

§ 3. Свойства квадратных корней



1.93. Найдите значение выражения:

а) $0,5^6 \cdot 2^6$; б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-7} \cdot 3^{-7}$; в) $\frac{6^5}{12^5}$.

1.94. Вычислите: $|-12| + |5,5| - |-0,7|$.

1.95. При каких значениях a верно равенство:

а) $|a| = a$; б) $|-a| = -a$?



Рассмотрим задачи. 1) Какова сторона участка газона квадратной формы, если его площадь равна площади прямоугольного участка со сторонами a и b (рис. 12)?

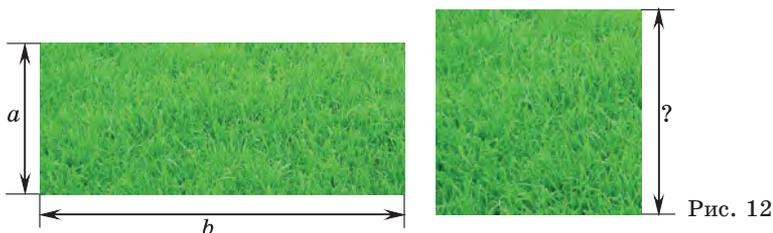


Рис. 12

Поскольку по условию задачи площадь квадрата равна площади прямоугольника, т. е. равна произведению a и b , то сторона квадрата равна \sqrt{ab} .

2) ОАО «Керамин» (г. Минск) выпускает более 100 коллекций плитки. Новоселы выбрали квадратную плитку трех видов: со стороной a , со стороной b , а также плитку большего размера, площадь которой равна сумме площадей плиток первых двух видов (рис. 13). Какова сторона большой квадратной плитки?

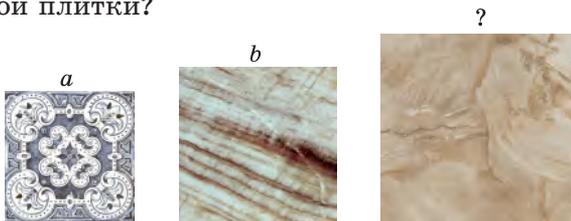


Рис. 13

Площадь большой плитки равна $a^2 + b^2$, а сторона плитки равна $\sqrt{a^2 + b^2}$.

Решение многих задач приводит к выражениям, содержащим под знаком корня сумму, произведение и другие выражения. Выражения, стоящие под знаком корня, называются **подкоренными**.

Например, для корней $\sqrt{2,25}$, \sqrt{ab} , $\sqrt{a^2 + b^2}$, $\sqrt{4a^2 + 4ab + b^2}$ подкоренными выражениями соответственно являются $2,25$, ab , $a^2 + b^2$, $4a^2 + 4ab + b^2$.

$$\sqrt{a},$$

a — подкоренное выражение,
 $a \geq 0$

Подкоренные выражения принимают только неотрицательные значения.

Например, выражения $\sqrt{-25}$ и $\sqrt{-a^2 - 1}$ не имеют смысла, так как корня из отрицательного числа не существует во множестве действительных чисел.

По определению арифметического квадратного корня, если $\sqrt{a} = x$, то $x^2 = a$, значит, $(\sqrt{a})^2 = x^2 = a$, т. е. $(\sqrt{a})^2 = a$.

$$(\sqrt{a})^2 = a, \text{ где } a \geq 0$$

Например, $(\sqrt{25})^2 = 25$;

$$(\sqrt{3,59})^2 = 3,59;$$

$$\left(\sqrt{2\frac{6}{19}}\right)^2 = 2\frac{6}{19}.$$

$$(\sqrt{2})^2 = 2$$

$$(\sqrt{0,7})^2 = 0,7$$

$$(3\sqrt{5})^2 = 3^2 \cdot (\sqrt{5})^2 = 9 \cdot 5 = 45$$

Для вычисления значений корней и выполнения действий с корнями применяются свойства.

Свойство 1. Квадратный корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению корней из этих множителей.

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b},$$

где $a \geq 0$,
 $b \geq 0$

Докажем это свойство для корня из произведения двух множителей.

Доказательство. Пусть $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = t$. Покажем, что $\sqrt{ab} = t$, т. е. 1) $t \geq 0$ и 2) $t^2 = ab$.

1) По определению арифметический квадратный корень из числа есть число неотрицательное, значит, $\sqrt{a} \geq 0$ и $\sqrt{b} \geq 0$, а так как произведение двух неотрицательных множителей есть число неотрицательное, то $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$, значит, $t \geq 0$.

2) По свойству степени с целым показателем получим:
 $t^2 = (\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab$.

