



4.81. Вылічыце:

а) $\frac{(3\sqrt{8})^2}{24}$; б) $6\sqrt{1,21} - 2(\sqrt{2})^2$.

4.82. Знайдзіце колькасць цэлых рашэнняў няроўнасці

$$\frac{x^2 + 6x}{6} - \frac{2x + 3}{2} \leq 12.$$

4.83. У рамках рэспубліканскай акцыі па добраўпарадкаванні і азеляненні тэрыторый «Кветкі добра» вучні стваралі праекты кветнікаў. Група васьмікласнікаў высаджвала кветкі ў гарадскім парку 4 г, а група сямікласнікаў — 3 г. Разам яны высадзілі 440 кветак. Колькі кветак высадзілі васьмікласнікі, калі за 1 г працы дзве групы разам высадзілі 130 кветак?

§ 20. Уласцівасці і графік функцыі $y = \sqrt{x}$



4.84. Знайдзіце даўжыню стараны квадрата, калі яго плошча роўна:

а) 36 см^2 ; б) 10 дм^2 ; в) $x \text{ м}^2$.

4.85. Знайдзіце значэнне выразу $\sqrt{32} - \sqrt{8} + \sqrt{18}$.

4.86. Параўнайце $\sqrt{1\frac{9}{16}}$ і $2\sqrt{0,25}$.



Залежнасць паміж дзвюма зменнымі велічынямі, пры якой кожнаму значэнню адной зменнай велічыні x з мноства неадмоўных лікаў ставіцца ў адпаведнасць значэнне $\sqrt{x}$, задае функцыю $y = \sqrt{x}$.

Разгледзім уласцівасці і графік функцыі $y = \sqrt{x}$.

1. Абсяг вызначэння функцыі. Паколькі па азначэнні квадратнага караня з ліку $(\sqrt{x})^2 = x$, а $(\sqrt{x})^2 \geq 0$, то аргумент x прымае толькі неадмоўныя значэнні, г. зн. $D = [0; +\infty)$.

2. Мноства значэнняў функцыі. Па азначэнні арыфметычны квадратны карань з ліку ёсць неадмоўны лік, г. зн. мноствам значэнняў функцыі $y = \sqrt{x}$ з'яўляецца мноства неадмоўных лікаў: $E(y) = [0; +\infty)$.

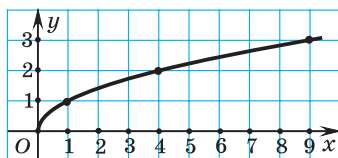
3. Нулі функцыі. Паколькі $y = 0$, г. зн. $\sqrt{x} = 0$, пры $x = 0$, то значэнне $x = 0$ з'яўляецца нулём функцыі.

Тры разгледжаныя ўласцівасці дазваляюць сцвярджаць, што графік функцыі $y = \sqrt{x}$ ляжыць у першай каардынатнай чвэрці і праходзіць праз пачатак каардынат.

4. Прамежкі знакапастаянства функцыі. $y > 0$ пры ўсіх $x \in (0; +\infty)$.

5. Графік функцыі $y = \sqrt{x}$. Для пабудовы графіка функцыі $y = \sqrt{x}$ складзём табліцу значэнняў функцыі, якія адпавядаюць некаторым значэнням аргумента.

x	0	1	4	9
y	0	1	2	3



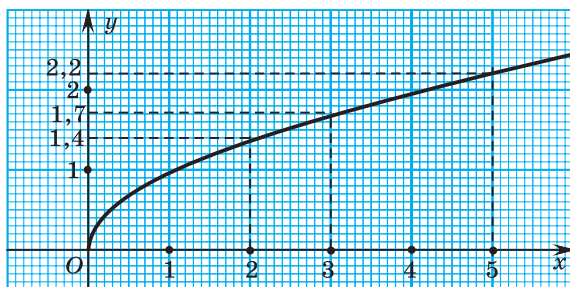
Злучым пункты плаўнай лініяй, атрымаем графік функцыі $y = \sqrt{x}$ (рыс. 103).

