

§ 5. Множества

5.1. Понятие множества

Рассмотрим высказывание «Все учащиеся нашего класса имеют дома компьютер». Истинно оно или ложно? Для ответа на этот вопрос вам нужно у каждого из одноклассников уточнить: «У тебя дома есть компьютер?» Если все учащиеся класса ответят утвердительно, то высказывание истинно, если хотя бы один из учащихся ответит «нет», то и высказывание будет ложным. Для разных классов это высказывание будет иметь различные значения, потому что различными будут множества учащихся класса.

Множество — совокупность каких-либо объектов, обладающих общим свойством. Эти объекты называют **элементами множества**.

Можно говорить о множестве учащихся 7 А класса, множестве отметок в классном журнале, множестве городов Беларуси, множестве букв русского алфавита и т. д. Понятие множества является одним из основных в математике.

Множества, как правило, обозначают прописными латинскими

Множества, в том числе и бесконечные, в неявной форме использовались в математике со времен Древней Греции.

До XIX в. считалось, что точного определения множества нет. Множеством называли любое скопление, объединение предметов.



В конце XIX в. немецкий математик Георг Кантор (1845—1918) определил множество как «единое имя для совокупности всех объектов, обладающих данным свойством».

По теории Г. Кантора некоторые множества конечны (например, целые числа от 1 до 7), а некоторые — бесконечны (например, целые числа). В некоторых случаях элементы одного множества строго соответствуют элементам другого множества, например множество цветов радуги и множество целых чисел от 1 до 7.

Пример 5.1. Пусть M — множество любимых учебных предметов семиклассника Игоря, состоящее из элементов: математика, информатика, английский язык. Тогда можно записать:

$M = \{\text{математика, информатика, английский язык}\};$
 информатика $\in M$;
 литература $\notin M$.

Пример 5.2. Пусть в множество M входят все учебные предметы, изучаемые в 7-м классе. Перечислить все его элементы можно, например, глядя на страницу школьного дневника. Тогда можно записать:

информатика $\in M$;
 астрономия $\notin M$.



Леонард Эйлер (1707—1783) — ученый, внесший значительный вклад в развитие математики и механики, а также физики, астрономии и ряда прикладных наук.

Разработал удобный метод для графического изображения отношений между множествами.

буквами, а элементы множества — строчными. Напомним, что для обозначения принадлежности элемента множеству используют специальные знаки:

$a \in M$ (элемент a принадлежит множеству M), $a \notin M$ (элемент a не принадлежит множеству M). Если множество M состоит из элементов a, b, c , то это записывают так: $M = \{a, b, c\}$.

Чтобы задать множество, необходимо перечислить его элементы (пример 5.1) или назвать их общее свойство (пример 5.2).

5.2. Понятие подмножества

Рассмотрим множество учащихся какого-либо класса. В этом множестве можно выделить не только отдельного учащегося, но и некоторые группы учащихся: отличники, учащиеся, умеющие играть в теннис и т. д. Каждая из таких групп образует подмножество — часть множества учащихся.

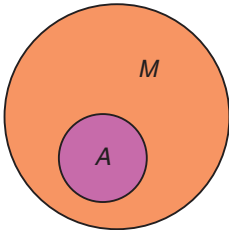
Если множество A является подмножеством множества M , то это записывают так: $A \subset M$. Запись $A \not\subset M$ обозначает, что множество A не является подмножеством множества M .

Подмножество может содержать все элементы множества,

а может не содержать ни одного (пустое множество; обозначается знаком \emptyset).

Некоторые элементы множества могут принадлежать одновременно разным подмножествам (пример 5.3).

