

Раздзел 4

ФУНКЦЫІ $y = \frac{k}{x}$, ДЗЕ $k \neq 0$, $y = x^3$, $y = |x|$, $y = \sqrt{x}$

§ 17. Уласцівасці і графік функцыі $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$



4.1. Калі 4 снегаўборачныя машыны расчышчаюць трасу за 2 г, то за які час гэту ж работу выканаюць 6 машын такой жа магутнасці?

4.2. З дапамогай 10 камбайнаў аграфірма планавала сабраць ураджай за 6 дзён. Колькі такіх жа камбайнаў трэба дадаць, каб скараціць тэрміны ўборачнай на 2 дні?

4.3. У турыстычным кемпінгу для 24 чалавек зроблены запас харчавання на 9 дзён. На колькі дзён хопіць гэтага запasu, калі ў кемпінг прыбудзе 36 чалавек?



Многія задачы апісваюць адваротна прапарцыянальную залежнасць паміж велічынямі. Калі адну са зменных велічынь абазначыць праз x , а другую — праз y , то атрымаецца формула $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$, што задае функцыю, якая называецца **адваротнай прапарцыянальнасцю**.

Разгледзім уласцівасці і графік гэтай функцыі.

1. Абсяг вызначэння функцыі.

Паколькі дроб $\frac{k}{x}$ мае сэнс пры ўсіх значэннях x , акрамя нуля, то $D = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. Графічна гэта азначае, што графік функцыі $y = \frac{k}{x}$ не перасякае вось ардынат.

2. Мноства значэнняў функцыі. Паколькі $k \neq 0$, то $\frac{k}{x} \neq 0$, значыць, $y \neq 0$, г. зн. $E = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. Графічна гэта азначае, што графік функцыі не перасякае вось абсцыс.

3. Нулі функцыі. Паколькі $y \neq 0$, то функцыя $y = \frac{k}{x}$ не мае нулёў.

4. Прамежкі знакапастаянства функцыі. Калі $k > 0$, то $y > 0$ пры $x \in (0; +\infty)$, $y < 0$ пры $x \in (-\infty; 0)$.

Калі $k < 0$, то $y > 0$ пры $x \in (-\infty; 0)$, $y < 0$ пры $x \in (0; +\infty)$.

**Адваротная
прапарцыянальнасць**

$$y = \frac{k}{x}, \text{ дзе } k \neq 0$$

5. Графік функцыі. Пабудуем графік функцыі $y = \frac{4}{x}$ ($k = 4 > 0$). Выберам некалькі значэнняў аргумента і складзём табліцу значэнняў функцыі.

x	-4	-2	-1	1	2	4
y	-1	-2	-4	4	2	1

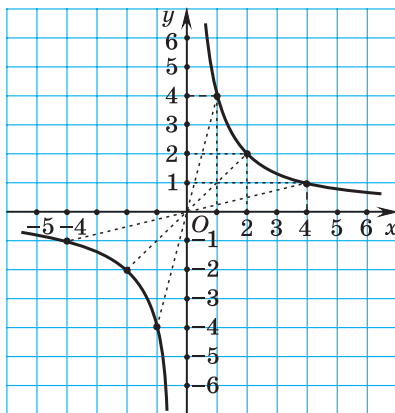
Адзначым атрыманыя пункты на каардынатнай плоскасці і злучым іх дзвюма плаўнымі лініямі (рыс. 93). Графік адваротнай прапарцыянальнасці называецца **гіпербалай** (ад грэч. *hyperbole* — пераход, лішак, перабольшванне). Гіпербала мае дзве галіны. Галіны гіпербалы сіметрычныя адносна пачатку каардынат.

Калі $k > 0$, то графік адваротнай прапарцыянальнасці размяшчаецца ў першай і трэцяй каардынатных чвэрцях.

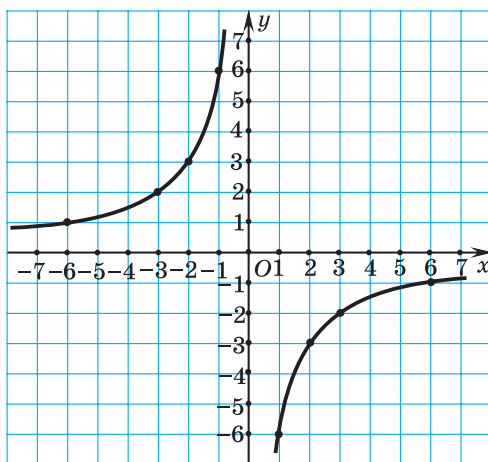
Пабудуем графік функцыі $y = -\frac{6}{x}$ ($k = -6 < 0$).

x	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
y	1	2	3	6	-6	-3	-2	-1

Адзначым атрыманыя пункты на каардынатнай плоскасці і злучым іх дзвюма плаўнымі лініямі (рыс. 94).



Рыс. 93



Рыс. 94

Калі $k < 0$, то графік адваротнай прапарцыянальнасці размяшчаецца ў другой і чацвёртай каардынатных чвэрцях.

6. Прамежкі манатоннасці функцыі. Калі $k > 0$, то з павелічэннем значэнняў аргумента значэнні функцыі памяншаюцца на кожным з прамежкаў $(-\infty; 0)$ і $(0; +\infty)$, г. зн. функцыя спадае на кожным з прамежкаў $(-\infty; 0)$ і $(0; +\infty)$.

Калі $k < 0$, то з павелічэннем значэнняў аргумента значэнні функцыі павялічваюцца на кожным з прамежкаў $(-\infty; 0)$ і $(0; +\infty)$, г. зн. функцыя $y = \frac{k}{x}$ нарастае на кожным з прамежкаў $(-\infty; 0)$ і $(0; +\infty)$.

	Уласцівасці адваротнай прапарцыянальнасці
1. Ці з'яўляецца функцыя адваротнай прапарцыянальнасцю: а) $y = \frac{0,4}{x}$; б) $y = -\frac{1}{x}$; в) $y = \frac{x}{5}$?	а) Функцыя $y = \frac{0,4}{x}$ мае выгляд $y = \frac{k}{x}$, дзе $k = 0,4$, значыць, яна з'яўляецца адваротнай прапарцыянальнасцю. б) Функцыя $y = -\frac{1}{x}$ мае выгляд $y = \frac{k}{x}$, дзе $k = -1$, значыць, яна з'яўляецца адваротнай прапарцыянальнасцю. в) Функцыя $y = \frac{x}{5}$ лінейная $(y = kx + b, k = \frac{1}{5}, b = 0)$.
2. Якія з наступных функцый прымаюць дадатныя значэнні для $x \in (-\infty; 0)$: $y = \frac{1,8}{x}$; $y = -\frac{5}{x}$; $y = \frac{12}{x}$; $y = -\frac{3}{x}$?	Функцыя $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$, прымае дадатныя значэнні для $x \in (-\infty; 0)$, калі $k < 0$. Гэта ўмова выконваецца для функцый $y = -\frac{5}{x}$ і $y = -\frac{3}{x}$.
3. Параўнайце: а) $f(3,54)$ і $f(4,24)$, калі $f(x) = \frac{15}{x}$; б) $g(10,8)$ і $g(12,9)$, калі $g(x) = -\frac{29}{x}$.	а) Функцыя $f(x) = \frac{15}{x}$ спадае на прамежку $(0; +\infty)$. Паколькі $3,54 < 4,24$ і $\{3,54; 4,24\} \subset (0; +\infty)$, то $f(3,54) > f(4,24)$.

б) Функцыя $g(x) = -\frac{29}{x}$ нарастае на прамежку $(0; +\infty)$. Паколькі $10,8 < 12,9$ і $\{10,8; 12,9\} \subset (0; +\infty)$, то $g(10,8) < g(12,9)$.

Графік адваротнай прапарцыянальнасці

4. У якіх каардынатных чвэрцях размяшчаецца графік функцыі:

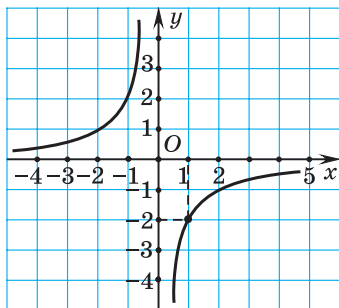
а) $f(x) = -\frac{24}{x}$;

б) $h(x) = \frac{4,5}{x}$?

а) Калі $k < 0$, то графік функцыі $y = \frac{k}{x}$ размяшчаецца ў другой і чацвёртай каардынатных чвэрцях, значыць, у гэтых чвэрцях размяшчаецца графік функцыі $f(x) = -\frac{24}{x}$.

б) Калі $k > 0$, то графік функцыі $y = \frac{k}{x}$ размяшчаецца ў першай і трэцяй каардынатных чвэрцях, значыць, у гэтых чвэрцях размяшчаецца графік функцыі $h(x) = \frac{4,5}{x}$.

