§ 29. Построение биссектрисы угла. Построение середины отрезка

Задача III. *Построить биссектрису данного угла.*

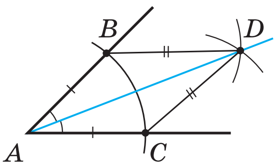


Рис. 305

Решение. Пусть дан угол A (рис. 305). Нужно построить его биссектрису. Произвольным радиусом строим дугу окружности с центром в точке A, которая пересекает стороны угла A в точках B и C. Далее одинаковым радиусом (бо́льшим BC) строим две дуги с центрами в точках B и C до их пересечения в точке D. Строим луч AD, который является искомой биссектрисой. Доказательство следует из того, что $\triangle ABD = \triangle ACD$ по трем сторонам ($AB = AC$, $BD = CD$ как радиусы, сторона AD — общая), откуда $\angle BAD = \angle CAD$.

Задача IV. *Построить середину отрезка* (*разделить данный отрезок пополам*).

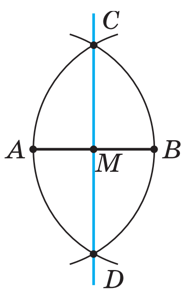
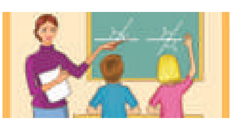


Рис. 306

Решение. Пусть AB — данный отрезок. Радиусом, равным AB, строим две дуги с центрами в точках A и B до их пересечения в точках C и D (рис. 306).

Через точки C и D проводим прямую. В пересечении прямых CD и AB получаем точку M — середину отрезка AB. Докажем это. Так как точки C и D равноудалены от концов отрезка AB ($CA = CB = DA = DB$ как радиусы), то они лежат на серединном перпендикуляре к этому отрезку. Поскольку две точки задают единственную прямую, то CD — серединный перпендикуляр к отрезку AB. Следовательно, $AM = MB$.

Замечание. Указанный способ построения середины отрезка также является и способом построения серединного перпендикуляра к отрезку.



Задания к § 29

РЕШАЕМ ВМЕСТЕ

ключевые задачи

Задача 1. *Построить треугольник по стороне b, прилежащему углу α и биссектрисе l_a.*

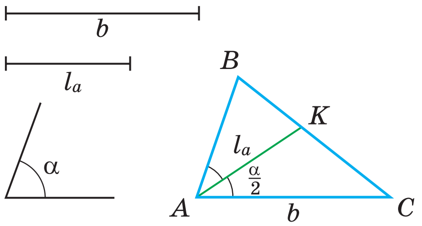


Рис. 307

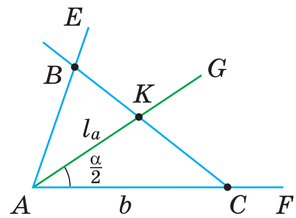


Рис. 308

Р е ш е н и е. Предположим, что задача решена, и сделаем чертеж искомого треугольника ABC (рис. 307). Пусть $AC = b$, $\angle A = \alpha$, биссектриса $AK = l_a$. Так как AK — биссектриса, то $\angle KAC = \frac{\alpha}{2}$. Треугольник AKC можно построить по двум сторонам и углу между ними: $AC = b$, $AK = l_a$, $\angle KAC = \frac{\alpha}{2}$. Далее треугольник AKC легко достроить до искомого треугольника ABC.

Опишем построение (рис. 308).

1) Строим $\angle EAF = \alpha$ (основная задача).

2) Строим биссектрису AG угла EAF (основная задача). Получаем $\angle GAF = \frac{\alpha}{2}$.

3) Строим треугольник AKC по двум сторонам и углу между ними: на луче AF откладываем отрезок $AC = b$, на луче AG — отрезок $AK = l_a$.

4) Находим точку B пересечения луча CK и луча AE. Треугольник ABC — искомый.

Задача 2. *Построить центр данной окружности.*

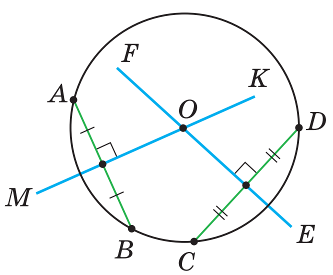


Рис. 309

Р е ш е н и е. Мы знаем, что серединный перпендикуляр к хорде проходит через центр окружности. Серединные перпендикуляры к двум хордам окружности будут пересекаться в ее центре. Отсюда построение.

Строим хорду AB (рис. 309) и к ней серединный перпендикуляр MK (основная задача). Строим хорду CD (не параллельную AB) и к ней серединный перпендикуляр EF. Точка O пересечения прямых MK и EF — центр окружности.

Замечание. Вторым способом решения будет построение одного серединного перпендикуляра MK к хорде AB, нахождение точек T и P пересечения MK с окружностью и построение середины O диаметра TP.

РЕШАЕМ САМОСТОЯТЕЛЬНО

263. Разделите данный отрезок на четыре равные части.

264. Постройте угол, равный $\frac{3}{4}$ данного угла.

265. Изобразите остроугольный треугольник ABC. Для него постройте:
а) биссектрису AK; б) медиану BM.

266. Постройте точку пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника и окружность, проходящую через все вершины треугольника.

267. В одной полуплоскости относительно прямой m лежат две точки A и B. На прямой m постройте точку M, равноудаленную от точек A и B.

268*. Дан неравнобедренный треугольник ABC. На биссектрисе угла B найдите точку, которая находится на равном расстоянии от вершин A и C.

§ 30. Построение прямой, перпендикулярной данной

Задача V. *Построить прямую, перпендикулярную прямой a и проходящую через данную точку A.*

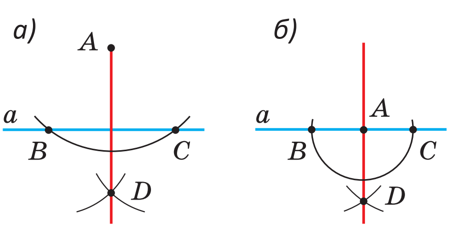


Рис. 310

Решение. Алгоритм построения одинаков для случая, когда точка A не принадлежит прямой a (рис. 310, *а*) и когда точка A принадлежит прямой a (рис. 310, *б*).

Построение. Проводим дугу с центром в точке A, которая пересекает прямую a в точках B и C. Из точек B и C как из центров одним и тем же радиусом (бо́льшим