

§ 14. Манатоннасць, прамежкі знакапастаянства квадратычнай функцыі



3.82. Для функцыі $f(x) = x^2 + 2$ параўнайце:

- а) $f(-3)$ і $f(-2)$; б) $f(2)$ і $f(3)$.

3.83. Для функцыі $f(x) = x^2 - 4$ параўнайце з нулём:

- а) $f(-1)$; б) $f(-2)$; в) $f(2)$; г) $f(4)$.

3.84. Ці праўда, што значэнні функцыі $y = f(x)$ дадатныя для ўсіх значэнняў аргумента:

- а) $f(x) = x^2 + 1$; б) $f(x) = x^2 - 1$; в) $f(x) = -x^2 + 1$?

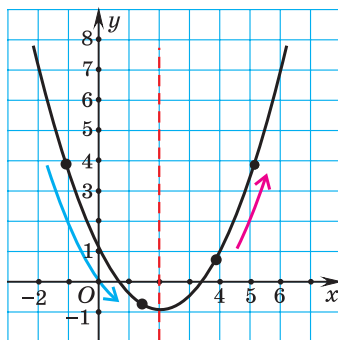


Двое сяброў вывучалі ўласцівасці квадратычнай функцыі. Адзін з іх сцвярджаў, што, не выконваючы вылічэнні, можа даказаць, што $f(5,2145) > f(3,987)$, а $f(-1,23) > f(1,59)$, калі зададзена функцыя $f(x) = 0,5(x - 2)^2 - 1$. «Якая ўласцівасць квадратычнай функцыі выкарыстоўваецца?» — зацікавіўся яго сябар.

Пабудуем графік функцыі $f(x) = 0,5(x - 2)^2 - 1$ (рыс. 66).

На восі абсцыс пункт 5,2145 размешчаны справа ад пункта 3,987, і абодва яны размешчаны справа ад пункта 2. Пункты графіка, размешчаныя справа ад вяршыні $(2; -1)$, з павелічэннем значэнняў абсцыс «паднімаюцца ўверх», дакладней, значэнні ардынаты гэтых пунктаў (значэнні функцыі) павялічваюцца з павелічэннем значэнняў аргумента. Паколькі $5,2145 > 3,987 > 2$, то $f(5,2145) > f(3,987)$.

Такім чынам, для функцыі $f(x) = 0,5(x - 2)^2 - 1$ пры $x > 2$ большаму значэнню аргумента адпавядае большае значэнне функцыі. Гавораць, што дадзеная функцыя нарастае на прамежку $[2; +\infty)$ або што $[2; +\infty)$ — **прамежак нарастання функцыі**.



Рыс. 66

Азначэнне

Функцыя нарастае на некаторым прамежку, калі для любых двух значэнняў аргумента з гэтага прамежку большаму значэнню аргумента адпавядае большае значэнне функцыі.

На промежку $(-\infty; 2]$ пункти графіка «апускаюцца ўніз» пры павелічэнні значэнняў іх абсцыс, г. зн. з павелічэннем значэнняў аргумента на гэтым прамежку значэнні функцыі памяншаюцца.

Азначэнне

Функцыя спадае на некаторым прамежку, калі для любых двух значэнняў аргумента з гэтага прамежку большаму значэнню аргумента адпавядае меншае значэнне функцыі.

Так, для функцыі $f(x) = 0,5(x - 2)^2 - 1$ праўда, што $f(-1,23) > f(1,59)$, паколькі $-1,23 < 1,59$, а лікі $-1,23$ і $1,59$ належаць прамежку, на якім функцыя спадае (**прамежку спадання функцыі**).

У агульным выпадку для функцыі $f(x) = ax^2 + bx + c$ маем: калі $a > 0$ (галіны парабалы накіраваны ўверх), то функцыя спадае на прамежку $(-\infty; x_B]$ і нарастае на прамежку $[x_B; +\infty)$ (рыс. 67, а);

калі $a < 0$ (галіны парабалы накіраваны ўніз), то функцыя спадае на прамежку $[x_B; +\infty)$ і нарастае на прамежку $(-\infty; x_B]$ (рыс. 67, б).