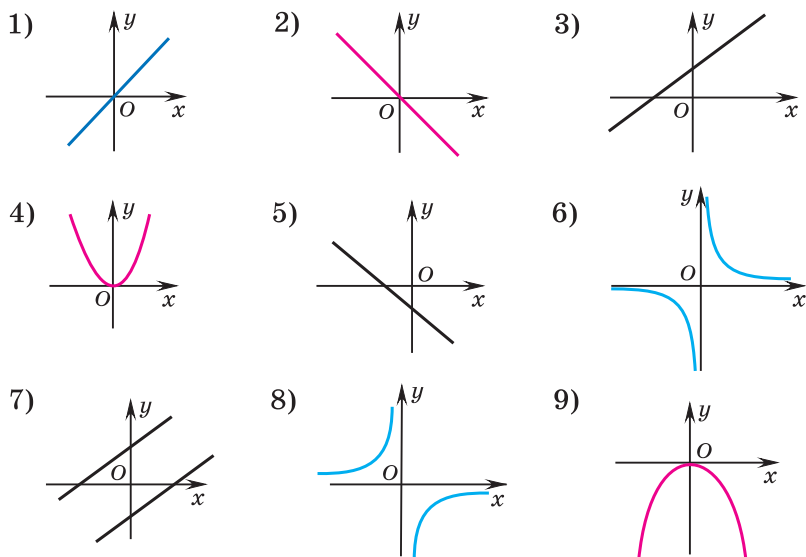
5. Па графіку адваротнай прапарцыянальнасці $y = \frac{k}{x}$ (рыс. 95) вызначыце каэфіцыент k .



Рыс. 95

На гіпербале выберам які-небудзь пункт і вызначым яго каардынаты, напрыклад пункт $(1; -2)$.

Падставім каардынаты гэтага пункта ва ўраўненне гіпербалы $y = \frac{k}{x}$, атрымаем ураўненне $-2 = \frac{k}{1}$, адкуль $k = -2$.



Рыс. 96



1. Вызначыце, якія з паказаных на рысунку 96 графікаў з'яўляюцца гіпербаламі.

2. Які з графікаў (гл. рыс. 96) адпавядае функцыі:

а) $y = \frac{k}{x}$, дзе $k > 0$;

б) $y = \frac{k}{x}$, дзе $k < 0$?



4.4. Выберыце функцыі, графікамі якіх з'яўляюцца гіпербалы:

а) $y = -\frac{11}{x}$;

б) $y = \frac{5}{x}$;

в) $y = \frac{x}{7}$;

г) $y = \frac{x}{9} - 6$;

д) $y = -\frac{1,8}{x}$;

е) $y = x^2 + 1$.

4.5. Для адваротнай прапарцыянальнасці $f(x) = -\frac{10}{x}$ знайдзіце:

а) $f(5)$, $f(-2)$ і $f(-20)$;

б) значэнне аргумента, пры якім $f(x) = -4$.

4.6. Выберыце пункты, якія належаць графіку адваротнай прапарцыянальнасці $y = \frac{45}{x}$:

а) $A(45; 1)$;

б) $B(-10; -4,5)$;

в) $C(0,1; 4,5)$;

г) $D(-2; 22,5)$;

д) $E(0,45; 100)$;

е) $F(2; 90)$.

4.7. Для кожнай з функцый $f(x) = -\frac{2}{x}$; $g(x) = \frac{4,6}{x}$; $h(x) = -\frac{0,3}{x}$ і $p(x) = \frac{39}{x}$ знайдзіце значэнні аргумента, пры якіх функцыя прымае адмоўныя значэнні. Прыведзіце прыклад адваротнай прапарцыянальнасці, якая прымае дадатныя значэнні пры $x \in (0; +\infty)$.

4.8. Адваротная прапарцыянальнасць зададзена формулай $f(x) = -\frac{13}{x}$. Параўнайце:

- а) $f(2)$ і $f(3)$; б) $f(-7)$ і $f(-5)$;
в) $f(18,4)$ і $f(18,9)$; г) $f(-56,29)$ і $f(-67,48)$.

4.9. Дадзена функцыя $g(x) = \frac{29}{x}$. Размясціце ў парадку спадання:

- а) $g(13)$; $g(23)$; $g(38)$; б) $g(-6,49)$; $g(-6,52)$; $g(-6,78)$.

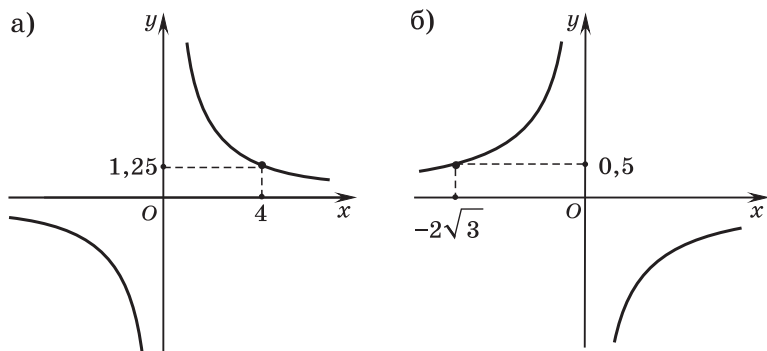
4.10. Для перавозкі разнастайных грузаў выкарыстоўваюць самазвалы МАЗ-650126 рознай грузападымальнасці, якая залежыць ад мадыфікацыі машыны. (Грузападымальнасць — максімальная маса груза, на перавозку якога разлічаны дадзены транспартны сродак.) Патрабуецца перавезці груз масай 250 т. Вызначыце залежнасць паміж грузападымальнасцю машыны (m) і колькасцю машын аднолькавай грузападымальнасці (n), неабходных для перавозкі гэтага груза.

4.11. Адваротная прапарцыянальнасць зададзена формулай $y = \frac{k}{x}$. Знайдзіце каэфіцыент k , калі вядома, што:
а) пры значэнні аргумента, роўным 2,5, значэнне функцыі роўна 0,2; б) графік функцыі праходзіць праз пункт з каардынатамі $(-10; 8)$.

4.12. Назавіце абсяг вызначэння функцыі $y = \frac{8}{x}$ і пабудуйце яе графік. Нарастае ці спадае дадзеная функцыя пры $x < 0$?

4.13. Назавіце мноства значэнняў функцыі $y = -\frac{12}{x}$ і пабудуйце яе графік. Ці праўда, што значэнні функцыі адмоўныя пры $x < 0$? Знайдзіце каардынаты пунктаў, у якіх гіпербала $y = -\frac{12}{x}$ перасякаецца з прамой $y = -4$; $y = 6$.

4.14. Выразіце колькасць сшыткаў n , якія можна купіць на суму 20 р., як функцыю ад цаны сшытка x (р.), дзе $x \in N$, $x \leq 10$. Пабудуйце графік гэтай функцыі.



Рыс. 97

4.15. Па графіку адваротнай прапарцыянальнасці (рыс. 97) вызначыце каэфіцыент k .

4.16. Вядома, што графік адваротнай прапарцыянальнасці праходзіць праз пункт $A(3\sqrt{5}; -\sqrt{5})$. Ці дастаткова гэтых даных для пабудовы графіка функцыі? Калі дастаткова, то пабудуйце гэты графік.

4.17. Функцыя зададзена формулай $f(x) = \frac{7,8}{x}$. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $f(-9,5) + f(9,5)$; б) $f(\sqrt{3}) + f(-\sqrt{3})$.

Абагульніце атрыманыя вынікі. Для функцыі $f(x) = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) знайдзіце $f(a) + f(-a)$, дзе a — любы рэчаісны лік.

4.18. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый і знайдзіце каардынаты іх агульных пунктаў:

а) $y = \frac{6}{x}$ і $y = -x + 5$; б) $y = \frac{4}{x}$ і $y = x$.

4.19. Для кожнай з адваротных прапарцыянальнасцей, графікі якіх паказаны на рысунку 98, знайдзіце каэфіцыент k . Вызначыце, якому з дадзеных графікаў належыць пункт $(-64; -0,25)$.

4.20. Графік адваротнай прапарцыянальнасці $y = \frac{k}{x}$ размяшчацца ў першай і трэцяй каардынатных чвэрцях. Знайдзіце прамежкі знакапастаянства і прамежкі манатоннасці дадзенай функцыі.

