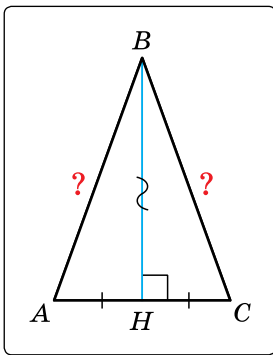


## § 12. Приметы раўнабедранага трохвугольніка

Вы ўжо ведаеце адну прымету раўнабедранага трохвугольніка: «Калі ў трохвугольніку два вуглы роўныя, то трохвугольнік раўнабедраны». Дакажам яшчэ тры прыметы раўнабедранага трохвугольніка, звязаныя з яго вышыняй, медыянай і бісектрысай.

**Тэарэма.** Калі ў трохвугольніку вышыня з'яўляецца медыянай, то трохвугольнік раўнабедраны.



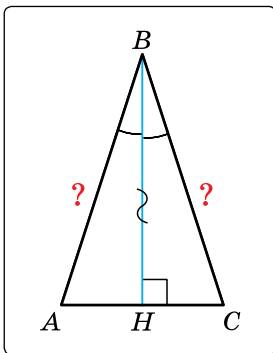
Рыс. 136

Дадзена:  $BH$  — вышыня і медыяна  $\triangle ABC$ .  
Даказаць:  $AB = BC$  (рыс. 136).

Доказ. Разгледзім  $\triangle ABH$  і  $\triangle CBH$ . У іх старана  $BH$  — агульная,  $\angle AHB = \angle CHB = 90^\circ$  (паколькі  $BH$  — вышыня),  $AH = CH$  (паколькі  $BH$  — медыяна). Трохвугольнікі  $ABH$  і  $CBH$  роўныя па дзвюх старанах і вугле паміж імі. З роўнасці трохвугольнікаў вынікае роўнасць адпаведных старон  $AB$  і  $BC$ .

Тэарэма даказана.

**Тэарэма.** Калі ў трохвугольніку вышыня з'яўляецца бісектрысай, то трохвугольнік раўнабедраны.



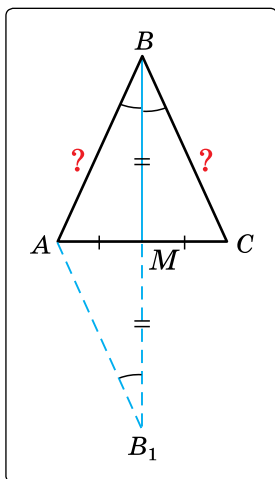
Рыс. 137

Дадзена:  $BH$  — вышыня і бісектрыса  $\triangle ABC$ .  
Даказаць:  $AB = BC$  (рыс. 137).

Доказ. Разгледзім  $\triangle ABH$  і  $\triangle CBH$ . У іх старана  $BH$  — агульная,  $\angle AHB = \angle CHB = 90^\circ$  (паколькі  $BH$  — вышыня),  $\angle ABH = \angle CBH$  (паколькі  $BH$  — бісектрыса). Трохвугольнікі  $ABH$  і  $CBH$  роўныя па старане і двух прылеглых да яе вуглах. З роўнасці трохвугольнікаў вынікае роўнасць адпаведных старон  $AB$  і  $BC$ .

Тэарэма даказана.

**Тэарэма.** Калі ў трохвугольніку медыяна з'яўляецца бісектрысай, то трохвугольнік раўнабедраны.



Рыс. 138

Дадзена:  $BM$  — медыяна і бісектрыса  $\triangle ABC$ .  
Даказаць:  $AB = BC$  (рыс. 138).

Доказ. Прадоўжым медыяну  $BM$  на яе даўжыню за пункт  $M$ . Атрымаем  $MB_1 = BM$ . Трохвугольнікі  $AMB_1$  і  $CMB$  роўныя па дзвюх старанах і вугле паміж імі ( $MB_1 = BM$  па пабудове;  $AM = MC$ , паколькі  $BM$  — медыяна;  $\angle AMB_1 = \angle CMB$  як вертыкальныя). З роўнасці гэтых трохвугольнікаў вынікае, што  $AB_1 = BC$  і  $\angle AB_1M = \angle CBM$ . Але  $\angle CBM = \angle ABM$ , паколькі  $BM$  — бісектрыса па ўмове. Тады  $\angle AB_1B = \angle ABB_1$  і  $\triangle ABB_1$  — раўнабедраны па прымеце раўнабедранага трохвугольніка. Значыць,  $AB = AB_1$ . А паколькі  $AB_1 = BC$ , то  $AB = BC$ .

Тэарэма даказана.

*Заўвага.* Прыём прадаўжэння медыяны часта выкарыстоўваецца пры рашэнні геаметрычных задач.



## Заданні да § 12

### РАШАЕМ РАЗАМ

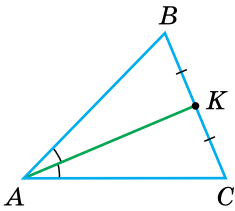
#### ключавыя задачы

**Задача 1.** У трохвугольніку  $ABC$  з перыметрам 54 см медыяна  $AK$  перпендыкулярна да стараны  $BC$ , а вышыня  $VM$  утварае роўныя вуглы са старанамі  $VA$  і  $VC$ . Знайсці стараны трохвугольніка  $ABC$ .

Рашэнне. Паколькі медыяна  $AK$  з'яўляецца і вышынёй, то  $\triangle ABC$  — раўнабедраны з асновай  $BC$  і  $AB = AC$ . Паколькі вышыня  $VM$  з'яўляецца і бісектрысай, то  $\triangle ABC$  — раўнабедраны з асновай  $AC$  і  $AB = BC$ . Тады  $\triangle ABC$  — роўнастаронні,  $AB = BC = AC = \frac{54}{3} = 18$  (см).