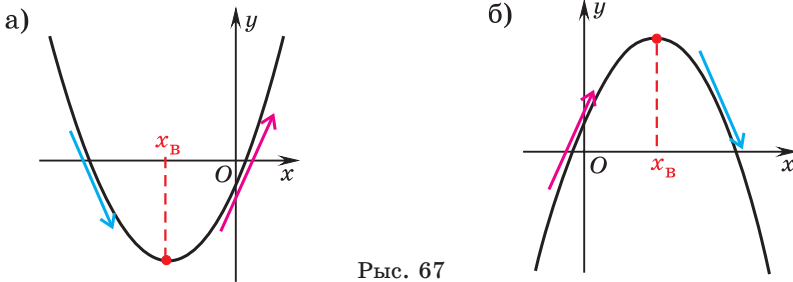


Рис. 67

Прыклад. Знайдзіце прамежкі спадання і нарастання квадратичнай функцыі:

а) $f(x) = x^2 - 4x + 3$;

б) $f(x) = -x^2 + 5$.

Рашэнне. а) Галіны парабалы накіраваны ўверх, паколькі $a = 1 > 0$. Знайдзем абсцысу вяршыні парабалы: $x_B = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2$.

Складзём табліцу змянення функцыі ў залежнасці ад змянення значэнняў аргумента.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x),$ $a > 0$			

Функція $f(x) = x^2 - 4x + 3$ спадає на проміжку $(-\infty; 2]$ і нарастає на проміжку $[2; +\infty)$.

б) Галіни параболы накіранаваны ўніз ($a = -1 < 0$) і $x_{\text{в}} = 0$. Складзём табліцу змянення функцыі ў залежнасці ад змянення значэнняў аргумента.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x),$ $a < 0$			

Функцыя $f(x) = -x^2 + 5$ спадає на проміжку $[0; +\infty)$ і нарастає на проміжку $(-\infty; 0]$.

 **Каб вызначыць проміжкі нарастання і спадання квадратичнай функцыі, трэба:**

① Знайсці абсцысу вяршыні параболы $x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a}$.

② Вызначыць знак першага каэфіцыента.

③ Запоўніць табліцу змянення функцыі ў залежнасці ад змянення значэнняў аргумента.

x	$-\infty$	$x_{\text{в}}$	$+\infty$
$f(x),$ $a > 0$			

або

x	$-\infty$	$x_{\text{в}}$	$+\infty$
$f(x),$ $a < 0$			

④ Запісаць адказ.

(Калі $a > 0$, то функцыя спадає на проміжку $(-\infty; x_{\text{в}}]$ і нарастає на проміжку $[x_{\text{в}}; +\infty)$;

калі $a < 0$, то функцыя спадає на проміжку $[x_{\text{в}}; +\infty)$ і нарастає на проміжку $(-\infty; x_{\text{в}}]$.)

Знайдзіце проміжкі нарастання і спадання квадратичнай функцыі

$$y = -2x^2 - 6x + 8.$$

① $x_{\text{в}} = -\frac{-6}{2 \cdot (-2)} = -1,5.$

② $a = -2 < 0.$

③

x	$-\infty$	$-1,5$	$+\infty$
$f(x),$ $a < 0$			

④ **Адказ:** проміжак нарастання $(-\infty; -1,5]$; проміжак спадання $[-1,5; +\infty)$.



Прамежкі спадання і наростання функцыі называюцца прамежкамі манатоннасці функцыі.

Прамежкі знакапастаянства квадратычнай функцыі

Для таго каб вызначыць, на якім прамежку значэнні квадратичнай функцыі $y = ax^2 + bx + c$ дадатныя, а на якім адмоўныя, выкарыстаем яе схематычны відарыс.

Квадратичная функцыя, графік якой паказаны на рысунку 68, прымае толькі дадатныя значэнні пры ўсіх значэннях аргумента, паколькі пры ўсіх $x \in \mathbf{R}$ графік гэтай функцыі размешчаны вышэй за вось абсцыс, г. зн.

$$y > 0 \text{ пры } x \in (-\infty; +\infty).$$

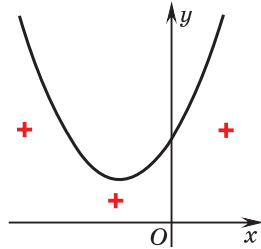
Квадратичная функцыя, графік якой паказаны на рысунку 69, прымае толькі дадатныя значэнні пры ўсіх значэннях аргумента, акрамя $x = x_b$, паколькі пры ўсіх $x \neq x_b$ графік функцыі размешчаны вышэй за вось абсцыс. Значыць,

$$y > 0 \text{ пры } x \in (-\infty; x_b) \cup (x_b; +\infty).$$

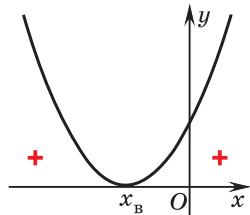
Квадратичная функцыя, графік якой паказаны на рысунку 70, прымае дадатныя значэнні на адкрытых лікавых праменах $(-\infty; x_1)$ і $(x_2; +\infty)$, адмоўныя значэнні — паміж нулямі функцыі, г. зн. на інтэрвале $(x_1; x_2)$.

