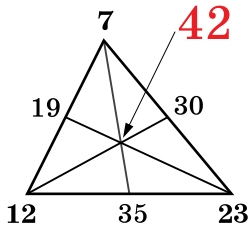
Мадэляванне

З аркуша паперы выражце тры востравугольныя нераўнабадраныя трохвугольнікі. Выкарыстаўшы толькі перагінанне аркуша паперы, знайдзіце пункт перасячэння:

- 1) вышынё першага трохвугольніка;
- 2) медыян другога трохвугольніка;
- 3) бісектрыс трэцяга трохвугольніка.

Абгрунтуйце матэматычна выкананне кожнага з заданняў.



Гімнастыка розуму

Рыс. 125

У вяршынях трохвугольніка запішам па адным адвольным ліку. Напрыклад, лікі 12; 7 і 23 (рыс. 125). Знойдзем сумы лікаў, якія стаяць каля канцоў кожнай стараны. Запішам атрыманыя сумы пасярэдзіне гэтых старон: $12 + 7 = 19$, $12 + 23 = 35$ і $23 + 7 = 30$.

Далей правядзём медыяны і знойдзем сумы лікаў, запісаных каля канцоў кожнай медыяны. Атрымаем: $7 + 35 = 42$, $12 + 30 = 42$, $23 + 19 = 42$. Усе тры сумы аднолькавыя і роўны 42!

Нарысуйце ў сшытку трохвугольнік і запішыце ў яго вяршынях тры свае лікі. Выканайце апісаныя вышэй аперацыі і знайдзіце сумы лікаў, запісаных каля канцоў кожнай медыяны. Калі вы ўсё рабілі правільна, то атрымаеце тры аднолькавыя сумы. Як вы гэта растлумачыце?

§ 11. Раўнабедраны трохвугольнік

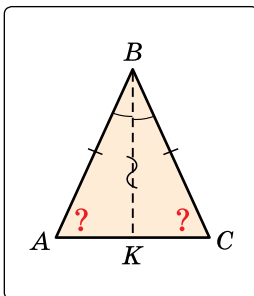
Азначэнне. Трохвугольнік называецца **раўнабедраным**, калі ў яго дзве стараны роўныя.

Роўныя стараны называюцца **бакавымі** старанамі, трэцяя старана — **асновай**, вяршыня, процілеглая аснове, — **вяршыняй** раўнабедранага трохвугольніка.

Разгледзім некаторыя ўласцівасці раўнабедранага трохвугольніка і адну з яго прымет.

Тэарэма (аб уласцівасці вуглоў пры аснове).

У раўнабедраным трохвугольніку вуглы пры аснове роўныя.



Рыс. 126

Дадзена: $\triangle ABC$, $AB = BC$ (рыс. 126).

Даказаць: $\angle A = \angle C$.

Доказ. Правядзём бісектрысу BK трохвугольніка ABC . Трохвугольнікі ABK і CBK роўныя па дзвюх старанам і вугле паміж імі: старана BK — агульная, $AB = BC$ па ўмове, вуглы ABK і CBK роўныя па азначэнні бісектрысы. З роўнасці гэтых трохвугольнікаў вынікае, што $\angle A = \angle C$. Тэарэма даказана.