



ПАДВОДЗІМ ВЫНІКІ

Ведаем

1. Тэарэму аб суадносінах паміж старанамі і вугламі ў трохвугольніку.
2. Суадносіны катэта і гіпатэнузы, перпендыкуляра і нахіленай.
3. Азначэнне адлегласці ад пункта да прамой.
4. У чым заключаецца няроўнасць трохвугольніка.

Умеем

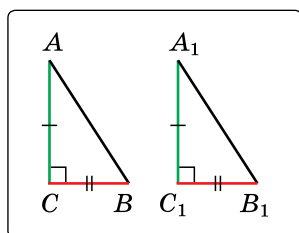
1. Па даўжынях старон трохвугольніка вызначаць, які яго вугал з'яўляецца найбольшым, а які — найменшым. Па велічынях вуглоў вызначаць, якая старана трохвугольніка найбольшая, якая — найменшая.
2. Даказваць, што катэт меншы за гіпатэнузу.
- 3*. Даказваць тэарэму аб суадносінах паміж старанамі і вугламі ў трохвугольніку.
- 4*. Даказваць тэарэму аб няроўнасці трохвугольніка.

§ 23. Прыметы роўнасці прамавугольных трохвугольнікаў

Вы ўжо ведаеце тры прыметы роўнасці трохвугольнікаў. Паколькі часта даводзіцца мець справу з прамавугольнымі трохвугольнікамі, то вылучаюць пяць прымет роўнасці прамавугольных трохвугольнікаў. Сфармулюем і дакажам іх.

Першая прымета (па двух катэтах).

Калі катэты аднаго прамавугольнага трохвугольніка адпаведна роўныя двум катэтам другога прамавугольнага трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя.



Рыс. 262

Дадзена: $\triangle ABC$ і $\triangle A_1B_1C_1$, $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ (рыс. 262).

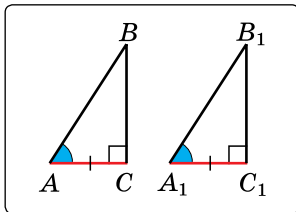
Даказаць: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Доказ.

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ па дзвюх старанамі і вугле паміж імі.

Другая прымета (па катэце і прылеглым вострым вугле).

Калі катэт і прылеглы да яго востры вугал аднаго прамавугольнага трохвугольніка адпаведна роўны катэту і прылегламу да яго востраму вуглу другога прамавугольнага трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя.



Рыс. 263

Дадзена: $\triangle ABC$ і $\triangle A_1B_1C_1$, $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$ (рыс. 263).

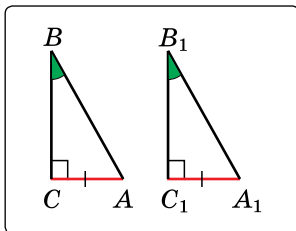
Даказаць: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Доказ.

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ па старане і двух прылеглых да яе вуглах.

Трэцяя прымета (па катэце і процілеглым вострым вугле).

Калі катэт і процілеглы востры вугал аднаго прамавугольнага трохвугольніка адпаведна роўны катэту і процілегламу востраму вуглу другога прамавугольнага трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя.



Рыс. 264

Дадзена: $\triangle ABC$ і $\triangle A_1B_1C_1$, $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$, $AC = A_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$ (рыс. 264).

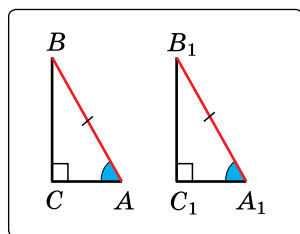
Даказаць: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Доказ.

Сума вострых вуглоў прамавугольнага трохвугольніка роўна 90° . З роўнасці вуглоў $\angle B$ і $\angle B_1$ вынікае, што $\angle A = \angle A_1$. Тады $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ па старане і двух прылеглых да яе вуглах.

Чацвёртая прымета (па гіпатэнузе і вострым вугле).