Адказ: 18 см.

**Задача 2.** Бісектрыса  $AK$  трохвугольніка  $ABC$  дзеліць старану  $BC$  папалам. Перыметр трохвугольніка  $ABC$  роўны 36 см, перыметр трохвугольніка  $AKC$  роўны 30 см. Знайсці даўжыню бісектрысы  $AK$ .



Рыс. 139

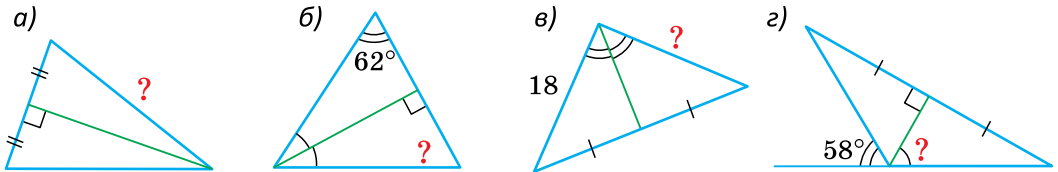
Рашэнне. З умовы вынікае, што бісектрыса  $AK$  з'яўляецца і медыянай  $\triangle ABC$  (рыс. 139). Тады  $\triangle ABC$  — раўнабедраны па прымеце раўнабедранага трохвугольніка і  $AB = AC$ . Паколькі  $BK = CK$ , то сума адрэзкаў  $AC$  і  $CK$  роўна паўперыметру  $\triangle ABC$ , г. зн. 18 см. Па ўмове перыметр  $\triangle AKC$  роўны 30 см, таму  $AK = 30 - 18 = 12$  (см).

Адказ: 12 см.



**РАШАЕМ  
САМАСТОЙНА**

**100.** Знайдзіце старану або вугал, абазначаныя пытальнікам (рыс. 140). Растлумачце свой адказ.

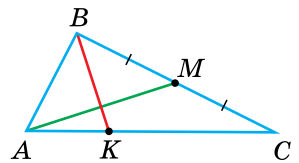


Рыс. 140

**101.** У трохвугольніку  $ABC$  вышыня  $BK$  дзеліць старану  $AC$  папалам, бісектрыса  $AM$  перпендыкулярна да стараны  $BC$ . Знайдзіце перыметр трохвугольніка  $ABC$ , калі  $BM = 2,4$  см.

**102.** Перпендыкулярныя адрэзкі  $AB$  і  $CD$  перасякаюцца ў пункце  $O$  так, што  $CO = OD$ ,  $AC = 12$  см,  $BD = 9$  см. Знайдзіце перыметр чатырохвугольніка  $ACBD$ .

**103.** У трохвугольніку  $ABC$  праведзена медыяна  $AM$  (рыс. 141). На старане  $AC$  адзначаны пункт  $K$ . Прамая  $BK$  і  $AM$  перпендыкулярныя, і прамая  $BK$  дзеліць медыяну  $AM$  папалам. Дакажыце, што  $BC = 2AB$ .

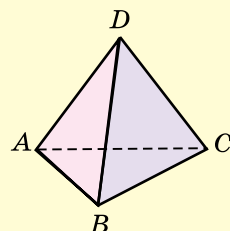


Рыс. 141

- 104.** У трохвугольніку  $ABC$  бісектрыса  $AK$  перпендыкулярна да медыяны  $BM$ . Знайдзіце перыметр трохвугольніка  $ABC$ , калі  $AB = 6$  см,  $BC = 8$  см.
- 105.** Дакажыце, што прамая, якая перасякае бісектрысу вугла і перпендыкулярна да гэтай бісектрысы, адсякае на старанах вугла роўныя адрэзкі.
- 106\*.** У трохвугольніку  $ABC$  з перыметрам 24 см праведзена медыяна  $CK$ , роўная 8 см,  $\angle KCB = \angle KCA$ . Знайдзіце перыметр трохвугольніка  $KAC$ .
- 107\*.** Бісектрыса  $CK$  трохвугольніка  $ABC$  праходзіць праз сярэдзіну медыяны  $BM$ . Перыметр трохвугольніка  $ABC$  роўны 36 см,  $AM = 8$  см. Знайдзіце даўжыню стараны  $AB$ .

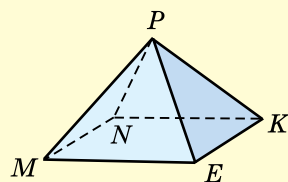
### Геаметрыя 3D

У *правільнай трохвугольнай піраміды*  $DABC$  у аснове ляжыць роўнастаронні трохвугольнік  $ABC$ , а бакавыя грані  $ADB$ ,  $ADC$ ,  $BDC$  — роўныя раўнабедраныя трохвугольнікі з агульнай вяршыняй  $D$  (рыс. 142).



Рыс. 142

У *правільнай чатырохвугольнай піраміды* ў аснове ляжыць квадрат  $MNKE$ , а бакавыя грані  $MPE$ ,  $MPN$ ,  $NPK$ ,  $EPK$  — роўныя раўнабедраныя трохвугольнікі з агульнай вяршыняй  $P$  (рыс. 143).



Рыс. 143

**Задача.** Ёсць кавалак дроту даўжынёй 2 м 30 см. Ці хопіць яго, каб вырабіць каркас:

- а) *правільнай трохвугольнай піраміды* з кантамі асновы 30 см і бакавым кантам 40 см;  
 б) *чатырохвугольнай піраміды*, у якой усе канты роўны па 30 см?