Квадратичная функцыя, графік якой паказаны на рысунку 71, прымае толькі адмоўныя значэнні пры ўсіх значэннях аргумента, паколькі пры ўсіх $x \in \mathbf{R}$ графік гэтай функцыі размешчаны ніжэй за вось абсцыс, г. зн.

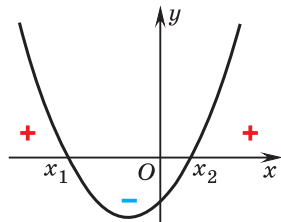
$$y < 0 \text{ пры } x \in (-\infty; +\infty).$$



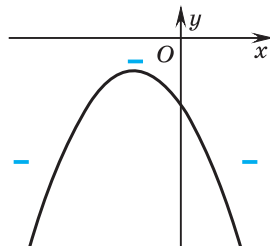
Рыс. 68



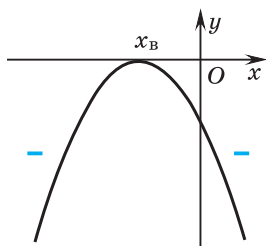
Рыс. 69



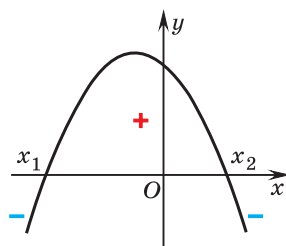
Рыс. 70



Рыс. 71



Рыс. 72



Рыс. 73

Квадратычная функцыя, графік якой паказаны на рысунку 72, прымае толькі адмоўныя значэнні пры ўсіх значэннях аргумента, акрамя $x = x_B$, паколькі пры ўсіх $x \neq x_B$ графік функцыі размешчаны ніжэй за вось абсцыс. Значыць,

$$y < 0 \text{ пры } x \in (-\infty; x_B) \cup (x_B; +\infty).$$

Квадратычная функцыя, графік якой паказаны на рысунку 73, прымае дадатныя значэнні паміж нулямі функцыі, г. зн. на інтэрвале $(x_1; x_2)$. Адмоўныя значэнні гэта функцыя прымае на адкрытых лікавых праменях $(-\infty; x_1)$ і $(x_2; +\infty)$.



Прамежкі, на якіх функцыя прымае толькі дадатныя або толькі адмоўныя значэнні, называюцца прамежкамі знакапастаянства функцыі.



Манатоннасць квадратнай функцыі

1. Знайдзіце прамежкі на-
растання і спадання функ-
цыі $y = x^2 - 4x + 3$.

① Знайдзем абсцысу вяршы-
ні парабалы: $x_B = -\frac{-4}{2} = 2$.

② Вызначым знак першага
каэфіцыента: $a = 1 > 0$.

③

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x),$ $a > 0$			

④ **Адказ:** функцыя нарастае
на лікавым прамені $[2; +\infty)$
і спадае на лікавым прамені
 $(-\infty; 2]$.

2. Знайдіть проміжки монотонності функції
 $y = -5(x + 7)^2 + 1$.

① $x_{\text{в}} = -7$.

② $a = -5 < 0$.

③

x	$-\infty$ -7 $+\infty$
$f(x),$ $a < 0$	

④ **Адказ:** функцыя спадае на лікавым прамені $[-7; +\infty)$ і нарастае на лікавым прамені $(-\infty; -7]$.

3. На рысунку 74 паказаны графікі функцый $y = f(x)$ і $y = g(x)$. Вызначце проміжки нарастання і спадання гэтых функцый.

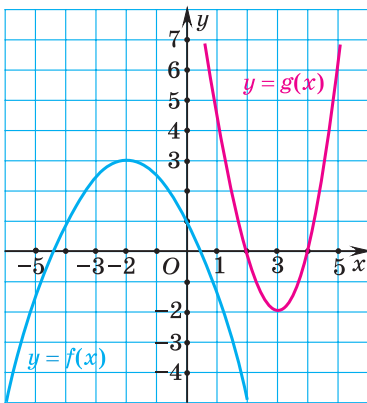


Рис. 74

Функцыі $y = f(x)$ адпавядае парабала, галіны якой накіраваны ўніз. Абсцысы вяршыні парабалы роўна $x_{\text{в}} = -2$. Гэта функцыя нарастае на лікавым прамені $(-\infty; -2]$ і спадае на лікавым прамені $[-2; +\infty)$.

