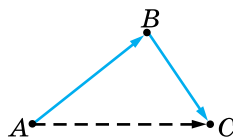


- 205.** Дакажыце, што для нахіленых, праведзеных з аднаго пункта да адной прамой, справядлівае сцверджанне:
 а) роўным нахіленым, праведзеным з аднаго пункта да адной прамой, адпавядаюць роўныя праекцыі;
 б) большай нахіленай адпавядае большая праекцыя.
- 206.** Трохвугольнік ABC — роўнастаронні, M — унутраны пункт адрэзка BC . Дакажыце, што $AM < AB$.
- 207.** У трохвугольніку MNK медыяна ME роўна 12 см, $\angle NME = \angle KME$. Знайдзіце адлегласць ад пункта M да прамой KN .
- 208*.** Дакажыце, што сума вышынь трохвугольніка меншая за яго перыметр.
- 209*.** У трохвугольніку ABC ($AB < BC$) BH — вышыня, BM — медыяна. Дакажыце, што:
 а) $\angle ABH < \angle CBH$; б) $\angle ABM > \angle CBM$.
- 210*.** Дакажыце, што калі з адной вяршыні нераўнабедранага трохвугольніка правесці вышыню, медыяну і бісектрысу, то бісектрыса будзе ляжаць паміж вышынёй і медыянай.

§ 22. Няроўнасць трохвугольніка

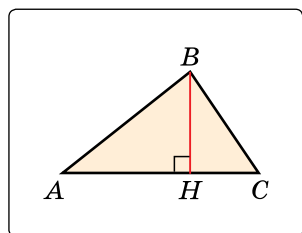
Вопыт нам падказвае, што шлях з пункта A ў пункт C па прамой AC карацейшы, чым па ломанай ABC (рыс. 255), г. зн. $AC < AB + BC$. Дакажам гэта.



Рыс. 255

Тэарэма (аб няроўнасці трохвугольніка).

Любая старана трохвугольніка меншая за суму дзвюх іншых яго старон.



Рыс. 256

Дадзена: $\triangle ABC$ (рыс. 256).

Даказаць: $AC < AB + BC$, $AB < AC + BC$, $BC < AB + AC$.

Доказ. Няхай AC — найбольшая старана трохвугольніка ABC . Правядзём вышыню BH . З прамавугольнага трохвугольніка AHB вынікае $AH < AB$ (катэт меншы за

гіпатэнузу). Аналагічна з трохвугольніка CHB вынікае $HC < BC$. Склаўшы няроўнасці, атрымаем $АН + HC < AB + BC$. Адкуль $AC < AB + BC$. Дзве іншыя няроўнасці $AB < AC + BC$ і $BC < AC + AB$ справядлівыя, паколькі AC — найбольшая старана трохвугольніка. Тэарэма даказана.

Для старон a , b і c трохвугольніка можна запісаць няроўнасці: $a < b + c$, $c < a + b$, $b < a + c$. Кожная з трох запісаных няроўнасцей называецца *няроўнасцю трохвугольніка*.

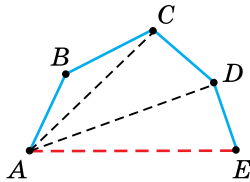
Вынік 1.

Калі для пунктаў A , B і C правільна, што $AB = AC + BC$, то гэтыя пункты ляжаць на адной прамой. Пры гэтым пункт C ляжыць паміж пунктамі A і B .

Дакажыце вынік 1 самастойна, выкарыстаўшы метады доказу ад адваротнага.

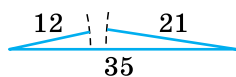
Вынік 2.

Даўжыня адрэзка, які злучае канцы незамкнёнай ломанай, меншая за даўжыню ломанай.



Рыс. 257

На рысунку 257 паказана незамкнёная ломаная $ABCDE$. Дакажам, што $AE < AB + BC + CD + DE$. Злучым пункт A з пунктамі C і D адрэзкамі. Па няроўнасці трохвугольніка $AC < AB + BC$ і $AD < AC + CD$. Значыць, $AD < AB + BC + CD$. Паколькі па няроўнасці трохвугольніка $AE < AD + DE$, то $AE < AB + BC + CD + DE$.