 **4.21.** Вядома, што графік адваротнай прапарцыянальнасці $f(x) = \frac{k}{x}$ праходзіць праз пункт $A(-13; 59)$.

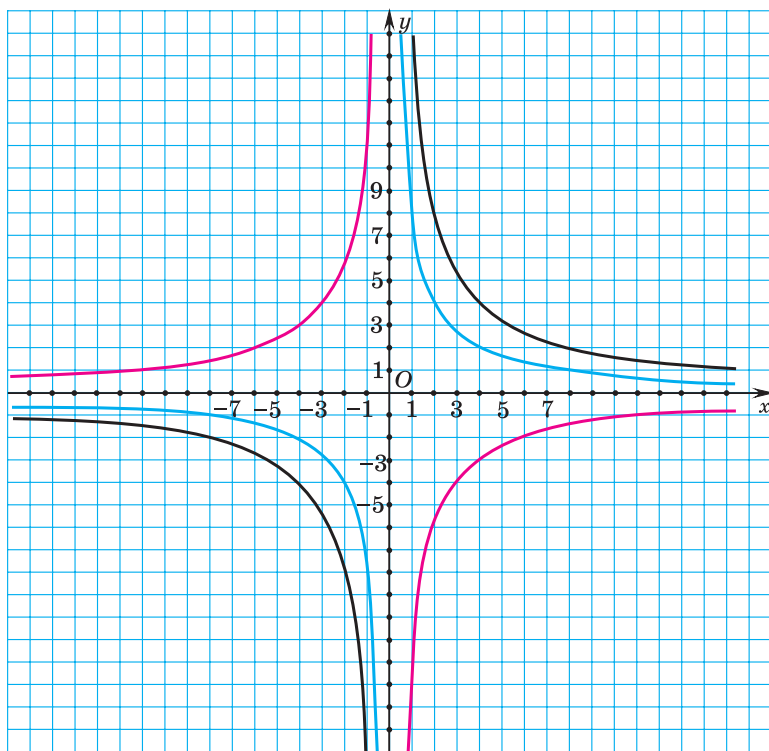


Рис. 98

Визначьте, ці мають агульні пункти гіпербала $f(x) = \frac{k}{x}$ і графік функції:

- а) $g(x) = \frac{17}{x}$; б) $h(x) = -5x$.

4.22. Знайдіть координати декількох пунктів, які належать графіку функції $y = -\frac{10}{x}$ і знаходяться від осей:

- а) абсцис на відстані, меншій за 0,5;
б) ординат на відстані, більшої за 100.

4.23. Ці правда, що всі пункти, для кожного з яких задано координати роїни 18, утворюють на координатній площині гіпербалу?

4.24. Знайдіть значення k і b , при яких графіки функцій $y = \frac{k}{x}$ і $y = kx + b$ проходять через пункт:

- а) (3; 1); б) (0,1; -2).

 **4.25.** Вызначыце, колькі пунктаў, у якіх абсцыса процілеглая ардынаце, належыць графіку функцыі:

а) $y = -\frac{25}{x}$; б) $y = -\frac{3}{x}$.

Знайдзіце каардынаты ўсіх такіх пунктаў. Рацыянальнымі ці ірацыянальнымі лікамі з'яўляюцца каардынаты гэтых пунктаў?

 **4.26.** Пабудуйце графік функцыі:

а) $y = -\frac{6}{|x|}$; б) $y = \frac{8}{|x|}$.



4.27. Выберыце функцыі, якія з'яўляюцца адваротнай прапарцыянальнасцю:

а) $y = \frac{15}{x}$; б) $y = \frac{x}{9}$; в) $y = -\frac{7}{x}$;
г) $y = \frac{6,2}{x}$; д) $y = -\frac{x}{4} + 1$; е) $y = x^2$.

4.28. Для адваротнай прапарцыянальнасці $f(x) = \frac{14}{x}$ знайдзіце: а) $f(-2)$ і $f(3,5)$; б) значэнне аргумента, пры якім $f(x) = 7$.

4.29. Выберыце функцыю, графіку якой належыць пункт $A(-0,1; 12)$:

а) $f(x) = -\frac{12}{x}$; б) $g(x) = -\frac{120}{x}$;
в) $h(x) = -\frac{1,2}{x}$; г) $p(x) = \frac{12}{x}$.

4.30. Выберыце функцыі, якія прымаюць дадатныя значэнні пры $x \in (0; +\infty)$:

а) $f(x) = -\frac{9}{x}$; б) $f(x) = -\frac{5,3}{x}$; в) $f(x) = \frac{17}{x}$;
г) $f(x) = \frac{9,4}{x}$; д) $f(x) = -\frac{\sqrt{3}}{x}$; е) $f(x) = \frac{\sqrt{5}}{x}$.

4.31. Адваротная прапарцыянальнасць зададзена формулай $f(x) = -\frac{19}{x}$. Параўнайце:

а) $f(7)$ і $f(12)$; б) $f(-3,8)$ і $f(-3,9)$.

4.32. Графік функцыі $y = \frac{k}{x}$ праходзіць праз пункт з каардынатамі $(5; -1,2)$. Знайдзіце каэфіцыент k .

4.33. Пабудуйце графік функцыі:

а) $y = \frac{6}{x}$; б) $y = -\frac{8}{x}$.

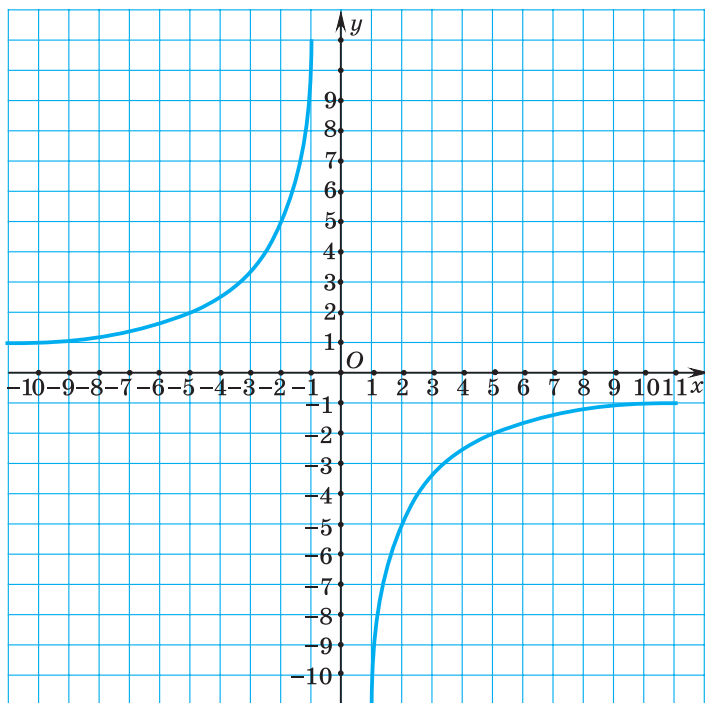
Запішыце абсяг вызначэння, мноства значэнняў і прамежкі знакапастаянства функцыі.

4.34. Плошча прамавугольнага ўчастка зямлі роўна 15 а. Адна з яго старон роўна x м. Выразіце даўжыню другой стараны ўчастка як функцыю ад x і пабудуйце графік гэтай функцыі, выбраўшы зручныя адзінкавыя адрэзкі на восях каардынат.

4.35. Знайдзіце значэнне k , пры якім графік функцыі $y = \frac{k}{x}$ праходзіць праз пункт $A(12\sqrt{2}; \sqrt{2})$. Пабудуйце гэты графік.

4.36. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = \frac{8}{x}$ і $y = 2x$, знайдзіце каардынаты іх агульных пунктаў.

4.37. На рысунку 99 паказаны графік адваротнай прапарцыянальнасці $f(x) = \frac{k}{x}$. Знайдзіце каэфіцыент k . Вызначыце, ці належаць пункты $(-100; 1)$; $(50; -0,5)$ графіку дадзенай функцыі.



Рыс. 99

4.38. Вядома, што адваротная прапарцыянальнасць $y = \frac{k}{x}$ спадае на прамежку $(-\infty; 0)$. У якіх каардынатных чвэрцях размешчаны яе графік? Знайдзіце прамежкі знакапастаянства дадзенай функцыі.

 **4.39.** Вызначыце, колькі пунктаў, у якіх абсцыса роўна ардынаце, мае графік функцыі:

а) $y = \frac{36}{x}$; б) $y = \frac{5}{x}$.

Знайдзіце каардынаты ўсіх такіх пунктаў.

 **4.40.** Пабудуйце графік функцыі $y = -\frac{15}{|x|}$.



4.41. Размясціце ў парадку нарастання лікі a , a^2 і a^3 , калі $a < -1$.

4.42. Знайдзіце значэнне выразу $\frac{6^{-3} \cdot 2^{-4}}{18^{-2}}$.

4.43. Вылічыце: $\frac{|-21| + |-4|}{|24| \cdot |-5|}$.

4.44. Вынесіце множнік за знак кораня ў выразе $\sqrt{18x^6}$ пры $x \leq 0$.

4.45. Сябры падарылі аднакласніку акварыум, які мае форму прамавугольнага паралелепіпеда. Даўжыня акварыума роўна $6\frac{2}{5}$ дм, шырыня — $2\frac{1}{4}$ дм, вышыня — $1\frac{7}{8}$ дм. Колькі поўных 4-літровых вэдзер вады прыйшлося ўліць у акварыум, каб напоўніць яго да $\frac{8}{9}$ вышыні?

§ 18. Уласцівасці і графік функцыі $y = x^3$

 **4.46.** Знайдзіце аб'ём куба, калі даўжыня яго канта роўна:

а) 6 см; б) 10 дм; в) x м.