Парабала, галіны якой накіраваны ўверх, адпавядае функцыі $y = g(x)$. Паколькі $x_{\text{в}} = 3$, то функцыя нарастае на лікавым прамені $[3; +\infty)$ і спадае на лікавым прамені $(-\infty; 3]$.

4. Дадзена функцыя
 $f(x) = -7(x - 5)^2 - 1$.

Не выконваючы вылічэнняў, размясціце ў парадку нарастання:

а) $f(9,8)$; $f(6,2)$; $f(5,6)$;

б) $f(-1,2)$; $f(2,8)$; $f(4,9)$.

Функцыя $f(x) = -7(x - 5)^2 - 1$ спадае на лікавым прамені $[5; +\infty)$ і нарастае на лікавым прамені $(-\infty; 5]$.

а) Лікі 9,8; 6,2 і 5,6 належаць прамежку спадання функцыі, таму з таго, што $9,8 > 6,2 > 5,6$, вынікае $f(9,8) < f(6,2) < f(5,6)$.

б) Лікі $-1,2$; $2,8$ і $4,9$ належаць прамежку нарастання функцыі, таму з таго, што $-1,2 < 2,8 < 4,9$, вынікае $f(-1,2) < f(2,8) < f(4,9)$.

Прамежкі знакапастаянства квадратычнай функцыі

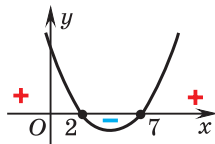
5. Вызначыце прамежкі знакапастаянства функцыі:

а) $y = x^2 - 9x + 14$;

б) $y = x^2 + 4$;

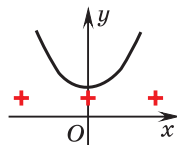
в) $y = (x - 1)^2$.

а) Пабудуем схему графіка функцыі $y = x^2 - 9x + 14$. Для гэтага вызначым нулі функцыі, г. зн. рэшым ураўненне $x^2 - 9x + 14 = 0$. Карані ўраўнення: $x_1 = 2$; $x_2 = 7$. Паколькі $a = 1$, то галіны парабалы накіраваны ўверх.



Адмоўныя значэнні функцыя прымае паміж нулямі функцыі, г. зн. на інтэрвале $(2; 7)$. Дадатныя значэнні функцыя прымае на адкрытых лікавых прамянях $(-\infty; 2)$ і $(7; +\infty)$.

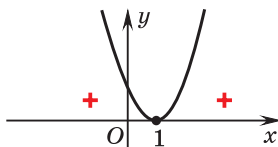
б) Пабудуем схему графіка функцыі $y = x^2 + 4$. Графік не перасякае вось абсцыс, галіны парабалы накіраваны ўверх.



Функцыя прымае дадатныя значэнні пры ўсіх значэннях аргумента $x \in \mathbf{R}$.

в) Побудуем схему графика функции $y = (x - 1)^2$.

График функции имеет ось абсцисс только один значимый пункт $x = 1$, галіны параболы накіраваны ўверх.



Функция принимает положительные значения при всех значениях аргумента, кроме $x = 1$, т. е. $y > 0$ при $x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

? Складіть таблиці змінності функції у залежності від змінності значення аргумента з функціями:

а) $f(x) = -3(x+1)^2 + 2$;

б) $g(x) = 3(x-1)^2 + 2$;

в) $h(x) = 3(x-2)^2 + 1$.

1)

x	$-\infty$	2	$+\infty$

2)

x	$-\infty$	-1	$+\infty$

3)

x	$-\infty$	1	$+\infty$

Які з даних функцій приймають тільки додатні значення?



3.85. Серед даних квадратичних функцій виберіть функцію, яка зростає на проміжку $(-\infty; 5]$:

а) $f(x) = (x - 5)^2 + 3$;

б) $f(x) = (x - 3)^2 + 5$;

в) $f(x) = -(x - 5)^2 + 3$;

г) $f(x) = -(x - 3)^2 + 5$.