Рыс. 258

Каб даказаць, што дадзеныя тры лікі не могуць быць даўжынямі старон трохвугольніка, дастаткова пераканацца, што большы з гэтых лікаў большы або роўны суме двух іншых лікаў. Напрыклад, трохвугольніка са старанамі 21, 12, 35 не існуе, паколькі не выконваецца няроўнасць трохвугольніка: $35 > 12 + 21$ (рыс. 258).

Заўвага. З няроўнасцей трохвугольніка $a < b + c$, $c < a + b$, $b < a + c$ вынікае, што $a - b < c$, $c - a < b$, $b - c < a$, г. зн. любая старана трохвугольніка большая за рознасць дзвюх іншых яго старон. Так, для стараны a справядліва $b - c < a < b + c$.

А цяпер выканайце **Заданне**.

Заданне

Дзве стараны трохвугольніка роўны 5 см і 7 см. Ці можа перыметр гэтага трохвугольніка быць роўным 25 см?

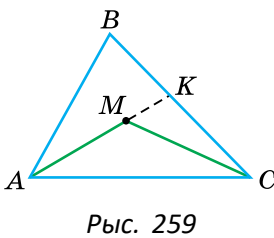


Заданні да § 22

РАШАЕМ РАЗАМ

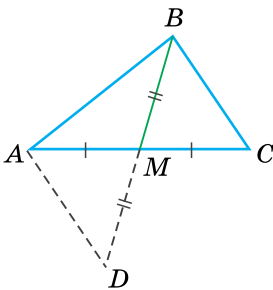
ключавыя задачы

Задача 1. Унутры трохвугольніка ABC адзначаны пункт M (рыс. 259). Даказаць, што перыметр трохвугольніка AMC меншы за перыметр трохвугольніка ABC .



Рашэнне. Паколькі ў $\triangle ABC$ і $\triangle AMC$ старана AC — агульная, то дастаткова даказаць, што $AM + MC < AB + BC$. Прадоўжым старану AM да перасячэння са стараной BC у пункце K . З $\triangle MKC$ па няроўнасці трохвугольніка $MC < MK + KC$. Тады $AM + MC < AK + KC$ (1). З $\triangle ABK$ па няроўнасці трохвугольніка $AK < AB + BK$, значыць, $AK + KC < AB + BC$ (2). З няроўнасцей (1) і (2) вынікае, што $AM + MC < AB + BC$. Сцверджанне даказана.

Задача 2. Даказаць, што медыяна трохвугольніка меншая за пайсуму дзвюх суседніх старон.

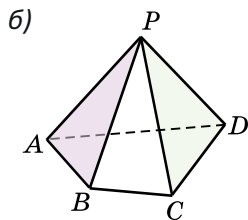
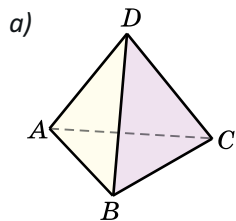


Доказ. Дакажам, што для медыяны BM трохвугольніка ABC справядлівая няроўнасць: $BM < \frac{1}{2}(AB + BC)$ (рыс. 260). Прадоўжым медыяну BM на яе даўжыню, $MD = BM$, $BD = 2BM$. Трохвугольнікі AMD і CMB роўныя па 1-й прымеце роўнасці трохвугольнікаў ($\angle AMD = \angle CMB$ як вертыкальныя), адкуль $AD = BC$. У $\triangle ABD$ па няроўнасці трохвугольніка $BD < AB + AD$, г. зн. $2BM < AB + BC$, $BM < \frac{1}{2}(AB + BC)$. Сцверджанне даказана.