4.47. Знайдзіце значэнне выразу: 2^3 ; $(-3)^3$; $(\frac{2}{5})^3$; $(-\frac{4}{7})^3$; $(0,1)^3$.

 У матэматыцы функцыі выгляду $y = x^k$ вывучаюць для розных значэнняў k . Мы ўжо разгледзелі ўласцівасці функцыі $y = x^2$, $k = 2$, і адваротнай прапарцыянальнасці $y = \frac{1}{x} = x^{-1}$, $k = -1$.

Разгледзім уласцівасці і графік функцыі $y = x^3$.

1. Абсяг вызначэння функцыі. Паколькі выраз x^3 з'яўляецца ступенню з натуральным паказчыкам, то ён мае сэнс для любога рэчаіснага ліку x , значыць, абсягам вызначэння функцыі $y = x^3$ з'яўляюцца ўсе рэчаісныя лікі: $D = \mathbb{R}$.

2. Мноства значэнняў функцыі. Ступень x^3 можа прымаць дадатныя і адмоўныя значэнні, быць роўнай нулю. Мноствам значэнняў функцыі $y = x^3$ з'яўляецца прамежак $(-\infty; +\infty)$: $E = \mathbb{R}$.

3. Нулі функцыі. Паколькі $y = 0$, г. зн. $x^3 = 0$, пры $x = 0$, то гэта значэнне аргумента ёсць нуль функцыі.

4. Прамежкі знакапастаянства функцыі. Функцыя прымае дадатныя значэнні ($y > 0$), калі $x \in (0; +\infty)$. Функцыя прымае адмоўныя значэнні ($y < 0$), калі $x \in (-\infty; 0)$.

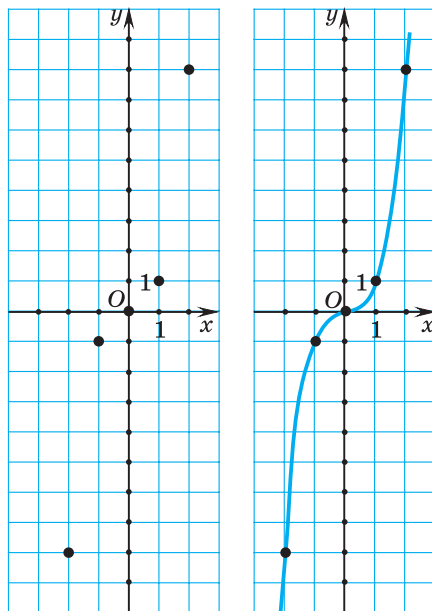
5. Графік функцыі $y = x^3$. Для пабудовы графіка функцыі $y = x^3$ складзём табліцу значэнняў функцыі, якія адпавядаюць некаторым значэнням аргумента.

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

Злучыўшы атрыманыя пункты плаўнай лініяй, атрымаем графік функцыі $y = x^3$ (рыс. 100). Гэта лінія называецца *кубічнай парабалай*.

6. Прамежкі манатоннасці функцыі. З павелічэннем значэнняў аргумента значэнні функцыі павялічваюцца, г. зн. функцыя нарастае на прамежку $(-\infty; +\infty)$.

7. Пункты графіка функцыі $y = x^3$ сіметрычныя адносна пункта $(0; 0)$.



Рыс. 100

 Уласцівасці функцыі $y = x^3$	
1. Знайдзіце значэнні функцыі $y = x^3$, калі: а) $x = 0,02$; б) $x = -0,02$; в) $x = 1,2$; г) $x = -1,2$.	а) $0,02^3 = 0,000008$; б) $(-0,02)^3 = -0,000008$; в) $1,2^3 = 1,44 \cdot 1,2 = 1,728$; г) $(-1,2)^3 = -1,728$.
2. Функцыя зададзена формулай $f(x) = x^3$. Параўнайце: а) $f(2,356)$ і $f(2,365)$; б) $f(-4,006)$ і $f(-4,0006)$.	а) Паколькі функцыя $f(x) = x^3$ нарастальная для $x \in \mathbf{R}$, то з таго, што $2,356 < 2,365$, вынікае, што $f(2,356) < f(2,365)$. б) Паколькі $-4,006 < -4,0006$, то $f(-4,006) < f(-4,0006)$, бо функцыя $f(x) = x^3$ нарастальная для $x \in \mathbf{R}$.
Графік функцыі $y = x^3$	
3. Ці належыць графіку функцыі $y = x^3$ пункт з каардынатамі: а) $(1; 0)$; б) $(1; 1)$; в) $(1; -1)$; г) $(-1; -1)$?	а) Падставім каардынаты пункта ва ўраўненне $y = x^3$, атрымаем $1^3 = 0$. Гэта роўнасць няправільная, значыць, пункт $(1; 0)$ не належыць графіку функцыі $y = x^3$. б) Роўнасць $1^3 = 1$ правільная, значыць, пункт $(1; 1)$ належыць графіку функцыі $y = x^3$. в) Роўнасць $1^3 = -1$ няправільная, значыць, пункт $(1; -1)$ не належыць графіку функцыі $y = x^3$. г) Роўнасць $(-1)^3 = -1$ правільная, значыць, пункт $(-1; -1)$ належыць графіку функцыі $y = x^3$.

4. Пункт $M(m; n)$ належить графіку функції $y = x^3$.

Які з пунктів таксама належать гэтаму графіку:

- а) $N(-m; n)$;
- б) $K(m; -n)$;
- в) $L(-m; -n)$?

Паколькі графік функції $y = x^3$ сіметрычны адносна пачатку каардынат, то каардынаты сіметрычных пунктаў — процілеглыя лікі. У пункта L каардынаты з'яўляюцца лікамі, процілеглымі лікам m і n . Такім чынам, графіку функції $y = x^3$ належить пункт L .

? Визначыце, які з графікаў на рысунку 101 з'яўляецца кубічнай парабай.

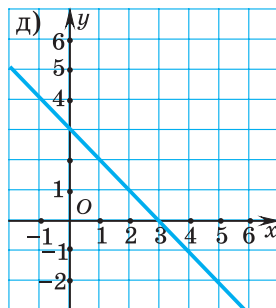
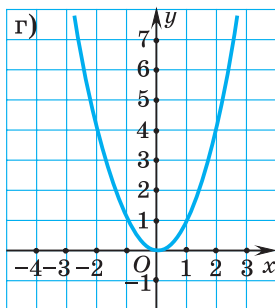
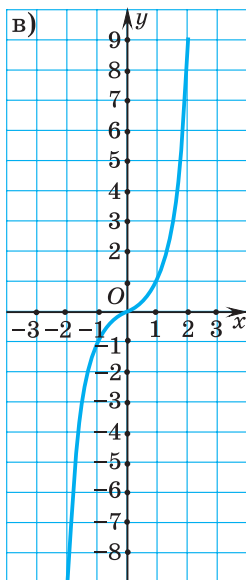
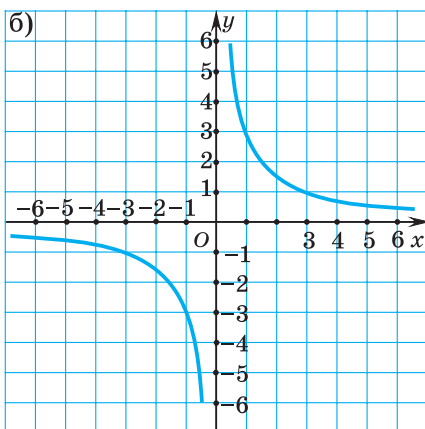
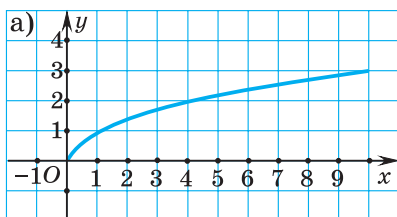


Рис. 101



4.48. Для функцыі $f(x) = x^3$ знайдзіце $f(0)$; $f(4)$; $f(-5)$; $f(-0,01)$; $f(0,5)$.

4.49. Функцыя зададзена формулай $f(x) = x^3$. Знайдзіце значэнне аргумента, пры якім значэнне функцыі роўна 1; 0; -8 ; $2\sqrt{2}$.

4.50. Выберыце пункты, праз якія праходзіць графік функцыі $y = x^3$:

- а) $A(-5; -125)$; б) $B(4; -64)$; в) $C(10; 100)$;
г) $D(-0,1; -0,001)$; д) $E(2; 6)$; е) $M(\sqrt{3}; 3\sqrt{3})$.

Запішыце каардынаты яшчэ якіх-небудзь двух пунктаў, якія належаць графіку функцыі $y = x^3$.

4.51. Функцыя зададзена формулай $f(x) = x^3$. Параўнайце:

- а) $f(2,1)$ і $f(3,9)$; б) $f(-8,97)$ і $f(-9,52)$;
в) $f(-\sqrt{5})$ і $f(-2)$; г) $f(2\sqrt{3})$ і $f(13)$.