3.86. Знайдіть проміжки зростання і спадання квадратичної функції, використовуючи алгоритм:

а) $y = x^2 - 6x + 4$;

б) $y = -x^2 + 8x - 1$;

в) $y = 4x^2 + 12x - 5$;

г) $y = -3x^2 - 6x + 8$;

д) $y = 9x^2 - 6x$;

е) $y = -5x^2 + 7$.

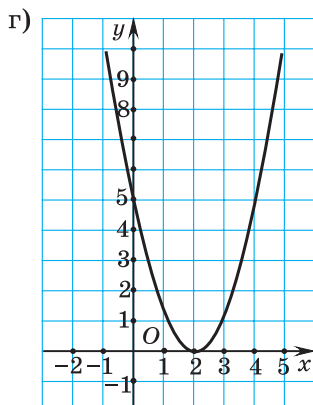
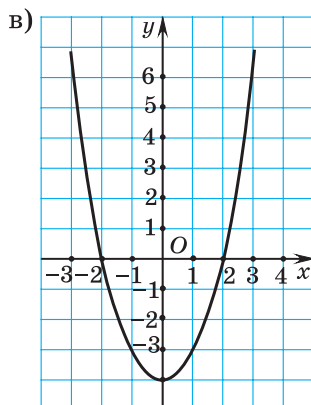
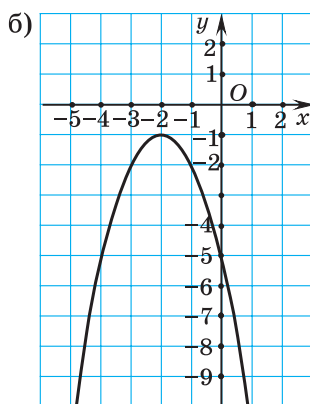
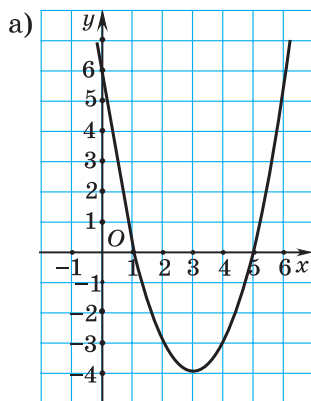


Рис. 75

3.87. Складзіце таблиці змьнення функцыі ў залежнасці ад змьнення значэнняў аргумента для квадратычных функцый, графікі якіх паказаны на рысунку 75.

3.88. Прывядзіце па два прыклады квадратычных функцый, якія:

- спадаюць на прамежку $[8; +\infty)$ і нарастаюць на прамежку $(-\infty; 8]$;
- нарастаюць на прамежку $[-5; +\infty)$ і спадаюць на прамежку $(-\infty; -5]$.

3.89. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі і знайдзіце яе прамежкі манатоннасці:

а) $y = (x - 6)^2 - 1$;

б) $y = -2x^2 - 4x + 16$;

в) $y = (x - 1)(x + 5)$;

г) $y = -x^2 + 6x$.

Ці можна знайсці прамежкі манатоннасці квадратичнай функцыі, не выконваючы пабудову графіка?

3.90. Вядома, што квадратичная функцыя $y = f(x)$ спадае на прамежку $[3; +\infty)$ і нарастае на прамежку $(-\infty; 3]$. Запішыце ўраўненне восі сіметрыі графіка функцыі $y = f(x)$.

3.91. Прамая $x = -4$ — вось сіметрыі парабалы, якая з'яўляецца графікам квадратичнай функцыі $y = f(x)$. Вядома, што галіны парабалы накіраваны ўніз. Знайдзіце прамежкі манатоннасці функцыі $y = f(x)$.

3.92. Пабудуйце графік квадратичнай функцыі:

а) $y = (x - 7)^2$; б) $y = -2x^2 + 8$; в) $y = -3(x + 2)^2$.

Знайдзіце прамежак спадання функцыі.

3.93. Сярод дадзеных квадратичных функцый выберыце ўсе функцыі, якія нарастаюць на прамежку $(-\infty; 2]$:

а) $y = (x - 2)^2 - 1$; б) $y = -7(x - 2)^2 + 4$;

в) $y = -5x^2 + 20x + 3$; г) $y = -x^2 - 2$;

д) $y = x^2 - 2x - 7$; е) $y = -6x^2 + 12$.

Прывядзіце прыклады квадратичных функцый, якія спадаюць на прамежку $(-\infty; -2]$.