Для наглядной геометрической иллюстрации множеств и отношений между ними используют круги Эйлера. Каждое множество изображается кругом. Если какое-либо множество является подмножеством другого множества, то один круг изображается внутри другого. Например, если M — множество всех хищников, A — множество всех львов ($A \subset M$), то это обозначается так:



1. Что понимают под множеством?
2. Приведите примеры множеств.
3. Что понимают под подмножеством?
4. Что используется для геометрической иллюстрации множеств?
5. Что понимают под пустым множеством? Как оно обозначается?
6. Может ли элемент множества одновременно принадлежать различным подмножествам?

Пример 5.3. Пусть $M = \{\text{Вера, Сергей, Вася, Вика, Лиза, Костя, Надя}\}$ — множество учащихся 7 Б класса, занимающихся в драмкружке. Из этого множества можно выделить следующие подмножества:

$A = \{\text{Вера, Вика, Лиза, Надя}\}$ — множество девочек (красная граница).

$B = \{\text{Сергей, Вася, Костя}\}$ — множество мальчиков (синяя граница).

$C = \{\text{Вера, Вася, Вика}\}$ — множество детей, чьи имена начинаются на букву «В» (зеленая граница).

$D = \{\text{Вера, Сергей, Вася, Вика, Лиза, Костя, Надя}\}$ — множество детей, в именах которых по 2 гласных звука (желтая граница).

$E = \emptyset$ — множество трехлетних детей.





Упражнения

- 1 Дополните каждое из множеств 1—2 элементами.
 1. $A = \{\text{математика, информатика, история, литература}\}$.
 2. $B = \{\text{яблоко, груша, апельсин, банан}\}$.
 3. $C = \{\text{клавиатура, монитор, мышь}\}$.
 4. $D = \{\text{карандаш, ручка, ластик, фломастер}\}$.
- 2 Какие элементы могут входить в следующие множества?
 1. Средства передвижения.
 2. Цвета радуги.
 3. Домашние животные.
 4. Четные числа.
- 3 Откройте файл с группами слов. Разделите слова каждой группы на два множества. Слова первого множества выделите красным цветом, а второго — синим. По каким признакам вы разделили слова?

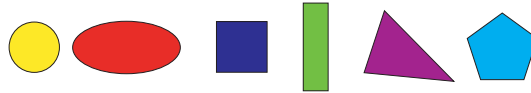
Образец:

 1. Текст в файле: гусь, лебедь, заяц, волк, павлин, курица, кабан, лось.

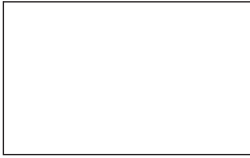
Результат: $A = \{\text{гусь, лебедь, павлин, курица}\}$;
 $B = \{\text{заяц, волк, кабан, лось}\}$.

Признаки: A — множество птиц, B — множество зверей.

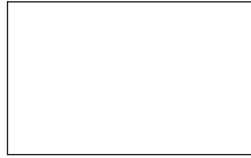
 2. Мяч, стол, стул, коньки, шкаф, клюшка, шайба, комод.
 3. Сом, уж, карась, окунь, щука, гадюка, кобра, питон.
- 4 Из множества геометрических фигур $A = \{\text{круг, овал, квадрат, прямоугольник, треугольник, пятиугольник}\}$ выделите подмножества:
 1. Фигур, не имеющих углов.
 2. Фигур, являющихся четырехугольниками.
 3. Фигур, количество углов у которых больше трех.
- 5 Откройте файл с изображениями геометрических фигур. С помощью операции копирования создайте подмножества a , b , v , обладающие признаками, указанными в задании 4. Все элементы каждого подмножества разместите внутри соответствующего прямоугольника.



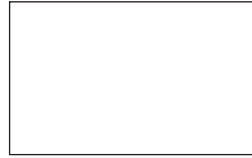
а



б



в



6 Откройте файл с изображениями бабочек. Используя операцию копирования, создайте нижеперечисленные подмножества и разместите их в прямоугольниках.



1. Бабочки, в раскраске которых есть синий цвет.
2. Бабочки, в раскраске которых есть красный цвет.
3. Бабочки, в раскраске которых есть зеленый цвет.
4. Бабочки, в раскраске которых есть желтый цвет.