Рыс. 103

6. Прамежкі манатоннасці функцыі. З павелічэннем значэнняў аргумента x значэнні функцыі $y = \sqrt{x}$ павялічваюцца, значыць, функцыя $y = \sqrt{x}$ нарастае для ўсіх $x \in [0; +\infty)$.

 Уласцівасці функцыі $y = \sqrt{x}$	
1. Знайдзіце значэнне функцыі $y = \sqrt{x}$, калі: а) $x = 0,04$; б) $x = 1,21$; в) $x = 4,84$; г) $x = 1225$.	а) Падставім значэнне $x = 0,04$ у формулу $y = \sqrt{x}$, атрымаем $y = \sqrt{0,04} = 0,2$; б) $y = \sqrt{1,21} = 1,1$; в) $y = \sqrt{4,84} = 2,2$; г) $y = \sqrt{1225} = 35$.
2. Функцыя зададзена формулай $f(x) = \sqrt{x}$. Параўнайце: а) $f(8,35)$ і $f(5,35)$; б) $f(41,06)$ і $f(42,06)$.	а) Паколькі функцыя $y = \sqrt{x}$ нарастае на прамежку $[0; +\infty)$, то з таго, што $8,35 > 5,35$, вынікае, што $f(8,35) > f(5,35)$. б) Паколькі $41,06 < 42,06$ і функцыя $y = \sqrt{x}$ нарастальная для $x \in [0; +\infty)$, то $f(41,06) < f(42,06)$.

Графік функцыі $y = \sqrt{x}$	
3. Ці належыць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$ пункт з каардынатамі: а) (1; 1); б) (16; 4); в) (1; -1); г) (16; -4)?	а) Падставім каардынаты пункта (1; 1) ва ўраўненне $y = \sqrt{x}$, атрымаем $\sqrt{1} = 1$. Гэта роўнасць правільная, значыць, пункт (1; 1) належыць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$. б) Роўнасць $\sqrt{16} = 4$ правільная, значыць, пункт (16; 4) належыць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$. в) Роўнасць $\sqrt{1} = -1$ няправільная, значыць, пункт (1; -1) не належыць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$. г) Роўнасць $\sqrt{16} = -4$ няправільная, значыць, пункт (16; -4) не належыць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$.
4. Выкарыстаўшы графік функцыі $y = \sqrt{x}$ на адрэзку $[0; 5]$ (рыс. 104), знайдзіце прыбліжаныя значэнні $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$.	Па значэннях абсцыс пунктаў знойдзем прыбліжаныя значэнні ардынат пунктаў графіка: $\sqrt{2} \approx 1,4$, $\sqrt{3} \approx 1,7$, $\sqrt{5} \approx 2,2$.



Рыс. 104



1. Выберыце функцыі, абсягам вызначэння якіх з'яўляюцца ўсе рэчаісныя лікі:

- а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = x^3$; в) $y = \frac{k}{x}$; г) $y = |x|$.

2. Выберыце функцыі, якія пры ўсіх значэннях x з абсягу вызначэння прымаюць неадмоўныя значэнні:

- а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = x^3$; в) $y = \frac{k}{x}$; г) $y = |x|$.



4.87. Для функцыі $f(x) = \sqrt{x}$ знайдзіце $f(0)$; $f(4)$; $f(0,25)$; $f(49)$; $f(6400)$.

4.88. Сярод лікаў 9; -3; 0; -1,25; 12,3; 8 выберыце тыя, што не належаць абсягу вызначэння функцыі $y = \sqrt{x}$.

4.89. Знайдзіце значэнне аргумента, пры якім значэнне функцыі $y = \sqrt{x}$ роўна 0; 1; 2,5; $\sqrt{7}$; $2\sqrt{5}$. Ці можа дадзеная функцыя прымаць значэнне, роўнае -8?