4.52. Дадзена функцыя $g(x) = x^3$. Размясціце ў парадку спадання $g(-2,8)$; $g(0)$; $g(-4,65)$ і $g(15)$.

4.53. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый і знайдзіце каардынаты іх агульных пунктаў:

- а) $y = x^3$ і $y = 2 - x$; б) $y = x^3$ і $y = \frac{16}{x}$.

4.54. Функцыя зададзена формулай $f(x) = x^3$. Знайдзіце значэнне выразу:

- а) $f(-3) + f(3) - f(5)$; б) $f(2,45) + f(-2,45) + f(0)$;
в) $f(-\sqrt{7}) + f(\sqrt{7})$; г) $f(\sqrt{2}) + f(-\sqrt{2}) + f(-1)$.

Абагульніце атрыманыя вынікі. Для функцыі $f(x) = x^3$ знайдзіце $f(a) + f(-a) + f(1)$, дзе a — любы рэчаісны лік.

4.55. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = x^3$ і $y = x$. Параўнайце ўласцівасці функцый $y = x^3$ і $y = x$.



4.56. Знайдзіце значэнні функцыі $y = x^3$ пры значэннях аргумента, роўных 1; -3 ; 0,1; $-2,5$.

4.57. Для функцыі $f(x) = x^3$ знайдзіце значэнне аргумента, пры якім $f(x) = -1$; $f(x) = 27$; $f(x) = -125$; $f(x) = 7\sqrt{7}$.

4.58. Выберыце пункты, якія належаць графіку функцыі $y = x^3$:

- а) $A(0; 0)$; б) $B(6; 216)$;
в) $C(-10; -1000)$; г) $D(0,2; -0,008)$.

4.59. Функцыя зададзена формулай $f(x) = x^3$. Параўнайце:

- а) $f(3,6)$ і $f(4,8)$; б) $f(-10,25)$ і $f(-8,26)$;
в) $f(\sqrt{11})$ і $f(3)$; г) $f(-\sqrt{3})$ і $f(-\sqrt{2})$.

4.60. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = x^3$ і $y = -8$, знайдзіце каардынаты іх агульнага пункта.

4.61. Знайдзіце значэнне выразу $f(18) + f(-18) - f(-1)$, калі $f(x) = x^3$.



4.62. Выканайце дзеянні:

- а) $\left(5\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{16}\right)^5$; б) $\frac{4^7 \cdot 64}{16^4}$.

4.63. Пастаяннае папаўненне рубрык на нацыянальным адукацыйным партале edu.by лічыцца эфектыўным, калі рубрыку чытае не менш за 50 % наведвальнікаў партала. Анкетаванне паказала, што са 100 700 наведвальнікаў партала 41 600 чалавек чытаюць рубрыку «Электронныя адукацыйныя рэсурсы», 39 250 — рубрыку «Профільнае навучанне», 30 650 — абедзве гэтыя рубрыкі. Усе астатнія наведвальнікі партала чытаюць толькі рубрыку «Аktуальная інфармацыя». Ці будзе размяшчэнне рэкламы ў рубрыцы «Аktуальная інфармацыя» эфектыўным?

§ 19. Уласцівасці і графік функцыі $y = |x|$



4.64. Знайдзіце значэнне выразу $|x|$, калі:

- а) $x = 1,5$; б) $x = -4,5$; в) $x = 6,5$.

4.65. Знайдзіце значэнне выразу $|-1| + |2,4| + |-4,5|$.



У многіх практычных задачах ставіцца пытанне аб вылічэнні адлегласці паміж двума пунктамі. Для рашэння такіх задач выкарыстоўваецца паняцце модуля ліку. Азначэнне модуля ліку як адлегласці ад пачатку адліку да пункта

на каардынатнай прамой, які адпавядае гэтаму ліку, прыводзіць да правіла: модуль ліку роўны самому ліку, калі лік неадмоўны, і роўны процілегламу ліку, калі лік адмоўны,

$$\text{г. зн. } |a| = \begin{cases} a, & \text{калі } a \geq 0, \\ -a, & \text{калі } a < 0. \end{cases}$$

Разгледзім уласцівасці і графік функцыі $y = |x|$.

1. Абсяг вызначэння функцыі. Паколькі $|x|$ вызначаецца для любога рэчаіснага ліку, то абсягам вызначэння функцыі $y = |x|$ з'яўляюцца ўсе рэчаісныя лікі: $D = \mathbf{R}$.

2. Мноства значэнняў функцыі. Паколькі па азначэнні модуля ліку значэнне выразу $|x|$ неадмоўнае для любога ліку x , то мноствам значэнняў функцыі $y = |x|$ з'яўляецца мноства неадмоўных лікаў: $E = [0; +\infty)$.

3. Нулі функцыі. Паколькі $y = 0$, г. зн. $|x| = 0$, пры $x = 0$, то $x = 0$ ёсць нуль функцыі.

4. Прамежкі знакапастаянства функцыі. $y > 0$ для $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

5. Графік функцыі. Пабудуем графік функцыі

$$y = |x| = \begin{cases} x, & \text{калі } x \geq 0, \\ -x, & \text{калі } x < 0. \end{cases}$$

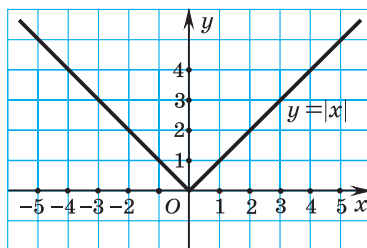
Паколькі пры $x \geq 0$ $|x| = x$, то пры $x \geq 0$ графік функцыі $y = |x|$ ёсць частка прамой $y = x$ — прамень з пачаткам у пункце $(0; 0)$, г. зн. бісектрыса першага каардынатнага вугла.

Паколькі пры $x < 0$ $|x| = -x$, то пры $x < 0$ графік функцыі $y = |x|$ ёсць частка прамой $y = -x$, размешчаная ў другой каардынатнай чвэрці.

Аб'яднаем часткі графікаў функцый $y = x$ пры $x \in [0; +\infty)$ і $y = -x$ пры $x \in (-\infty; 0)$ і атрымаем графік функцыі $y = |x|$ (рыс. 102).

6. Прамежкі манатоннасці функцыі. Функцыя $y = |x|$ нарастае на прамежку $[0; +\infty)$ і спадае на прамежку $(-\infty; 0]$.

7. Пункты графіка функцыі $y = |x|$ **сіметрычныя** адносна восі ардынат.



Рыс. 102

 Уласцівасці функції $y = x $	
1. Функція задана формулою $f(x) = x$. Параўнайце: а) $f(2,3)$ і $f(-2,3)$; б) $f(-4)$ і $f(0)$.	а) Паколькі $2,3 = -2,3$, то $f(2,3) = f(-2,3)$; б) $f(-4) > f(0)$, паколькі $f(-4) = -4 = 4$, а $f(0) = 0 = 0$.
2. Колькі існуе значэнняў аргумента, пры якіх значэнне функцыі $y = x$ роўна: а) 6,287; б) 0; в) -5,5?	а) Падставім ва ўраўненне $y = x$ значэнне $y = 6,287$, атрымаем $6,287 = x$. Гэта ўраўненне мае два карані: 6,287 і -6,287. б) Падставім ва ўраўненне $y = x$ значэнне $y = 0$, атрымаем $0 = x$. Гэта ўраўненне мае адзін корань $x = 0$. в) Падставім ва ўраўненне $y = x$ значэнне $y = -5,5$, атрымаем $-5,5 = x$. Гэта ўраўненне не мае каранёў, паколькі модуль ліку ёсць неадмоўны лік.
Графік функцыі $y = x $	
3. Вызначыце, ці належыць пункт графіку функцыі $y = x$: а) (3; 3); б) (-4; 4); в) (2; -2); г) (-5; 4).	а) Падставім каардынаты пункта ва ўраўненне $y = x$, атрымаем $3 = 3$. Гэта роўнасць правільная, значыць, пункт (3; 3) належыць графіку функцыі $y = x$. б) Роўнасць $4 = -4$ правільная, значыць, пункт (-4; 4) належыць графіку функцыі $y = x$. в) Роўнасць $-2 = 2$ няправільная, значыць, пункт (2; -2) не належыць графіку функцыі $y = x$. г) Роўнасць $4 = -5$ няправільная, значыць, пункт (-5; 4) не належыць графіку функцыі $y = x$.

4. Колькі пунктаў перасячэння мае графік функцыі $y = |x|$ з прамой $y = c$, калі:

- а) $c = 6$;
- б) $c = 0$;
- в) $c = -5$?

а) Прамая $y = 6$ паралельна восі абсцыс і праходзіць праз пункт $(0; 6)$. Яна перасякае графік функцыі $y = |x|$ у двух пунктах.

б) Прамая $y = 0$ — вось абсцыс. Яна перасякае графік функцыі $y = |x|$ у адным пункце.

в) Прамая $y = -5$ паралельна восі абсцыс і праходзіць праз пункт $(0; -5)$. Яна не перасякае графік функцыі $y = |x|$.