РАШАЕМ САМАСТОЙНА

- 211.** Ці з'яўляюцца пункты A , B і C вяршынямі трохвугольніка, калі даўжыні адрэзкаў AB , BC і AC роўныя:
 а) 3 см, 5 см, 4 см; б) 10 см, 4 см, 6 см;
 в) 5 дм, 62 см, 120 мм?
- 212.** а) У раўнабедраным трохвугольніку адна старана роўна 5 см, другая — 10 см. Знайдзіце перыметр трохвугольніка.
 б) Перыметр раўнабедранага трохвугольніка роўны 24 см, адна са старон роўна 6 см. Знайдзіце дзве іншыя стараны.
- 213.** Ці можна з дроту даўжынёй 45 см вырабіць трохвугольнік, дзве стараны якога роўны:
 а) 25 см і 10 см; б) 13 см і 7 см?
- 214.** Дакажыце, што не існуе чатырохвугольніка со старанамі 4 м, 2 м, 6 м, 13 м.
- 215.** Дакажыце, што дыяметр — гэта найбольшая хорда акружнасці.
- 216*.** Дзве стараны трохвугольніка роўны 1 м і 7 м. Знайдзіце перыметр трохвугольніка, калі вядома, што даўжыня трэцяй стараны выражаецца цэлым лікам метраў.
- 217*.** Пункт M рухаецца па старанах трохвугольніка ABC , у якога $AC = 6$ см, $BC = 8$ см, $AB = 10$ см. Пры якім становішчы пункта M сума яго адлегласцей да пунктаў A і B будзе:
 а) найбольшай; б) найменшай?
- 218*.** Дакажыце, што сума адлегласцей ад любога пункта ўнутры трохвугольніка да трох яго вяршынь большая за паўперыметр трохвугольніка.
- 219*.** Дакажыце, што сума даўжынь бакавых кантаў трохвугольнай піраміды $DABC$ большая за паўперыметр асновы ABC , г. зн. што $DA + DB + DC > \frac{1}{2}(AB + BC + AC)$ (рыс. 261, а). Высветліце, ці будзе аналагічнае сцверджанне правільным для чатырохвугольнай піраміды $PABCD$ (рыс. 261, б).



Рыс. 261



ПАДВОДЗІМ ВЫНІКІ

Ведаем

1. Тэарэму аб суадносінах паміж старанамі і вугламі ў трохвугольніку.
2. Суадносіны катэта і гіпатэнузы, перпендыкуляра і нахіленай.
3. Азначэнне адлегласці ад пункта да прамой.
4. У чым заключаецца няроўнасць трохвугольніка.

Умеем

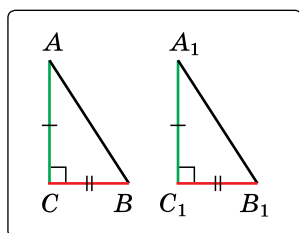
1. Па даўжынях старон трохвугольніка вызначаць, які яго вугал з'яўляецца найбольшым, а які — найменшым. Па велічынях вуглоў вызначаць, якая старана трохвугольніка найбольшая, якая — найменшая.
2. Даказваць, што катэт меншы за гіпатэнузу.
- 3*. Даказваць тэарэму аб суадносінах паміж старанамі і вугламі ў трохвугольніку.
- 4*. Даказваць тэарэму аб няроўнасці трохвугольніка.

§ 23. Прыметы роўнасці прамавугольных трохвугольнікаў

Вы ўжо ведаеце тры прыметы роўнасці трохвугольнікаў. Паколькі часта даводзіцца мець справу з прамавугольнымі трохвугольнікамі, то вылучаюць пяць прымет роўнасці прамавугольных трохвугольнікаў. Сфармулюем і дакажам іх.

Першая прымета (па двух катэтах).

Калі катэты аднаго прамавугольнага трохвугольніка адпаведна роўны двум катэтам другога прамавугольнага трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя.



Рыс. 262

Дадзена: $\triangle ABC$ і $\triangle A_1B_1C_1$, $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ (рыс. 262).

Даказаць: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Доказ.

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ па дзвюх старанамі і вугле паміж імі.