Таким образом, $t \geq 0$ и $t^2 = ab$, значит, $\sqrt{ab} = t$. Так как $t = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, то $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

Пример 1. Вычислите:

$$\sqrt{144 \cdot 625}.$$

Решение.

$$\begin{aligned}\sqrt{144 \cdot 625} &= \sqrt{144} \cdot \sqrt{625} = \\ &= 12 \cdot 25 = 300.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{36 \cdot 25} &= \sqrt{36} \cdot \sqrt{25} = \\ &= 6 \cdot 5 = 30 \\ \sqrt{0,04 \cdot 81} &= \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{81} = \\ &= 0,2 \cdot 9 = 1,8\end{aligned}$$

Свойство 2. Квадратный корень из частного равен частному корней из делимого и делителя, если делимое — неотрицательное число, а делитель — положительное.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}},$$

где $a \geq 0, b > 0$

Доказательство этого свойства аналогично предыдущему. Проведите его самостоятельно.

Пример 2. Вычислите: $\sqrt{\frac{1225}{0,25}}$.

Решение. $\sqrt{\frac{1225}{0,25}} = \frac{\sqrt{1225}}{\sqrt{0,25}} = \frac{35}{0,5} = 70.$

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{169}{25}} &= \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{25}} = \frac{13}{5} = 2,6 \\ \sqrt{\frac{0,04}{36}} &= \frac{\sqrt{0,04}}{\sqrt{36}} = \frac{0,2}{6} = \frac{1}{30}\end{aligned}$$



Свойства квадратных корней применяются как слева направо, так и справа налево:

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}, \text{ где } a \geq 0, b \geq 0; \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}, \text{ где } a \geq 0, b > 0.$$

Пример 3. Вычислите:

а) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$; б) $\frac{\sqrt{0,5}}{\sqrt{2}}$.

Решение.

а) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12 \cdot 3} = \sqrt{36} = 6$;

б) $\frac{\sqrt{0,5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{0,5}{2}} = \sqrt{0,25} = 0,5.$

$$\sqrt{32} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{32 \cdot 2} = \sqrt{64} = 8$$

$$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3$$

Свойство 3. Квадратный корень из квадрата числа равен модулю этого числа.

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

Доказательство. По определению модуля

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0; \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

Если $a \geq 0$, то по определению квадратного корня из числа:

$$\sqrt{a^2} = a, \text{ так как } a \geq 0 \text{ и } a^2 = a^2.$$

Если $a < 0$, то по определению квадратного корня из числа:

$$\sqrt{a^2} = -a, \text{ так как } -a > 0 \text{ и } (-a)^2 = a^2.$$

$$\text{Получили } \sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0; \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

Таким образом, $\sqrt{a^2} = |a|$.

$$\text{Например, } \sqrt{6^2} = |6| = 6;$$

$$\sqrt{(-8)^2} = |-8| = 8;$$

$$\sqrt{25m^2} = |5m| = 5|m|; \quad \sqrt{\frac{c^2}{9}} = \frac{|c|}{3}.$$

$$\sqrt{11^2} = |11| = 11$$

$$\sqrt{(-13)^2} = |-13| = 13$$

$$\sqrt{36a^2} = |6a| = 6|a|$$

$$\sqrt{\frac{x^2}{49}} = \frac{|x|}{7} = \frac{|x|}{7}$$



Квадратный корень из произведения

1. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{0,0625 \cdot 1,44}$;

б) $\sqrt{104^2 - 40^2}$;

в) $\sqrt{27 \cdot 75}$.

а) $\sqrt{0,0625 \cdot 1,44} =$

$$= \sqrt{0,0625} \cdot \sqrt{1,44} =$$

$$= 0,25 \cdot 1,2 = 0,3;$$

б) $\sqrt{104^2 - 40^2} =$

$$= \sqrt{(104 + 40)(104 - 40)} =$$

$$= \sqrt{144 \cdot 64} = \sqrt{144} \cdot \sqrt{64} =$$

$$= 12 \cdot 8 = 96;$$

в) $\sqrt{27 \cdot 75} = \sqrt{9 \cdot 3 \cdot 25 \cdot 3} =$

$$= \sqrt{9^2 \cdot 25} = 9 \cdot 5 = 45.$$

2. Вычислите:

а) $\sqrt{1,5} \cdot \sqrt{6}$;

б) $\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{1,6} \cdot \sqrt{100}$.