3.94. Дадзена функцыя $f(x) = (x + 6)^2 - 8$. Не выконваючы вылічэнні, параўнайце:

а) $f(3)$ і $f(5,2)$; б) $f(-9)$ і $f(-7)$;

в) $f(-5,23)$ і $f(-4,72)$; г) $f(-\sqrt{65})$ і $f(-\sqrt{45})$.

3.95. Дадзена функцыя

$$g(x) = -x^2 + 8x - 1.$$

Не выконваючы вылічэнні, размясціце ў парадку спадання:

а) $g(5)$; $g(6,2)$ і $g(7,4)$;

б) $g(-2)$; $g(1,8)$ і $g(-3,7)$.

3.96. На рысунку 76 паказаны графік квадратичнай функцыі $y = f(x)$. Ці праўда, што $f(3) > 0$, $f(-1) < 0$, $f(0) = 0$, $f(5) < 0$? Запішыце некалькі значэнняў аргумента, пры якіх $f(x) > 0$, $f(x) < 0$.

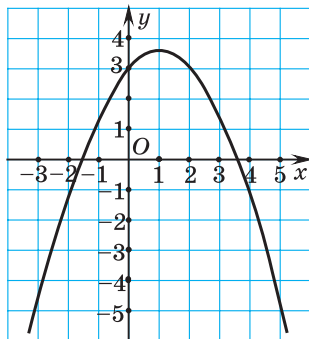


Рис. 76

3.97. Знайдіть прамежки знакапастаянства функції:

- а) $y = x^2 - 8x + 7$; б) $y = -2x^2 + 5x - 2$;
 в) $y = x^2 + 8x + 16$; г) $y = -3x^2 + x - 5$;
 д) $y = -9x^2 - 6x - 1$; е) $y = 2x^2 + 9$.

3.98. Знайдіть значення аргумента, при яких функція приймає адмоўныя значення:

- а) $y = -(x - 8)^2 + 16$; б) $y = (3x - 1)(x + 5)$;
 в) $y = -x^2 + 9$; г) $y = x(x + 5)$.

3.99. Приведіть приклад квадратичної функції, яка приймає додатні значення тільки на: а) прамежку $(-3; 3)$; б) прамежку $(-1; 5)$; в) прамежках $(-\infty; 1)$ і $(6; +\infty)$.

3.100. Побудуйте графік квадратичної функції $y = -x^2 + 4$. Знайдіть:

- а) значення аргумента, при яких функція приймає адмоўныя значення;
 б) прамежак, на яких функція спадає.

3.101. Побудуйте графік квадратичної функції $f(x) = 2x^2 + 6x$. Знайдіть:

- а) значення аргумента, при яких функція приймає додатні значення;
 б) прамежак настання функції;
 в) мноства значенняў функції;
 г) усе значення аргумента, для яких виконваецца няроўнасць $f(x) \leq 0$.

3.102. На рисунку 77 показаны графік квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$. Запишіть:

- а) абсяг вызначэння функцыі;
 б) мноства значэнняў функцыі;
 в) найменшае значэнне функцыі;
 г) ураўненне восі сіметры парабалы;
 д) нулі функцыі;
 е) прамежкі знакапастаянства функцыі;
 ж) прамежкі манатоннасці функцыі.

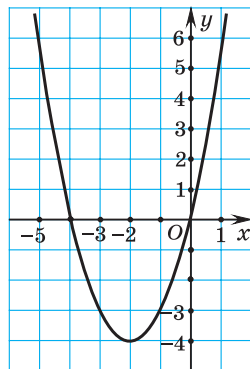


Рис. 77

3.103. Побудуйте графік квадратичнай функцыі $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4$ і назавіце:

- а) абсяг вызначэння функцыі;
 б) мноства значэнняў функцыі;

- в) найменшае значэнне функцыі;
- г) ураўненне восі сіметрыі парабалы;
- д) нулі функцыі;
- е) прамежкі знакапастаянства функцыі;
- ж) прамежкі манатоннасці функцыі.

3.104. Прывядзіце прыклад квадратичнай функцыі $f(x) = ax^2 + bx + c$, якая нарастае на прамежку $[1; +\infty)$ і прымае дадатныя значэнні пры ўсіх значэннях аргумента.

3.105. Пабудуйце графік квадратичнай функцыі $y = -2(x + 1)^2 + 8$ і назавіце: а) абсяг вызначэння функцыі; б) мноства значэнняў функцыі; в) найбольшае значэнне функцыі; г) ураўненне восі сіметрыі парабалы; д) нулі функцыі; е) прамежкі знакапастаянства функцыі; ж) прамежкі манатоннасці функцыі.