Калі гіпатэнуза і востры вугал аднаго прамавугольнага трохвугольніка адпаведна роўны гіпатэнузе і востраму вуглу другога прамавугольнага трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя.



Рыс. 265

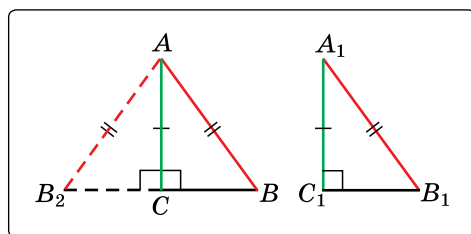
Дадзена: $\triangle ABC$ і $\triangle A_1B_1C_1$, $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$, $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$ (рыс. 265).

Даказаць: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Доказ. Сума вострых вуглоў прамавугольнага трохвугольніка роўна 90° . З таго, што $\angle A = \angle A_1$, вынікае, што $\angle B = \angle B_1$. Тады $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ па старане і двух прылеглых да яе вуглах.

Пятая прымета (па катэце і гіпатэнузе).

Калі катэт і гіпатэнуза аднаго прамавугольнага трохвугольніка адпаведна роўны катэту і гіпатэнузе другога прамавугольнага трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя.



Рыс. 266

Дадзена: $\triangle ABC$ і $\triangle A_1B_1C_1$, $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$, $AC = A_1C_1$, $AB = A_1B_1$ (рыс. 266).

Даказаць: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Доказ. Прыкладзём трохвугольнік $A_1B_1C_1$ да трохвугольніка ABC так, каб сумясціліся роўныя катэты A_1C_1 і AC , а вяршыні B_1 і B

ляжалі па розныя бакі ад прамой AC . Трохвугольнік $A_1B_1C_1$ зойме становішча трохвугольніка AB_2C . Паколькі $\angle B_2CB$ — разгорнуты і $AB_2 = AB$, то трохвугольнік B_2AB — раўнабедраны, катэт AC — яго вышыня. Па ўласцівасці раўнабедранага трохвугольніка вышыня, праведзеная да асновы, будзе і медыянай. Тады $B_2C = CB$ і трохвугольнікі ABC і AB_2C роўныя па двух катэтах. Адсюль $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.



Заданні да § 23

РАШАЕМ РАЗАМ

ключавыя задачы

Задача 1. На рысунку 267 $\angle B = \angle D = 90^\circ$, $BC = AD$. Даказаць роўнасць трохвугольнікаў:

а) ABC і CDA ; б) AOB і COD .

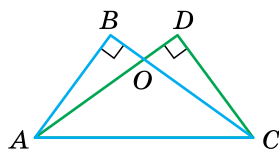


Рис. 267

Доказ. а) Разгледзім прамавугольныя трохвугольнікі ABC і CDA . У іх гіпатэнуза AC — агульная, катэты AD і BC роўныя па ўмове. Тады $\triangle ABC = \triangle CDA$ па катэце і гіпатэнузе.

б) З роўнасці трохвугольнікаў ABC і CDA (даказана ў пункце а)) вынікае роўнасць старон AB і CD . Тады $\triangle AOB = \triangle COD$ па катэце ($AB = CD$) і процілеглым вострым вугле ($\angle AOB = \angle COD$ як вертыкальныя).

Задача 2. Дадзены трохвугольнік ABC , AK і CM — яго вышыні, праведзеныя да бакавых старон, O — пункт іх перасячэння (рыс. 268). Даказаць, што калі трохвугольнікі AOM і COK роўныя, то трохвугольнік ABC — раўнабедраны.

