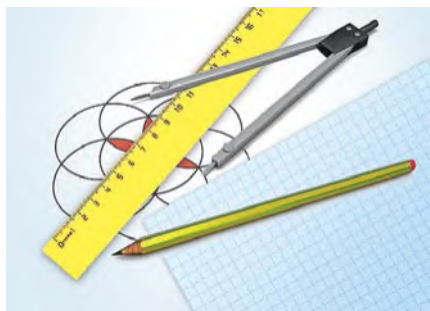


§ 27. Аб задачах на пабудову



Раней мы выконвалі пабудовы на плоскасці пры дапамозе лінейкі з дзяленнямі, чарцёжнага трохвугольніка, транспарціра і цыркуля.

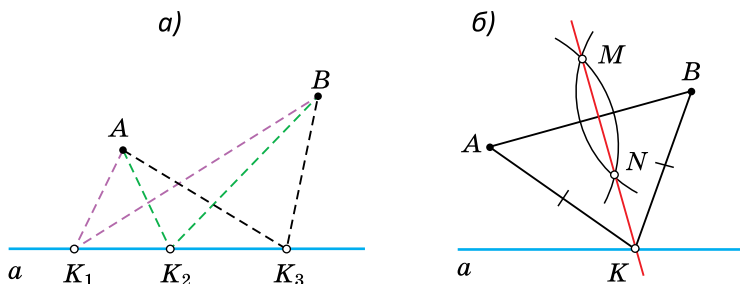
Матэматыкаў заўсёды цікавілі пабудовы геаметрычных фігур, якія можна выканаць толькі пры дапамозе цыркуля і лінейкі. У геаметрыі спецыяльна вылучаюць за-

дачы на пабудову, якія можна рашыць з дапамогай гэтых двух інструментаў.

Напрыклад, пры дапамозе цыркуля і лінейкі можна пабудаваць трохвугольнік, стораны якога роўны тром дадзеным адрэзкам. Або пабудаваць вугал, роўны дадзенаму вуглу.

Разгледзім адну з такіх задач на пабудову. На прамой a трэба знайсці пункт, які знаходзіцца на аднолькавай адлегласці ад пунктаў A і B , што ляжаць па адзін бок ад прамой a (рыс. 293, a).

Знайсі пункт — гэта значыць пабудаваць яго пры дапамозе цыркуля і лінейкі. Калі перамяшчаць некаторы пункт па прамой a (становішчы K_1, K_2, K_3), то адлегласці ад гэтага пункта да пунктаў A і B будуць мяняцца. Калі гэтыя адлегласці стануць роўнымі, пункт на прамой будзе роўнаадалены ад канцоў адрэзка AB . Значыць, ён будзе ляжаць на сярэдзінным перпендыкуляры да адрэзка AB . Гэта і ёсць ідэя пабудовы: трэба пабудаваць сярэдзінны перпендыкуляр да адрэзка AB і знайсці пункт яго перасячэння з прамой a .



Рыс. 293

Каб пабудаваць сярэдзінны перпендыкуляр, трэба пабудаваць дзве перасякальныя акружнасці роўных радыусаў з цэнтрамі ў пунктах A і B (рыс. 293, б). Затым правесці прамую MN праз пункты перасячэння гэтых акружнасцей (ніжэй мы абгрунтуем гэту пабудову). У перасячэнні сярэдзіннага перпендыкуляра MN да адрэзка AB і прамой a атрымаем шуканы пункт K .

Разгледжаная задача можа мець і практычны сэнс. Дапусцім, ёсць два населеныя пункты і шаша побач з імі. На шашы трэба знайсці месца для прыпынку, каб шлях для жыхароў абодвух населеных пунктаў да прыпынку быў аднолькавым. Усе пабудовы будуць зроблены на карце населенага пункта.

Пры рашэнні задач на пабудову лінейка лічыцца *аднабаковай* і *без дзяленняў*. Пры дапамозе такой лінейкі нельга пабудаваць дзве паралельныя прамыя, правёўшы лініі па краях лінейкі, нельга вымяраць і адкладаць адрэзкі, нельга будаваць перпендыкуляры, выкарыстоўваючы прамавугольную форму лінейкі. Разгледзім, якія аперацыі *можна* выконваць лінейкай, а якія цыркулем.

Аперацыі лінейкі

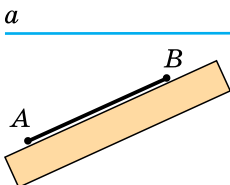
Пры дапамозе *лінейкі* можна правесці (пабудаваць):

- адвольную прамую;
- прамую, якая праходзіць праз два пункты (рыс. 294).