3.106. Прывядзіце прыклад квадратичнай функцыі $g(x) = ax^2 + bx + c$, якая мае найменшае значэнне ў пункце $A\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ і прымае адмоўныя значэнні на прамежку $(-3; 4)$.

3.107. Вядома, што галіны парабалы $y = ax^2 + bx + c$ накіраваны ўніз, а нулямі функцыі з'яўляюцца лікі 8 і 32. Знайдзіце прамежкі:

- а) знакапастаянства функцыі;
- б) манатоннасці функцыі.

 **3.108.** Знайдзіце значэнне ліку n , пры якім функцыя $y = -3x^2 + x + n$ прымае толькі адмоўныя значэнні.

 **3.109.** Вядома, што функцыя $y = 10x^2 + tx + k$ не мае нулёў. Знайдзіце прамежкі знакапастаянства функцыі.

 **3.110.** Знайдзіце значэнне ліку b , пры якім прамежак $(-\infty; -2]$ з'яўляецца прамежкам спадання функцыі $y = 3x^2 + bx - 11$.

 **3.111.** Прамая $x = -1$ з'яўляецца воссю сіметрыі парабалы $f(x) = ax^2 + (a^2 - 8)x - 2$, галіны якой накіраваны ўніз. Знайдзіце прамежкі манатоннасці і прамежкі знакапастаянства функцыі $y = f(x)$.

 **3.112.** Пры якім значэнні ліку a графік квадратичнай функцыі $y = ax^2 - 4x + 5$ датыкаецца да восі абсцыс?

 **3.113.** Пры якім значэнні ліку a адзін з пунктаў перасячэння парабалы $y = x^2 + (a - 4)x + a - 4$ з воссю абсцыс ляжыць справа ад пачатку каардынат, а другі — злева?



3.114. Сярод дадзеных квадратычных функцый выберыце функцыю, якая спадае на прамежку $(-\infty; 7]$:

а) $f(x) = (x - 2)^2 - 7$; б) $f(x) = (x - 7)^2 + 2$;

в) $f(x) = -(x - 7)^2 + 2$; г) $f(x) = (x + 7)^2 - 3$.

3.115. Знайдзіце прамежкі нарастання і спадання квадратычнай функцыі, выкарыстаўшы алгарытм:

а) $y = x^2 + 10x - 3$; б) $y = -5x^2 - 15x + 7$;

в) $y = 4x^2 - 5$; г) $y = -8x^2 + 2x$.

3.116. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі і знайдзіце яе прамежкі манатоннасці:

а) $y = x^2 - 6x + 5$; б) $y = -2(x + 3)^2 + 8$;

в) $y = (x - 3)(x + 1)$; г) $y = -x^2 + 4x$.

3.117. Вядома, што квадратычная функцыя $y = f(x)$ спадае на прамежку $(-\infty; -6]$ і нарастае на прамежку $[-6; +\infty)$. Запішыце ўраўненне восі сіметрыі графіка функцыі $y = f(x)$.

3.118. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі і знайдзіце прамежак нарастання функцыі:

а) $y = (x + 2)^2$; б) $y = -x^2 + 1$; в) $y = -2(x - 3)^2$.

3.119. Сярод дадзеных квадратычных функцый выберыце ўсе функцыі, якія спадаюць на прамежку $[-1; +\infty)$:

а) $y = (x - 1)^2 - 2$; б) $y = -(x + 1)^2 + 3$;

в) $y = -x^2 + 1$; г) $y = -x^2 - 2x - 6$.

Прывядзіце прыклад квадратычнай функцыі, якая нарастае на прамежку $(-\infty; 1]$.

3.120. Дадзена функцыя $f(x) = (x - 4)^2 + 5$. Не выконваючы вылічэнні, параўнайце:

а) $f(5)$ і $f(6)$; б) $f(2)$ і $f(3)$; в) $f(-2,4)$ і $f(3,75)$.

3.121. Дадзена функцыя $g(x) = -3x^2 - 12x + 2$. Не выконваючы вылічэнні, размясціце ў парадку нарастання:

а) $g(-3)$; $g(-4,8)$ і $g(-6,5)$; б) $g(10)$; $g(18)$ і $g(15)$.

3.122. Знайдзіце прамежкі знакапастаянства функцыі:

а) $y = x^2 + 2x - 8$; б) $y = -3x^2 + 10x - 3$;

в) $y = x^2 - 4x + 4$; г) $y = -2x^2 + 3x - 7$.