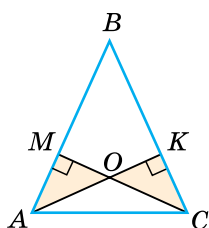


Рис. 268

Доказ. Паколькі $\angle AOM = \angle COK$ як вертыкальныя, то $\angle MAO = \angle KCO$ (сума вострых вуглоў прамавугольнага трохвугольніка роўна 90°). З роўнасці трохвугольнікаў AOM і COK вынікае роўнасць гіпатэнуз AO і CO . Трохвугольнік AOC — раўнабедраны, $\angle OAC = \angle OCA$ як вуглы пры аснове раўнабедранага трохвугольніка. Тады $\angle BAC = \angle BCA$ як састаўленыя з роўных вуглоў. Трохвугольнік ABC раўнабедраны па прымеце раўнабедранага трохвугольніка. Што і трэба было даказаць.



РАШАЕМ САМАСТОЙНА

220. Вызначыце, па якой прымеце роўныя прамавугольныя трохвугольнікі (рыс. 269).

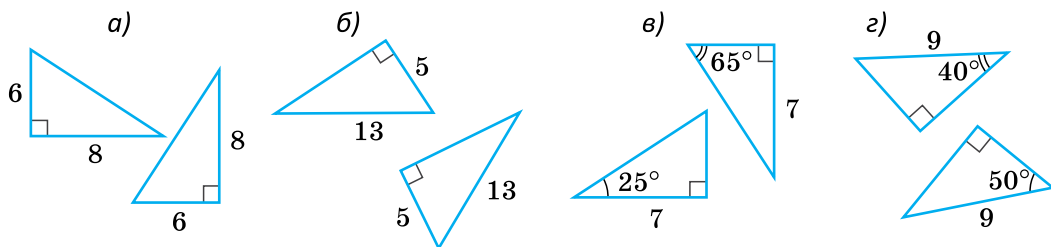
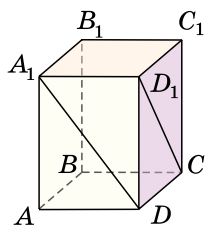


Рис. 269

- 221.** Дакажыце, што: а) у раўнабедраным трохвугольніку вышыні, праведзеныя да бакавых старон, роўныя паміж сабой; б) калі ў трохвугольніку роўныя дзве вышыні, то ён раўнабедраны.
- 222.** Дакажыце, што вяршыні A і C трохвугольніка ABC роўнааддалены ад прамой, якая праходзіць праз медыяну BM .
- 223.** На старанах вугла A адзначаны пункты M і K так, што $AM = AK = 12$ см. Адлегласць ад пункта M да прамой AK роўна 8 см. Знайдзіце адлегласць ад пункта K да прамой AM .
- 224.** Дакажыце, што роўныя хорды адной акружнасці знаходзяцца на аднолькавай адлегласці ад яе цэнтра. Сфармулюйце адваротнае сцверджанне і дакажыце яго.
- 225.** Дадзены вугал BAC . На старане AC адзначаны пункт E . Праз пункт E праведзена прамая, перпендыкулярная да бісектрысы вугла BAC , якая перасякае прамень AB у пункце F , а бісектрысу — у пункце G . Знайдзіце перыметр трохвугольніка AFE , калі $AE = 12$ см, а $FG = 4$ см.
- 226.** Вышыні востравугольнага трохвугольніка ABC , праведзеныя з вяршынь A і C , перасякаюцца ў пункце H . Дакажыце, што калі $AH = CH$, то трохвугольнік ABC раўнабедраны.
- 227*.** У аснове прамавугольнага паралелепіпеда ляжыць квадрат $ABCD$ з плошчай 36 см² (рыс. 270). Перыметр трохвугольніка DD_1C роўны 24 см. Дыяганаль A_1D грані AA_1D_1D роўна 10 см. Знайдзіце плошчу поўнай паверхні паралелепіпеда (суму плошчаў усіх граней).



Рыс. 270

- 228*.** Адзначце на каардынатнай плоскасці пункты $A(-4; 4)$, $B(2; 8)$, $C(6; 2)$ і дакажыце, што трохвугольнік ABC — раўнабедраны і прамавугольны.
- 229*.** У востравугольным трохвугольніку ABC вышыні BN і $СК$ перасякаюцца ў пункце H . Знайдзіце вугал C трохвугольніка ABC , калі $CH = AB$.