4.90. Выберыце пункты, праз якія праходзіць графік функцыі $y = \sqrt{x}$:

- а) $A(36; 6)$; б) $B(0,25; 0,5)$; в) $C(1; -1)$;
г) $D(0,01; 0,1)$; д) $E(144; -12)$; е) $F(5; \sqrt{5})$.

Вызначыце, якія з дадзеных пунктаў размешчаны ніжэй за графік функцыі $y = \sqrt{x}$, а якія вышэй. Запішыце каардынаты яшчэ якіх-небудзь двух пунктаў, што належаць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$.

4.91. Функцыя зададзена формулай $f(x) = \sqrt{x}$. Параўнайце:

- а) $f(6)$ і $f(11)$; б) $f(29,18)$ і $f(31,9)$.

4.92. Выкарыстаўшы ўласцівасці функцыі $f(x) = \sqrt{x}$, параўнайце лікі:

- а) $\sqrt{37}$ і $\sqrt{35}$; б) $\sqrt{24}$ і 5; в) $5\sqrt{3}$ і $4\sqrt{5}$.

4.93. Размясціце ў парадку нарастання лікі:

- а) $\sqrt{17}$; $3\sqrt{2}$; 4; б) $5\sqrt{2}$; $4\sqrt{3}$; $\sqrt{42}$.

4.94. Знайдзіце які-небудзь рацыянальны лік, што змяшчаецца паміж лікамі $\sqrt{5}$ і $\sqrt{6}$.

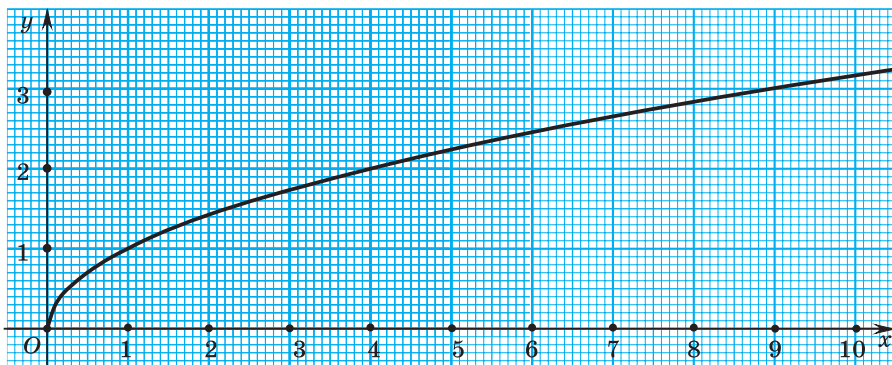
4.95. Паміж якімі паслядоўнымі цэлымі лікамі змяшчаецца лік $-\sqrt{18}$?

4.96. Вызначыце, ці перасякаецца графік функцыі $y = \sqrt{x}$ з прамой:

- а) $y = 2$; б) $y = 1,5$; в) $y = -3$;
г) $y = 0$; д) $y = \sqrt{5}$; е) $y = -\sqrt{2}$.

Калі перасякаецца, то знайдзіце каардынаты пункта перасячэння.

4.97. Выкарыстаўшы графік функцыі $y = \sqrt{x}$ (рыс. 105), знайдзіце прыбліжаныя значэнні $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{10}$.



Рыс. 105

4.98. Выберыце прамыя, якія перасякае графік функцыі $y = \sqrt{x}$:

- а) $y = 3x$; б) $y = -x + 2$;
в) $y = 2x + 5$; г) $y = -4x - 3$.

4.99. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый і знайдзіце каардынаты іх агульных пунктаў:

- а) $y = \sqrt{x}$ і $y = \frac{8}{x}$; б) $y = \sqrt{x}$ і $y = x - 2$.