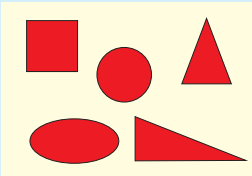
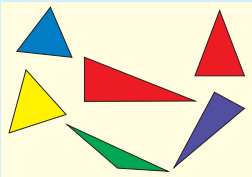
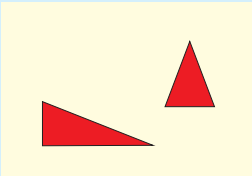
7 Заданы два множества: K — множество книг в школьной библиотеке; U — множество учебных пособий в этой же библиотеке. Какое из множеств является подмножеством другого? Изобразите их с помощью кругов Эйлера.

8 Составьте цепочку включений так, чтобы каждое следующее множество являлось подмножеством предыдущего: A — множество всех прямоугольников; B — множество всех четырехугольников; C — множество всех квадратов; D — множество всех многоугольников.

9* Придумайте примеры цепочек, состоящих из множеств и их подмножеств и содержащих не менее трех включений.

§ 6. Операции над множествами

Пример 6.1. Найдем пересечение множеств A и B .

Множество A	<p>Фигуры красного цвета</p> 
Множество B	<p>Треугольники</p> 
Множество $A \cap B$	<p>Треугольники красного цвета</p> 

Пример 6.2. Найдем пересечение множеств A и B .

Множество A — животные, умеющие летать: пчела, журавль, майский жук, воробей, аист, стрекоза.

Множество B — птицы: страус, журавль, пингвин, аист, курица, воробей.

Пересечение $A \cap B = \{\text{журавль, аист, воробей}\}$ — птицы, которые умеют летать.

Для множеств, как и для высказываний, определены свои операции. Такими операциями являются операции пересечения и объединения множеств.

Рассмотрим множество учащихся 7-го класса. Выделим в нем два подмножества: множество любителей игры в настольный теннис и множество учащихся, у которых дома есть компьютер. Некоторые из учащихся могут и иметь компьютер, и увлекаться теннисом. Значит, они будут входить в оба множества.

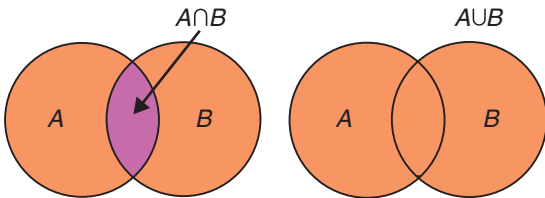
Пересечением множеств A и B называется множество, в которое входят только те элементы, которые принадлежат как множеству A , так и множеству B . Для обозначения операции пересечения используется знак \cap . Образцы выполнения заданий на нахождение пересечения множеств представлены в примерах 6.1 и 6.2.

Выделим среди учащихся 7-го класса два подмножества: множество любителей игры в настольный теннис и множество любителей игры в большой теннис. Тогда множество любителей тенниса будет включать в себя и тех, кто играет в настольный

теннис, и тех, кто играет в большой теннис. Если кто-то играет и в большой, и в настольный теннис, то он тоже будет входить в множество любителей тенниса.

Объединением множеств A и B называется множество, в которое входят элементы, принадлежащие хотя бы одному из множеств A или B . Для обозначения операции объединения множеств используется знак \cup . Образец выполнения задания на объединение множеств показан в примере 6.3.

Пересечение и объединение двух множеств можно изобразить с помощью кругов Эйлера.



1. Что называют пересечением множеств?
2. Что называют объединением множеств?
3. Как обозначаются операции пересечения и объединения множеств?



Упражнения

- 1 Найдите пересечение и объединение множеств A и B .
 1. $A = \{\text{математика, информатика, история, литература}\};$
 $B = \{\text{английский язык, математика, химия, история}\}.$
 2. $A = \{\text{яблоко, апельсин, мандарин, лимон, киви}\};$
 $B = \{\text{апельсин, персик, мандарин, груша, лимон}\}.$

Пример 6.3. Найдем объединение множеств A и B .

