

§ 28. Построение треугольника по трем сторонам.

Построение угла, равного данному

Задача I. Построить треугольник со сторонами a , b и c .

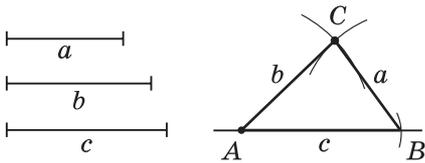


Рис. 300

Решение. Пусть даны отрезки a , b и c . На произвольной прямой откладываем отрезок $AB = c$ (рис. 300). Строим окружность с центром в точке A радиусом b . Строим окружность с центром в точке B радиусом a . Находим точку C пересечения этих окружностей.

Проводим отрезки AC и BC . Треугольник ABC — искомый, так как у него $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ по построению.

Задача имеет решение, если для данных отрезков a , b и c выполняется неравенство треугольника: $a < b + c$, $b < a + c$, $c < a + b$. Если решение существует, то оно единственное, так как все построенные треугольники будут равны по 3-му признаку равенства треугольников.

Следствие.

Если для чисел a , b и c выполняется неравенство треугольника, то существует, и причем единственный, треугольник со сторонами, равными a , b и c .

Замечание. При решении задач на построение под число решений понимается число фигур разной формы, удовлетворяющих условию. В данном случае решение одно.

Задача II. Построить угол, равный данному углу.

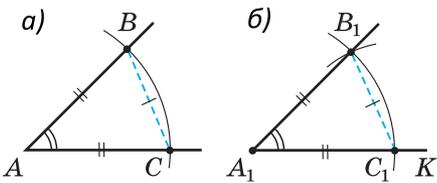


Рис. 301

Решение. Пусть дан угол A (рис. 301, а). Нужно построить угол A_1 , равный углу A . Идея решения состоит в том, чтобы построить некоторый треугольник ABC с углом A и равный ему треугольник $A_1B_1C_1$.

Строим произвольный луч A_1K (рис. 301, б). Произвольным, но

одним и тем же радиусом строим дуги с центрами в точках A и A_1 . Получаем $AB = AC = A_1C_1$. Строим дугу окружности с центром в точке C_1 радиусом, равным CB , до пересечения ее с уже построенной дугой в точке B_1 . Строим луч A_1B_1 . Угол A_1 — искомый. Действительно, так как $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ равны по трем сторонам ($AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ по построению), то $\angle A_1 = \angle A$ как соответствующие в двух равных треугольниках.

Замечание. Построение угла, равного данному, дает возможность строить сумму и разность двух углов.



Задания к § 28

РЕШАЕМ ВМЕСТЕ

ключевые задачи

Задача 1. Построить треугольник по двум сторонам и углу между ними.

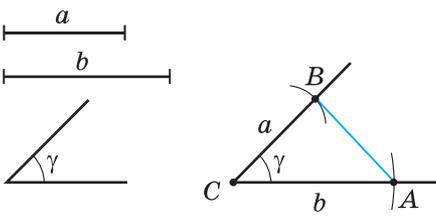


Рис. 302

Решение. Пусть даны отрезки a и b и угол γ (рис. 302). Нужно построить треугольник со сторонами a и b и углом γ между ними.

Вначале строим угол C , равный данному углу γ (основная задача). На сторонах угла C откладываем отрезки $CB = a$ и $CA = b$ и проводим

отрезок AB . Треугольник ABC — искомый, так как удовлетворяет условию задачи: $CB = a$, $CA = b$, $\angle C = \gamma$ по построению. Заметим, что решение существует, если $\gamma < 180^\circ$, и оно единственное, так как все построенные треугольники будут равны по 1-му признаку равенства треугольников.

Задача 2. Построить треугольник по стороне и двум прилежащим к ней углам.

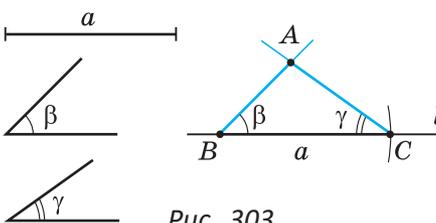


Рис. 303

Решение. Пусть дана сторона a и углы β и γ (рис. 303). Нужно построить треугольник со стороной a и прилежащими к ней углами β и γ .

На произвольной прямой l откладываем отрезок $BC = a$.

От лучей BC и CB в одну полуплоскость откладываем углы, равные углу β и углу γ (основная задача). Отмечаем точку A , в которой пересекаются стороны углов B и C . Треугольник ABC — искомый.

Решение существует, если $\beta + \gamma < 180^\circ$, и оно единственное, так как все построенные треугольники будут равны по 2-му признаку равенства треугольников.



РЕШАЕМ САМОСТОЯТЕЛЬНО

- 256.** Постройте в тетради три отрезка, равные 6, 8 и 10 клеточкам. Постройте треугольник со сторонами, равными построенным отрезкам.
- 257.** Изобразите в тетради произвольный треугольник ABC и прямую l , не пересекающую треугольник. Постройте треугольник MNK , равный треугольнику ABC , у которого сторона MK лежит на прямой l и $NK = BC$, а $MN = AB$.
- 258.** Изобразите в тетради произвольный тупой угол. Постройте угол, равный данному углу.
- 259.** Изобразите в тетради угол A и луч l с началом в точке K (рис. 304). Постройте угол, равный углу A , с вершиной в точке K , расположенный в нижней полуплоскости относительно прямой l .
- 260.** Изобразите два неравных угла. Постройте угол, равный:
- сумме данных углов;
 - разности данных углов.
- 261.** Постройте треугольник по двум сторонам a и b и медиане m_b , проведенной к стороне b .
- 262*.** Постройте треугольник по двум сторонам и медиане, проведенной к третьей стороне.

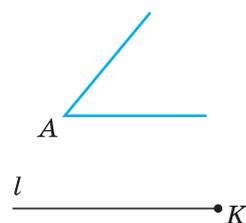


Рис. 304