4.100. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$ і $y = x$. Знайдзіце каардынаты агульных пунктаў пабудаваных графікаў. Параўнайце ўласцівасці функцый $y = \sqrt{x}$ і $y = x^2$.

4.101. Сярод функцый $y = \sqrt{x}$; $y = |x|$; $y = x^3$ і $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$, выберыце функцыі:

- а) нулём якіх з'яўляецца $x = 0$;
б) якія нарастаюць пры $x \in (0; +\infty)$;
в) значэнні якіх адмоўныя пры $x < 0$.

 **4.102.** Параўнайце значэнні функцыі $y = \sqrt{x}$ пры $x = \left(\frac{5}{\sqrt{6}+1}\right)^2$ і $x = 7 - 2\sqrt{6}$.

 **4.103.** Дадзены функцыі $f(x) = \sqrt{x}$ і $g(x) = |x|$. Знайдзіце значэнне выразу:

- а) $f(g(-25))$; б) $g(f(0,36))$.



4.104. Знайдзіце значэнні функцыі $y = \sqrt{x}$ пры значэнні аргумента, роўным 1; 25; 2,56.

4.105. Для функцыі $f(x) = \sqrt{x}$ знайдзіце значэнне аргумента, пры якім $f(x) = 12$; $f(x) = 0,8$; $f(x) = 3\sqrt{2}$.

4.106. Выберыце пункты, якія належаць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$:

- а) $A(0; 0)$; б) $B(16; -4)$; в) $C(-100; 10)$;
г) $D(0,81; 0,9)$; д) $E(8; 2\sqrt{2})$; е) $K(\sqrt{6}; 36)$.

4.107. Дадзена функцыя $f(x) = \sqrt{x}$. Размясціце ў парадку нарастання $f(2)$; $f(5)$; $f(0,1)$ і $f(3,8)$.

4.108. Выкарыстаўшы ўласцівасці функцыі $y = \sqrt{x}$, параўнайце лікі:

- а) $\sqrt{11}$ і $\sqrt{13}$; б) $\sqrt{37}$ і 6; в) $2\sqrt{6}$ і $4\sqrt{7}$.

4.109. Размясціце ў парадку спадання лікі 7; $3\sqrt{5}$; $\sqrt{47}$.

4.110. Знайдзіце два паслядоўныя цэлыя лікі, паміж якімі змяшчаецца лік $\sqrt{95}$.

4.111. Вызначыце, ці перасякаецца графік функцыі $y = \sqrt{x}$ з прамой:

- а) $y = 1$; б) $y = \frac{1}{3}$; в) $y = -7$; г) $y = \sqrt{13}$.

Калі перасякаецца, то знайдзіце каардынаты пункта перасячэння.

4.112. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = \sqrt{x}$ і $y = x - 6$. Знайдзіце каардынаты іх агульнага пункта.



4.113. За 800 г цукерак заплацілі 9 р. 60 к. Колькі грамаў такіх жа цукерак можна купіць на 3 р.?

4.114. Рашыце сістэму няроўнасцей
$$\begin{cases} x^2 - 6x - 7 \geq 0, \\ 2 - 3x > 0. \end{cases}$$

4.115. Запішыце ў выглядзе здабытку:

а) $(y + 2)^2 - 2y(y + 2)$; б) $-3y^2 + 10y - 3$.

4.116. Выканайце дзеянні і запішыце вынік у стандартным выглядзе:

а) $13\,000^2$; б) $0,004^3$; в) 5000^{-4} .

Выніковая самаацэнка

Пасля вывучэння дадзенага раздзела я павінен:

- ведаць уласцівасці функцыі $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$;
- умець будаваць графік функцыі $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$, для розных значэнняў k ;
- выкарыстоўваць уласцівасці функцыі $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$, пры рашэнні задач;
- ведаць уласцівасці функцыі $y = x^3$, умець будаваць графік гэтай функцыі;
- выкарыстоўваць уласцівасці функцыі $y = x^3$ пры рашэнні задач;
- ведаць уласцівасці функцыі $y = \sqrt{x}$, умець будаваць яе графік;
- выкарыстоўваць уласцівасці функцыі $y = \sqrt{x}$ пры рашэнні задач;
- ведаць уласцівасці функцыі $y = |x|$, умець будаваць яе графік;
- выкарыстоўваць уласцівасці функцыі $y = |x|$ і яе графік пры рашэнні задач.