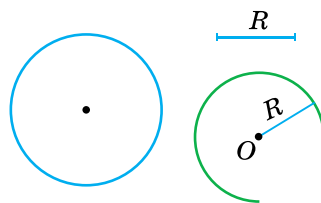
Аперацыі цыркуля

Пры дапамозе *цыркуля* можна:

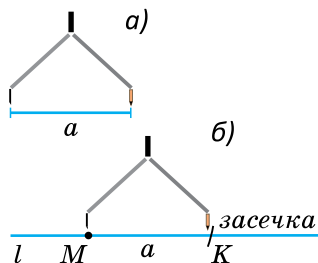
- пабудаваць адвольную акружнасць і акружнасць (дугу акружнасці) з дадзеным цэнтрам і радыусам, роўным дадзенаму адрэзку (рыс. 295);
- адкласці адрэзак, роўны дадзенаму адрэзку, на некотрай прамой.



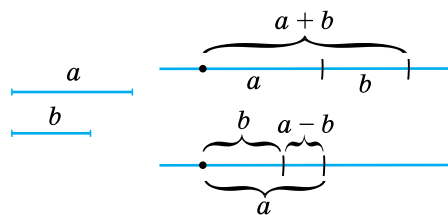
Рыс. 294



Рыс. 295



Рыс. 296



Рыс. 297

Адкладанне адрэзка

Для адкладання адрэзка, роўнага дадзенаму адрэчку a (рыс. 296, а) на прамой l (рыс. 296, б), неабходна: 1) адзначыць на прамой l пункт M ; 2) радыусам, роўным a , правесці дугу акружнасці з цэнтрам у пункце M (зрабіць засечку на прамой l). У перасячэнні дугі і прамой l атрымаем пункт K і адрэзак MK , роўны a .

Аперацыя адкладання адрэзка на прамой дазваляе пабудаваць суму і рознасць двух адрэзкаў (рыс. 297): у першым выпадку на адвольнай прамой адкладаюць паслядоўна два адрэзкі, у другім — на большым адрэчку ад любога яго канца адкладаюць меншы адрэзак.

У далейшым пры рашэнні задач на пабудову мы не будзем апісваць працэдуру адкладання адрэзка на прамой, лічачы яе элементарнай аперацыяй.

Пералічым 5 асноўных задач на пабудову, да якіх звязца іншыя задачы. Рашаючы складаныя задачы, будзем спасылацца на гэтыя асноўныя, не апісваючы тую частку рашэння, што звязана з адной з асноўных задач.

Задача I. Пабудова трохвугольніка па трох старанах.

Задача II. Пабудова вугла, роўнага дадзенаму.

Задача III. Пабудова бісектрысы вугла.

Задача IV. Пабудова сярэдзіны адрэзка.

Задача V. Пабудова прамой, перпендыкулярнай да дадзенай.

У некаторым сэнсе «лінейка» і «цыркуль» — гэта два ідэальныя робаты, якія могуць выконваць пэўны набор аперацый. І наша задача — скласці алгарытм з паслядоўнасці такіх аперацый — камандаў для гэтых робатаў, што прывядзе да



Рыс. 298

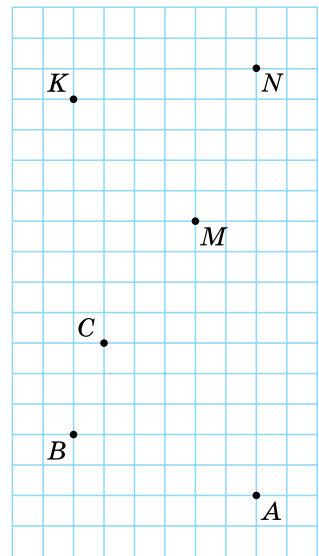
пабудовы неабходнай фігуры. Фактычна трэба напісаць праграму для «цыркуля» і «лінейкі».

Заўвага. У трохвугольніку ABC стораны, процілеглыя вуглам A , B і C , будзем адпаведна абазначаць a , b і c , а самі гэтыя вуглы — α , β і γ (рыс. 298). Медыяны, праведзеныя да старон a , b і c , будзем абазначаць m_a , m_b і m_c , вышыні — h_a , h_b і h_c , бісектрысы — l_a , l_b і l_c .

Заданні да § 27

Перацясеце ў сшытак пункты A , B , C , M , N , K (рыс. 299) і выканайце заданні 1—5.

1. Пры дапамозе лінейкі пабудуйце прамую AN , прамень BA , адрэзак CM .
2. На прамой AN пры дапамозе цыркуля адкладзіце адрэзак AQ , роўны адрэзку CM ; на прамені BA ад яго вяршыні адкладзіце адрэзак BE , роўны патрое-наму адрэзку BC .
3. Пры дапамозе цыркуля пабудуйце акружнасць з цэнтрам у пункце M і радыусам, роўным адрэзку BC .
4. Знайдзіце пункты L і T перасячэння пабудаванай акружнасці і прамой AN .
5. Знайдзіце пункты D і F перасячэння пабудаванай акружнасці з акружнасцю з цэнтрам у пункце K і радыусам, роўным адрэзку BC ; пабудуйце пункт G перасячэння хорды DF і адрэзка MK .



Рыс. 299