Множество A	<p>Ромбы</p>
Множество B	<p>Прямоугольники</p>
Множество $A \cup B$	<p>Четырехугольники</p>

2 Заданы два множества. Найдите их пересечение и объединение.

1. Множество задач, решаемых с помощью программы *графический редактор* = {открыть, сохранить, создать, заливка цветом, печать}.

2. Множество задач, решаемых с помощью программы *текстовый редактор* = {открыть, сохранить, создать, увеличить размер шрифта, печать}.

3 Решите задачи с использованием кругов Эйлера (нарисуйте их в графическом редакторе).

1. Об учащих школы, участвовавших в физико-математическом конкурсе, известно, что 7 из них решили задачи и по математике, и по физике, 11 — задачи по математике, 9 — задачи по физике. Сколько учащихся принимали участие в конкурсе?

2. В киоске около школы продается мороженое двух видов: «Эскимо» и «Пломбир». После уроков 24 семиклассника купили мороженое. При этом 15 из них выбрали «Эскимо», а 17 — «Пломбир». Сколько семиклассников купили мороженое двух видов?

3*. Из 100 туристов, отправляющихся в путешествие, немецким языком владеют 30 человек, английским — 28, французским — 42. Английским и немецким одновременно владеют 8 человек, английским и французским — 10, немецким и французским — 5, всеми тремя языками — 3. Сколько туристов не владеют ни одним языком?

4* Используя рисунок, выполните задания.

1. Создайте два подмножества множества девочек. Для всех девочек, входящих в первое подмножество, истинно высказывание: «Девочка носит брюки синего цвета, И на ее майке есть красный цвет». Для всех девочек, входящих во второе подмножество, истинно высказывание: «Девочка одета не в брюки ИЛИ имеет волосы желтого цвета».



2. Найдите пересечение и объединение этих множеств.
3. Сколько девочек не попало ни в одно подмножество?
4. Выполните упражнение в графическом редакторе. Вокруг девочек из первого множества нарисуйте границу красным цветом, а вокруг девочек из второго множества — синим. Область пересечения обозначьте желтым цветом.

§ 7. Использование логических операций для построения поисковых запросов в Интернете

7.1. Поиск информации

В современный век информационных технологий люди используют для поиска информации сервисы Интернета. Поисковые системы постоянно собирают, систематизируют и сохраняют информацию по всему миру. Поиск информации в поисковой системе осуществляется по запросу.

Под **запросом** в поисковой системе понимают набор слов, фраз, символов, которые пользователь вводит в строку поиска, чтобы найти интересующую его информацию.

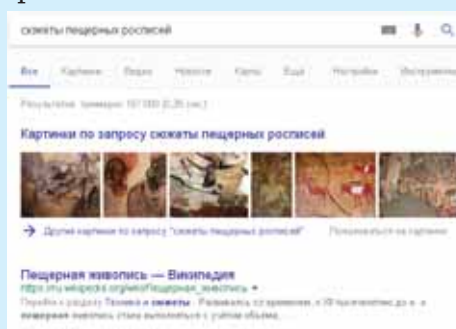
Современные поисковые системы позволяют осуществлять поиск по голосовым запросам или использовать в качестве запроса изображение.

Результатом поиска является перечень сайтов (пример 7.1

При поиске информации в Интернете важны полнота, точность и актуальность полученных результатов. Пользователь может повлиять на качество результатов поиска, если будет:

- продуманно выбирать поисковую службу;
- учитывать особенности поисковой системы;
- грамотно формулировать запросы на поиск информации.

Пример 7.1. Найдем информацию о сюжетах пещерных росписей.



В результате поиска найдено более 160 тыс. сайтов, содержащих искомую информацию.