3.123. Знайдіть значення аргумента, при яких функція приймає додатні значення:

а) $y = (x - 1)^2 - 9$; б) $y = (x + 9)(3 - 2x)$;

в) $y = x^2 - 4$; г) $y = x(5 - x)$.

3.124. Приведіть приклад квадратичної функції, яка приймає адом'юня значення толькi на:

а) промiжку $(-5; 5)$; б) промiжках $(-\infty; 4)$ i $(7; +\infty)$.

3.125. Побудуйте графік квадратичної функції $y = -x^2 + 2x$. Знайдіть:

а) значення аргумента, при яких функція приймає додатні значення;

б) промiжок, на якому функція нарастає.

3.126. Побудуйте графік квадратичної функції $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$ i записуйте: а) абсциса визначення функції; б) мноства значення функції; в) найменше значення функції; г) ураунення осi симетрії парабали; д) нулі функції; е) промiжки знакапастаянства функції; ж) промiжки манатоннасці функції.

3.127. Побудуйте графік квадратичної функції $y = -(x - 5)^2 + 1$ i записуйте: а) абсциса визначення функції; б) мноства значення функції; в) найбільше значення функції; г) ураунення осi симетрії парабали; д) нулі функції; е) промiжки знакапастаянства функції; ж) промiжки манатоннасці функції.

 **3.128.** Знайдіть значення ліку m , при якому функція $y = 2x^2 - 3x + m$ приймає толькi додатні значення.



3.129. Виконайте дзеяння: $1\frac{5}{36} + 0,07 : (0,85 \cdot 0,4 - 0,4)$.

3.130. Знайдіть значення виразу:

а) $\frac{5^{13} \cdot (5^{10})^2}{5^{31}}$; б) $\frac{12^8}{27^2 \cdot 2^{15}}$.

3.131. Пазбаується ад ірацьянальнасці ў назоўніку дробу:

а) $\frac{14}{\sqrt{7}}$; б) $\frac{11}{5 - \sqrt{3}}$.

3.132. Рашыце няроўнасць $(0,2x - 3)^2 \geq (0,1x + 6)(0,4x - 1)$.

3.133. Крама закупа на аптовай базе 100 кг сліў па цане 3 р. за кілаграм. Падчас сартавання высветлілася, што 10 % пладоў страціла таварны выгляд. Якую мінімальную рознічную цану павінна ўстанавіць крама на слівы, каб атрымаць не менш за 20 % прыбытку?

§ 15. Квадратныя няроўнасці



3.134. Рашыце няроўнасць:

- а) $2x - 6 \leq 0$; б) $-7x - 4 > 2$; в) $8 + 2,5x > 0$.

3.135. Пры якім значэнні аргумента значэнні функцыі $y = 2x - 6$:

- а) дадатныя б) адмоўныя; в) недадатныя?

3.136. Калі для значэнняў аргумента з некаторага інтэрвалу функцыя прымае толькі дадатныя значэнні, то:

- а) графік функцыі на гэтым інтэрвале размешчаны вышэй за вось абсцыс;
 б) графік функцыі на гэтым інтэрвале размешчаны правей за вось ардынат;
 в) размяшчэнне графіка нельга вызначыць.

Выберыце правільны адказ.



Разгледзім задачу. Дзяржаўнае прадпрыемства «Бабруйскі завод біятэхналогій» вырабляе гель для рук «Чыстыя ручкі», максімальная сутачная вытворчасць — 3500 л. Калі вырабляецца x соцен літраў геля ў дзень, сабекошт прадукцыі разлічваецца па формуле $C(x) = 0,3x^2 - 12x + 640$. Вызначыце аб'ём вытворчасці геля, пры якім яго сабекошт не перавышаў бы 550 р. за 100 л.

Паколькі кожнаму значэнню аргумента x , якое не перавышае 3500 л, адпавядае значэнне $C(x)$, а па ўмове патрабуецца знайсці такія значэнні x , пры якіх сабекошт не перавышае 550 р. за 100 л, то трэба рашыць няроўнасць $C(x) \leq 550$, або $0,3x^2 - 12x + 640 \leq 550$, або $0,3x^2 - 12x + 90 \leq 0$. Атрыманая няроўнасць — **квадратная**.

Няроўнасці выгляду $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$, $ax^2 + bx + c \leq 0$, дзе $a \neq 0$, называюцца **квадратнымі**.