Я правяраю свае веды

1. Устаноўце адпаведнасць паміж графікам функцыі (рыс. 106) і яе запісам пры дапамозе формулы:

а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = x^3$; в) $y = |x|$; г) $y = \frac{3}{x}$.

Як называецца функцыя выгляду $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$? Як называецца графік гэтай функцыі?

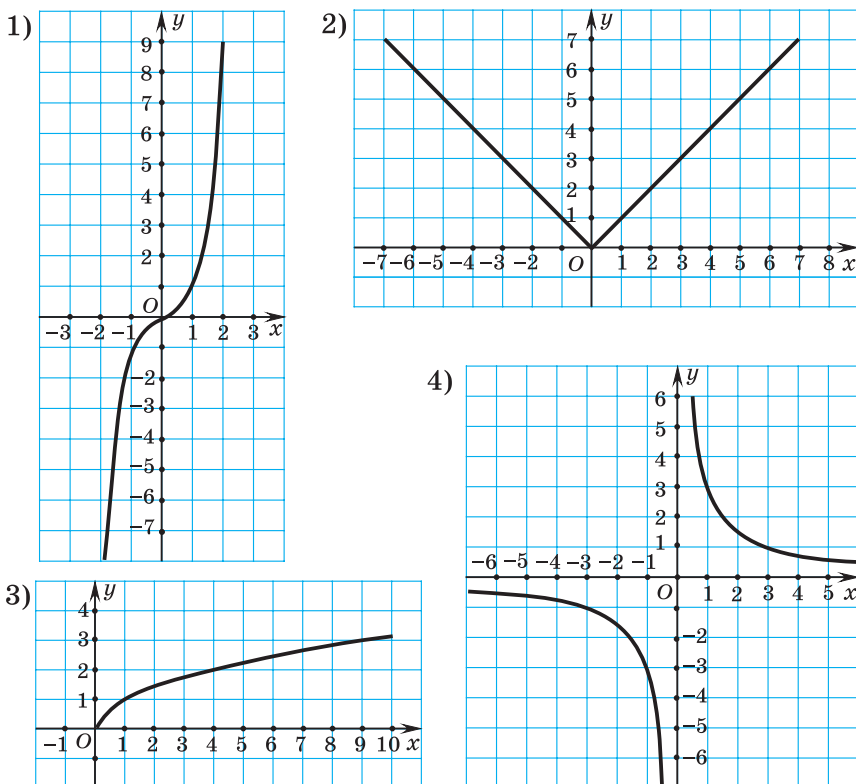


Рис. 106

2. Выберите функции, графикам яких належить пункт $A(-2; 2)$:

- а) $f(x) = |x|$; б) $f(x) = \sqrt{x}$;
в) $f(x) = -\frac{4}{x}$; г) $f(x) = x^3$.

3. Знайдіть $f(9)$ для функції:

- а) $f(x) = |x|$; б) $f(x) = \sqrt{x}$;
в) $f(x) = -\frac{18}{x}$; г) $f(x) = x^3$.

4. Знайдіть усі значення аргумента, при яких виконається рівність $g(x) = 8$, калі:

- а) $g(x) = |x|$; б) $g(x) = \sqrt{x}$;
в) $g(x) = \frac{24}{x}$; г) $g(x) = x^3$.

5. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = \frac{8}{x}$ і $y = \sqrt{x}$, знайдзіце каардынаты іх агульнага пункта.