Колькі каранёў маюць ураўненні:

- а) $|x| = 4$ і $x^2 = 16$;
- б) $|x| = 0$ і $x^2 = 0$;
- в) $|x| = -3$ і $x^2 = -3$?



4.66. Знайдзіце значэнні функцыі $y = |x|$ пры значэнні аргумента, роўным 1; -1; 0; -3,5; 3,5.

4.67. Для функцыі $f(x) = |x|$ знайдзіце значэнні аргумента, пры якіх:

- а) $f(x) = 7$;
- б) $f(x) = 3,9$;
- в) $f(x) = 0$.

4.68. Выберыце пункты, якія належаць графіку функцыі $y = |x|$:

- а) $A(0; 0)$;
- б) $B(-7; -7)$;
- в) $C(-1,25; 1,25)$;
- г) $D(11; -11)$;
- д) $E(28,9; 28,9)$;
- е) $N(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$.

Запішыце каардынаты яшчэ якіх-небудзь двух пунктаў, што належаць графіку функцыі $y = |x|$.

4.69. Функцыя зададзена формулай $f(x) = |x|$. Параўнайце:

- а) $f(80,7)$ і $f(83,9)$;
- б) $f(-5,43)$ і $f(-6,21)$;
- в) $f(-\sqrt{7})$ і $f(-2\sqrt{2})$;
- г) $f(2\sqrt{5})$ і $f(-\sqrt{20})$.

4.70. Дадзена функцыя $g(x) = |x|$. Размясціце ў парадку спадання $g(-2,8)$; $g(-3,1)$; $g(-4,6)$.

4.71. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый і знайдзіце каардынаты іх агульных пунктаў:

а) $y = |x|$ і $y = \frac{x}{2} + 3$; б) $y = |x|$ і $y = -\frac{4}{x}$;

в) $y = |x|$ і $y = x^2 - 2$.

4.72. Функцыя зададзена формулай $f(x) = |x|$. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $f(-10) - f(10) + f(85)$; б) $f(\sqrt{3}) - f(-\sqrt{3}) + f(\sqrt{2})$.

Абагульніце атрыманыя вынікі. Для функцыі $f(x) = |x|$ знайдзіце $f(a) - f(-a) + f(5)$, дзе a — любы рэчаісны лік.

4.73. Пабудуйце графікі функцый $y = |x|$ і $y = x^2$. Параўнайце ўласцівасці функцый $y = |x|$ і $y = x^2$.

 **4.74.** У розных сістэмах каардынат пабудуйце графікі функцый $y = x$; $y = \sqrt{x^2}$ і $y = (\sqrt{x})^2$. Ці праўда, што графікі ўсіх гэтых функцый розныя?



4.75. Для функцыі $f(x) = |x|$ знайдзіце $f(4)$; $f(-4)$; $f(-0,8)$; $f(0,8)$.

4.76. Для функцыі $y = |x|$ знайдзіце ўсе значэнні аргумента, пры якіх значэнне функцыі роўна 5; 0; 48.

4.77. Выберыце пункты, праз якія праходзіць графік функцыі $y = |x|$:

- а) $A(8; -8)$; б) $B(1; 1)$;
в) $C(-6,2; -6,2)$; г) $D(-18,3; 18,3)$.

4.78. Функцыя зададзена формулай $f(x) = |x|$. Параўнайце:

- а) $f(7)$ і $f(10)$; б) $f(-56,32)$ і $f(-58,97)$;
в) $f(3\sqrt{3})$ і $f(5)$; г) $f(\sqrt{8})$ і $f(-2\sqrt{2})$.

4.79. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый і знайдзіце каардынаты іх агульных пунктаў:

а) $y = |x|$ і $y = 5$; б) $y = |x|$ і $y = -x^2 + 6$.

4.80. Функцыя зададзена формулай $f(x) = |x|$. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $f(2,6) - f(-2,6) - f(15)$; б) $-f(2\sqrt{15}) + f(\sqrt{60}) + f(8)$.



4.81. Вылічыце:

а) $\frac{(3\sqrt{8})^2}{24}$; б) $6\sqrt{1,21} - 2(\sqrt{2})^2$.

4.82. Знайдзіце колькасць цэлых рашэнняў няроўнасці

$$\frac{x^2 + 6x}{6} - \frac{2x + 3}{2} \leq 12.$$

4.83. У рамках рэспубліканскай акцыі па добраўпарадкаванні і азеляненні тэрыторый «Кветкі добра» вучні стваралі праекты кветнікаў. Група васьмікласнікаў высаджвала кветкі ў гарадскім парку 4 г, а група сямікласнікаў — 3 г. Разам яны высадзілі 440 кветак. Колькі кветак высадзілі васьмікласнікі, калі за 1 г працы дзве групы разам высадзілі 130 кветак?

§ 20. Уласцівасці і графік функцыі $y = \sqrt{x}$



4.84. Знайдзіце даўжыню стараны квадрата, калі яго плошча роўна:

а) 36 см^2 ; б) 10 дм^2 ; в) $x \text{ м}^2$.

4.85. Знайдзіце значэнне выразу $\sqrt{32} - \sqrt{8} + \sqrt{18}$.

4.86. Параўнайце $\sqrt{1\frac{9}{16}}$ і $2\sqrt{0,25}$.



Залежнасць паміж дзвюма зменнымі велічынямі, пры якой кожнаму значэнню адной зменнай велічыні x з мноства неадмоўных лікаў ставіцца ў адпаведнасць значэнне $\sqrt{x}$, задае функцыю $y = \sqrt{x}$.

Разгледзім уласцівасці і графік функцыі $y = \sqrt{x}$.

1. Абсяг вызначэння функцыі. Паколькі па азначэнні квадратнага кораня з ліку $(\sqrt{x})^2 = x$, а $(\sqrt{x})^2 \geq 0$, то аргумент x прымае толькі неадмоўныя значэнні, г. зн. $D = [0; +\infty)$.

2. Мноства значэнняў функцыі. Па азначэнні арыфметычны квадратны карань з ліку ёсць неадмоўны лік, г. зн. мноствам значэнняў функцыі $y = \sqrt{x}$ з'яўляецца мноства неадмоўных лікаў: $E(y) = [0; +\infty)$.

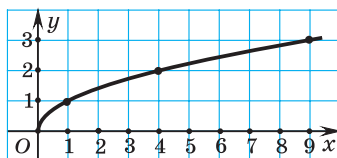
3. Нулі функцыі. Паколькі $y = 0$, г. зн. $\sqrt{x} = 0$, пры $x = 0$, то значэнне $x = 0$ з'яўляецца нулём функцыі.

Тры разгледжаныя ўласцівасці дазваляюць сцвярджаць, што графік функцыі $y = \sqrt{x}$ ляжыць у першай каардынатнай чвэрці і праходзіць праз пачатак каардынат.

4. Прамежкі знакапастаянства функцыі. $y > 0$ пры ўсіх $x \in (0; +\infty)$.

5. Графік функцыі $y = \sqrt{x}$. Для пабудовы графіка функцыі $y = \sqrt{x}$ складзём табліцу значэнняў функцыі, якія адпавядаюць некаторым значэнням аргумента.

x	0	1	4	9
y	0	1	2	3



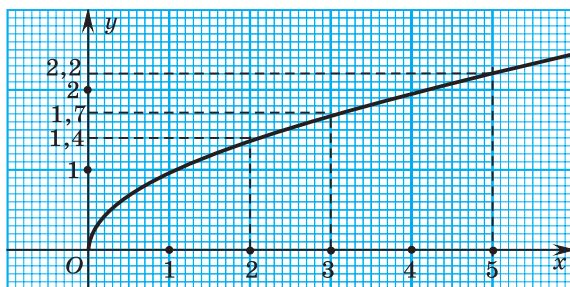
Рыс. 103

Злучым пункты плаўнай лініяй, атрымаем графік функцыі $y = \sqrt{x}$ (рыс. 103).

6. Прамежкі манатоннасці функцыі. З павелічэннем значэнняў аргумента x значэнні функцыі $y = \sqrt{x}$ павялічваюцца, значыць, функцыя $y = \sqrt{x}$ нарастае для ўсіх $x \in [0; +\infty)$.

 Уласцівасці функцыі $y = \sqrt{x}$	
1. Знайдзіце значэнне функцыі $y = \sqrt{x}$, калі: а) $x = 0,04$; б) $x = 1,21$; в) $x = 4,84$; г) $x = 1225$.	а) Падставім значэнне $x = 0,04$ у формулу $y = \sqrt{x}$, атрымаем $y = \sqrt{0,04} = 0,2$; б) $y = \sqrt{1,21} = 1,1$; в) $y = \sqrt{4,84} = 2,2$; г) $y = \sqrt{1225} = 35$.
2. Функцыя зададзена формулай $f(x) = \sqrt{x}$. Параўнайце: а) $f(8,35)$ і $f(5,35)$; б) $f(41,06)$ і $f(42,06)$.	а) Паколькі функцыя $y = \sqrt{x}$ нарастае на прамежку $[0; +\infty)$, то з таго, што $8,35 > 5,35$, вынікае, што $f(8,35) > f(5,35)$. б) Паколькі $41,06 < 42,06$ і функцыя $y = \sqrt{x}$ нарастальная для $x \in [0; +\infty)$, то $f(41,06) < f(42,06)$.