Ці маюць агульныя пункты графікі функцый:

а) $y = \frac{8}{x}$ і $y = -\frac{5}{x}$; б) $y = \frac{8}{x}$ і $y = -2x$?

Ці можна адказаць на гэта пытанне, не выконваючы пабудову графікаў?

6. Для кожнай з функцый $f(x) = |x|$; $f(x) = \sqrt{x}$; $f(x) = \frac{k}{x}$, $k < 0$, і $f(x) = x^3$ назавіце: а) абсяг вызначэння функцыі; б) мноства значэнняў функцыі; в) нулі функцыі; г) прамежкі знакапастаянства функцыі; д) прамежкі манатоннасці функцыі.

7. Размясціце ў парадку нарастання $f(5,12)$; $f(13,7)$; $f(9,29)$, калі:

а) $f(x) = |x|$; б) $f(x) = \sqrt{x}$;

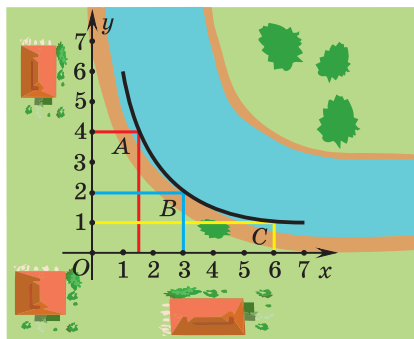
в) $f(x) = \frac{k}{x}$, $k > 0$; г) $f(x) = x^3$.

8. Вылічыце $f(-1,2) + f(1,2) + g(7,8) + g(-7,8) + h(9,5) - h(-9,5)$, калі $f(x) = \frac{79}{x}$, $g(x) = x^3$, $h(x) = |x|$.

9. Параўнайце $f\left(\frac{36}{8-2\sqrt{7}}\right)$ і $f(8-2\sqrt{7})$, калі $f(x) = \sqrt{x}$.

10. Задайце формулай адваротную прапарцыянальнасць, графік якой праходзіць праз адзін з пунктаў перасячэння графікаў функцый $y = |x|$ і $y = x^3$.

Практычная матэматыка



Рыс. 107

1. Рака абгінае садовае таварыства так, як паказана на рысунку 107. Дачнікам прапануецца зрабіць зону адпачынку на адным з трох участкаў. Пры выбары сярод прапанаваных варыянтаў участка максімальнай плошчы меркаванні падзяліліся. Якое рашэнне прапануеце вы?

2. Пасціла прадаецца ў выглядзе кубікаў з кантамі 4 см і 8 см. Васымікласнік выбраў два кубікі з кантамі 4 см, а яго старэйшая сястра сцвярджае, што лепш купіць адзін кубік з кантамі 8 см. Хто з іх зможа пачаставаць большую колькасць сяброў, падзяліўшы купленыя кубікі на меншыя, з кантамі 2 см?

Займальная матэматыка

Даследуем, абагульняем, робім высновы

Даследчае заданне

- а) Пабудуйце графікі функцый $f_1(x) = 2|x|$; $g_1(x) = 2\sqrt{x}$; $h_1(x) = 2x^3$ і $f_2(x) = 0,5|x|$; $g_2(x) = 0,5\sqrt{x}$; $h_2(x) = 0,5x^3$.
- б) Абагульніце атрыманыя вынікі для функцый выгляду $f(x) = k|x|$; $g(x) = k\sqrt{x}$ і $h(x) = kx^3$, дзе $k \neq 0$.

Рыхтуемся да алімпіяд

1. Назва аднаго з гарадоў Беларусі зашыфравана пры дапамозе некаторага кода: -14 -10 -15 -19 -12. Расшыфруйце гэта слова.

2. Лік x такі, што сярод чатырох лікаў $x - \sqrt{2}$; $x^2 - 2\sqrt{2}$; $x + \frac{1}{x}$ і $x - \frac{1}{x}$ роўна адзін не з'яўляецца цэлым. Знайдзіце ўсе такія x .