Графік функцыі $y = \sqrt{x}$	
3. Ці належыць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$ пункт з каардынатамі: а) (1; 1); б) (16; 4); в) (1; -1); г) (16; -4)?	а) Падставім каардынаты пункта (1; 1) ва ўраўненне $y = \sqrt{x}$, атрымаем $\sqrt{1} = 1$. Гэта роўнасць правільная, значыць, пункт (1; 1) належыць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$. б) Роўнасць $\sqrt{16} = 4$ правільная, значыць, пункт (16; 4) належыць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$. в) Роўнасць $\sqrt{1} = -1$ няправільная, значыць, пункт (1; -1) не належыць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$. г) Роўнасць $\sqrt{16} = -4$ няправільная, значыць, пункт (16; -4) не належыць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$.
4. Выкарыстаўшы графік функцыі $y = \sqrt{x}$ на адрэзку $[0; 5]$ (рыс. 104), знайдзіце прыбліжаныя значэнні $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$.	Па значэннях абсцыс пунктаў знойдзем прыбліжаныя значэнні ардынат пунктаў графіка: $\sqrt{2} \approx 1,4$, $\sqrt{3} \approx 1,7$, $\sqrt{5} \approx 2,2$.



Рыс. 104



1. Выберите функции, абсягам вызначэння якіх з'яўляюцца ўсе рэчаісныя лікі:

- а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = x^3$; в) $y = \frac{k}{x}$; г) $y = |x|$.

2. Выберите функции, якія пры ўсіх значэннях x з абсягу вызначэння прымаюць неадмоўныя значэнні:

- а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = x^3$; в) $y = \frac{k}{x}$; г) $y = |x|$.



4.87. Для функцыі $f(x) = \sqrt{x}$ знайдзіце $f(0)$; $f(4)$; $f(0,25)$; $f(49)$; $f(6400)$.

4.88. Сярод лікаў 9; -3; 0; -1,25; 12,3; 8 выберыце тыя, што не належаць абсягу вызначэння функцыі $y = \sqrt{x}$.

4.89. Знайдзіце значэнне аргумента, пры якім значэнне функцыі $y = \sqrt{x}$ роўна 0; 1; 2,5; $\sqrt{7}$; $2\sqrt{5}$. Ці можа дадзеная функцыя прымаць значэнне, роўнае -8?

4.90. Выберите пункты, праз якія праходзіць графік функцыі $y = \sqrt{x}$:

- а) $A(36; 6)$; б) $B(0,25; 0,5)$; в) $C(1; -1)$;
г) $D(0,01; 0,1)$; д) $E(144; -12)$; е) $F(5; \sqrt{5})$.

Вызначыце, якія з дадзеных пунктаў размешчаны ніжэй за графік функцыі $y = \sqrt{x}$, а якія вышэй. Запішыце каардынаты яшчэ якіх-небудзь двух пунктаў, што належаць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$.

4.91. Функцыя зададзена формулай $f(x) = \sqrt{x}$. Параўнайце:

- а) $f(6)$ і $f(11)$; б) $f(29,18)$ і $f(31,9)$.

4.92. Выкарыстаўшы ўласцівасці функцыі $f(x) = \sqrt{x}$, параўнайце лікі:

- а) $\sqrt{37}$ і $\sqrt{35}$; б) $\sqrt{24}$ і 5; в) $5\sqrt{3}$ і $4\sqrt{5}$.

4.93. Размясціце ў парадку нарастання лікі:

- а) $\sqrt{17}$; $3\sqrt{2}$; 4; б) $5\sqrt{2}$; $4\sqrt{3}$; $\sqrt{42}$.

4.94. Знайдзіце які-небудзь рацыянальны лік, што змяшчаецца паміж лікамі $\sqrt{5}$ і $\sqrt{6}$.

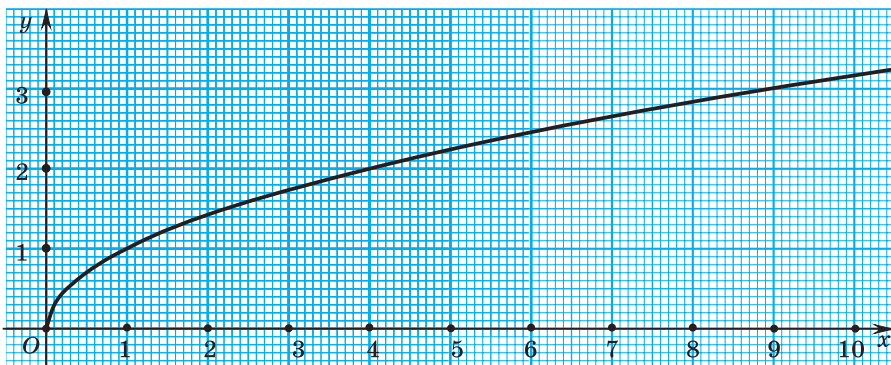
4.95. Паміж якімі паслядоўнымі цэлымі лікамі змяшчаецца лік $-\sqrt{18}$?

4.96. Вызначыце, ці перасякаецца графік функцыі $y = \sqrt{x}$ з прамой:

- а) $y = 2$; б) $y = 1,5$; в) $y = -3$;
 г) $y = 0$; д) $y = \sqrt{5}$; е) $y = -\sqrt{2}$.

Калі перасякаецца, то знайдзіце каардынаты пункта перасячэння.

4.97. Выкарыстаўшы графік функцыі $y = \sqrt{x}$ (рыс. 105), знайдзіце прыбліжаныя значэнні $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{10}$.



Рыс. 105

4.98. Выберыце прамыя, якія перасякае графік функцыі $y = \sqrt{x}$:

- а) $y = 3x$; б) $y = -x + 2$;
 в) $y = 2x + 5$; г) $y = -4x - 3$.

4.99. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый і знайдзіце каардынаты іх агульных пунктаў:

- а) $y = \sqrt{x}$ і $y = \frac{8}{x}$; б) $y = \sqrt{x}$ і $y = x - 2$.

4.100. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$ і $y = x$. Знайдзіце каардынаты агульных пунктаў пабудаваных графікаў. Параўнайце ўласцівасці функцый $y = \sqrt{x}$ і $y = x^2$.

4.101. Сярод функцый $y = \sqrt{x}$; $y = |x|$; $y = x^3$ і $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$, выберыце функцыі:

- а) нулём якіх з'яўляецца $x = 0$;
 б) якія нарастаюць пры $x \in (0; +\infty)$;
 в) значэнні якіх адмоўныя пры $x < 0$.

 **4.102.** Параўнайце значэнні функцыі $y = \sqrt{x}$ пры $x = \left(\frac{5}{\sqrt{6}+1}\right)^2$ і $x = 7 - 2\sqrt{6}$.

 **4.103.** Дадзены функцыі $f(x) = \sqrt{x}$ і $g(x) = |x|$. Знайдзіце значэнне выразу:

- а) $f(g(-25))$; б) $g(f(0,36))$.



4.104. Знайдзіце значэнні функцыі $y = \sqrt{x}$ пры значэнні аргумента, роўным 1; 25; 2,56.

4.105. Для функцыі $f(x) = \sqrt{x}$ знайдзіце значэнне аргумента, пры якім $f(x) = 12$; $f(x) = 0,8$; $f(x) = 3\sqrt{2}$.

4.106. Выберыце пункты, якія належаць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$:

- а) $A(0; 0)$; б) $B(16; -4)$; в) $C(-100; 10)$;
г) $D(0,81; 0,9)$; д) $E(8; 2\sqrt{2})$; е) $K(\sqrt{6}; 36)$.

4.107. Дадзена функцыя $f(x) = \sqrt{x}$. Размясціце ў парадку нарастання $f(2)$; $f(5)$; $f(0,1)$ і $f(3,8)$.

4.108. Выкарыстаўшы ўласцівасці функцыі $y = \sqrt{x}$, параўнайце лікі:

- а) $\sqrt{11}$ і $\sqrt{13}$; б) $\sqrt{37}$ і 6; в) $2\sqrt{6}$ і $4\sqrt{7}$.

4.109. Размясціце ў парадку спадання лікі 7; $3\sqrt{5}$; $\sqrt{47}$.

4.110. Знайдзіце два паслядоўныя цэлыя лікі, паміж якімі змяшчаецца лік $\sqrt{95}$.

4.111. Вызначыце, ці перасякаецца графік функцыі $y = \sqrt{x}$ з прамой:

- а) $y = 1$; б) $y = \frac{1}{3}$; в) $y = -7$; г) $y = \sqrt{13}$.

Калі перасякаецца, то знайдзіце каардынаты пункта перасячэння.

4.112. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = \sqrt{x}$ і $y = x - 6$. Знайдзіце каардынаты іх агульнага пункта.



4.113. За 800 г цукерак заплацілі 9 р. 60 к. Колькі грамаў такіх жа цукерак можна купіць на 3 р.?

4.114. Рашыце сістэму няроўнасцей
$$\begin{cases} x^2 - 6x - 7 \geq 0, \\ 2 - 3x > 0. \end{cases}$$

4.115. Запішыце ў выглядзе здабытку:

а) $(y + 2)^2 - 2y(y + 2)$; б) $-3y^2 + 10y - 3$.

4.116. Выканайце дзеянні і запішыце вынік у стандартным выглядзе:

а) $13\,000^2$; б) $0,004^3$; в) 5000^{-4} .

Выніковая самаацэнка

Пасля вывучэння дадзенага раздзела я павінен:

- ведаць уласцівасці функцыі $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$;
- умець будаваць графік функцыі $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$, для розных значэнняў k ;
- выкарыстоўваць уласцівасці функцыі $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$, пры рашэнні задач;
- ведаць уласцівасці функцыі $y = x^3$, умець будаваць графік гэтай функцыі;
- выкарыстоўваць уласцівасці функцыі $y = x^3$ пры рашэнні задач;
- ведаць уласцівасці функцыі $y = \sqrt{x}$, умець будаваць яе графік;
- выкарыстоўваць уласцівасці функцыі $y = \sqrt{x}$ пры рашэнні задач;
- ведаць уласцівасці функцыі $y = |x|$, умець будаваць яе графік;
- выкарыстоўваць уласцівасці функцыі $y = |x|$ і яе графік пры рашэнні задач.

Я правяраю свае веды

1. Устаноўце адпаведнасць паміж графікам функцыі (рыс. 106) і яе запісам пры дапамозе формулы:

а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = x^3$; в) $y = |x|$; г) $y = \frac{3}{x}$.

Як называецца функцыя выгляду $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$? Як называецца графік гэтай функцыі?

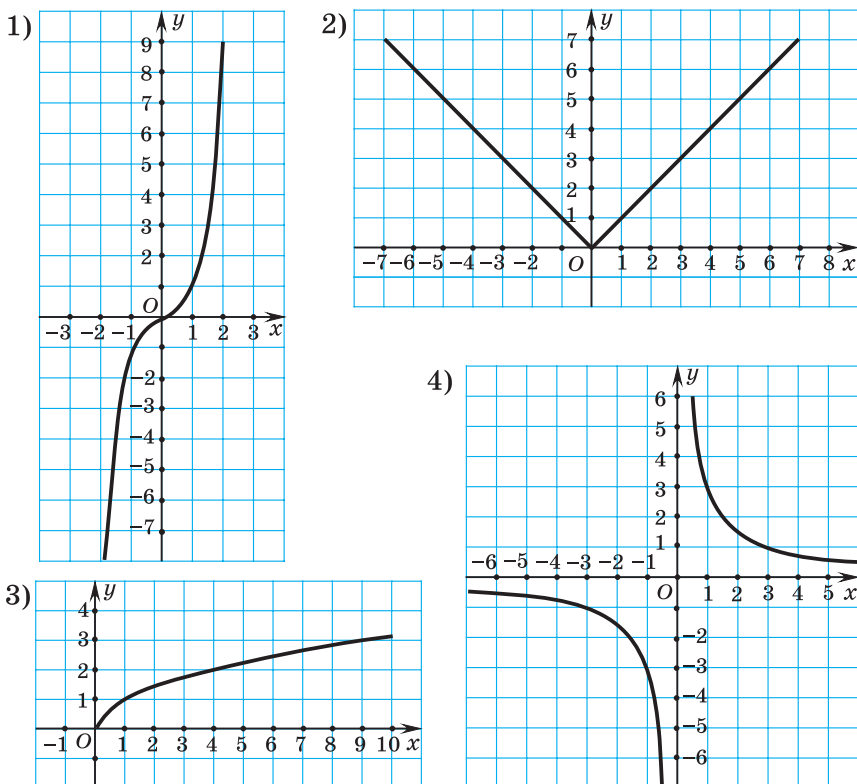


Рис. 106

2. Выберите функции, графикам яких належить пункт $A(-2; 2)$:

- а) $f(x) = |x|$; б) $f(x) = \sqrt{x}$;
в) $f(x) = -\frac{4}{x}$; г) $f(x) = x^3$.

3. Знайдіть $f(9)$ для функції:

- а) $f(x) = |x|$; б) $f(x) = \sqrt{x}$;
в) $f(x) = -\frac{18}{x}$; г) $f(x) = x^3$.

4. Знайдіть усі значення аргумента, при яких виконається рівність $g(x) = 8$, калі:

- а) $g(x) = |x|$; б) $g(x) = \sqrt{x}$;
в) $g(x) = \frac{24}{x}$; г) $g(x) = x^3$.

5. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = \frac{8}{x}$ і $y = \sqrt{x}$, знайдзіце каардынаты іх агульнага пункта.

Ці маюць агульныя пункты графікі функцый:

а) $y = \frac{8}{x}$ і $y = -\frac{5}{x}$; б) $y = \frac{8}{x}$ і $y = -2x$?

Ці можна адказаць на гэта пытанне, не выконваючы пабудову графікаў?

6. Для кожнай з функцый $f(x) = |x|$; $f(x) = \sqrt{x}$; $f(x) = \frac{k}{x}$, $k < 0$, і $f(x) = x^3$ назавіце: а) абсяг вызначэння функцыі; б) мноства значэнняў функцыі; в) нулі функцыі; г) прамежкі знакапастаянства функцыі; д) прамежкі манатоннасці функцыі.

7. Размясціце ў парадку нарастання $f(5,12)$; $f(13,7)$; $f(9,29)$, калі:

а) $f(x) = |x|$; б) $f(x) = \sqrt{x}$;

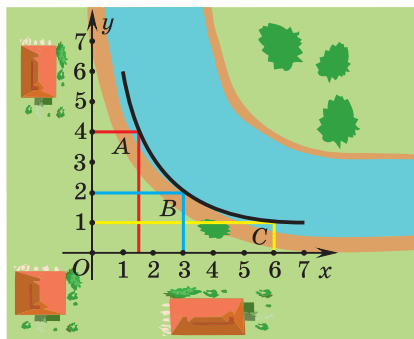
в) $f(x) = \frac{k}{x}$, $k > 0$; г) $f(x) = x^3$.

8. Вылічыце $f(-1,2) + f(1,2) + g(7,8) + g(-7,8) + h(9,5) - h(-9,5)$, калі $f(x) = \frac{79}{x}$, $g(x) = x^3$, $h(x) = |x|$.

9. Параўнайце $f\left(\frac{36}{8-2\sqrt{7}}\right)$ і $f(8-2\sqrt{7})$, калі $f(x) = \sqrt{x}$.

10. Задайце формулай адваротную прапарцыянальнасць, графік якой праходзіць праз адзін з пунктаў перасячэння графікаў функцый $y = |x|$ і $y = x^3$.

Практычная матэматыка



Рыс. 107

1. Рака абгінае садовае таварыства так, як паказана на рысунку 107. Дачнікам прапануецца зрабіць зону адпачынку на адным з трох участкаў. Пры выбары сярод прапанаваных варыянтаў участка максімальнай плошчы меркаванні падзяліліся. Якое рашэнне прапануеце вы?

2. Пасціла прадаецца ў выглядзе кубікаў з кантамі 4 см і 8 см. Васымікласнік выбраў два кубікі з кантамі 4 см, а яго старэйшая сястра сцвярджае, што лепш купіць адзін кубік з кантамі 8 см. Хто з іх зможа пачаставаць большую колькасць сяброў, падзяліўшы купленыя кубікі на меншыя, з кантамі 2 см?

Займальная матэматыка

Даследуем, абагульняем, робім высновы

Даследчае заданне

- а) Пабудуйце графікі функцый $f_1(x) = 2|x|$; $g_1(x) = 2\sqrt{x}$; $h_1(x) = 2x^3$ і $f_2(x) = 0,5|x|$; $g_2(x) = 0,5\sqrt{x}$; $h_2(x) = 0,5x^3$.
- б) Абагульніце атрыманыя вынікі для функцый выгляду $f(x) = k|x|$; $g(x) = k\sqrt{x}$ і $h(x) = kx^3$, дзе $k \neq 0$.

Рыхтуемся да алімпіяд

1. Назва аднаго з гарадоў Беларусі зашыфравана пры дапамозе некаторага кода: -14 -10 -15 -19 -12. Расшыфруйце гэта слова.

2. Лік x такі, што сярод чатырох лікаў $x - \sqrt{2}$; $x^2 - 2\sqrt{2}$; $x + \frac{1}{x}$ і $x - \frac{1}{x}$ роўна адзін не з'яўляецца цэлым. Знайдзіце ўсе такія x .