а) $\sqrt{1,5} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{1,5 \cdot 6} = \sqrt{9} = 3;$

б) $\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{1,6} \cdot \sqrt{100} =$

$$= \sqrt{0,1 \cdot 1,6 \cdot 100} = \sqrt{16} = 4.$$

| Квадратный корень из частного | |
|---|---|
| <p>3. Найдите значение выражения:</p> <p>а) $\sqrt{\frac{5625}{0,09}}$;</p> <p>б) $\sqrt{\frac{0,0036}{0,25}}$.</p> | <p>а) $\sqrt{\frac{5625}{0,09}} = \frac{\sqrt{5625}}{\sqrt{0,09}} = \frac{75}{0,3} = 250$;</p> <p>б) $\sqrt{\frac{0,0036}{0,25}} = \frac{\sqrt{0,0036}}{\sqrt{0,25}} = \frac{0,06}{0,5} = \frac{6}{50} = \frac{3}{25}$.</p> |
| <p>4. Вычислите:</p> <p>а) $\frac{\sqrt{0,63}}{\sqrt{0,07}}$;</p> <p>б) $\frac{\sqrt{0,1}}{\sqrt{0,729}}$.</p> | <p>а) $\frac{\sqrt{0,63}}{\sqrt{0,07}} = \sqrt{\frac{0,63}{0,07}} = \sqrt{9} = 3$;</p> <p>б) $\frac{\sqrt{0,1}}{\sqrt{0,729}} = \sqrt{\frac{0,1}{0,729}} = \sqrt{\frac{100}{729}} = \frac{10}{27}$.</p> |
| Квадратный корень из квадрата числа | |
| <p>5. Найдите значение выражения:</p> <p>а) $\sqrt{(-3,47)^2}$;</p> <p>б) $-2 \cdot \sqrt{2,5^2}$;</p> <p>в) $15 : \sqrt{(-3)^2}$.</p> | <p>а) $\sqrt{(-3,47)^2} = -3,47 = 3,47$;</p> <p>б) $-2 \cdot \sqrt{2,5^2} = -2 \cdot 2,5 = -2 \cdot 2,5 = -5$;</p> <p>в) $15 : \sqrt{(-3)^2} = 15 : -3 = 15 : 3 = 5$.</p> |
| <p>6. Упростите выражение:</p> <p>а) $\sqrt{y^2}$, если $y > 0$;</p> <p>б) $\sqrt{p^2}$, если $p < 0$;</p> <p>в) $\sqrt{m^8}$;</p> <p>г) $\sqrt{4a^2 - 4a + 1}$, если $a < \frac{1}{2}$.</p> | <p>а) $\sqrt{y^2} = y$; если $y > 0$, то $y = y$, значит, $\sqrt{y^2} = y$;</p> <p>б) $\sqrt{p^2} = p$; если $p < 0$, то $p = -p$, значит, $\sqrt{p^2} = -p$;</p> <p>в) $\sqrt{m^8} = \sqrt{(m^4)^2} = m^4 = m^4$;</p> <p>г) $\sqrt{4a^2 - 4a + 1} = \sqrt{(2a - 1)^2} = 2a - 1$.</p> <p>Если $a < \frac{1}{2}$, то $2a - 1 = -(2a - 1) = 1 - 2a$, значит, $\sqrt{4a^2 - 4a + 1} = 1 - 2a$.</p> |



1. При каких значениях a и b верно равенство $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$?
2. Верно ли, что $(\sqrt{a})^2 = a$ при любых значениях a ?
3. Верно ли, что $\sqrt{\frac{p}{k}} = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{k}}$?
4. Объясните, почему $\sqrt{(-2)^2} \neq -2$.
5. При каких значениях m верно равенство $\sqrt{m^2} = -m$?



1.96. Найдите значение выражения:

- а) $(\sqrt{49})^2$; б) $(\sqrt{4,5})^2$; в) $(\sqrt{2})^2$;
 г) $(-\sqrt{\frac{7}{9}})^2$; д) $(2\sqrt{3})^2$; е) $(0,1\sqrt{5})^2$.

1.97. Найдите квадрат числа:

- а) $\sqrt{53}$; б) $8\sqrt{2}$; в) $-\sqrt{3,4}$; г) $-3\sqrt{\frac{5}{6}}$.

1.98. Найдите значение выражения:

- а) x^2 при $x = \sqrt{5}$; $-\sqrt{2}$; $5\sqrt{7}$;
 б) $\frac{x^2}{3}$ при $x = \sqrt{3}$; $-2\sqrt{6}$; $4\sqrt{15}$;
 в) $-\frac{1}{7}x^2$ при $x = \sqrt{14}$; $-3\sqrt{7}$; $0,1\sqrt{21}$.

1.99. Найдите значение выражения:

- а) $(\sqrt{7})^2 + (2\sqrt{3})^2$; б) $(6\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{2})^2$.

1.100. Вычислите, используя свойство квадратного корня из произведения:

- а) $\sqrt{49 \cdot 81}$; б) $\sqrt{16 \cdot 121}$; в) $\sqrt{0,36 \cdot 25}$;
 г) $\sqrt{2,25 \cdot 64}$; д) $\sqrt{144 \cdot 1,21}$; е) $\sqrt{9 \cdot 0,25 \cdot 64}$.

1.101. Вычислите рациональным способом:

- а) $\sqrt{1,69 \cdot 0,09 \cdot 0,16}$; б) $\sqrt{0,04 \cdot 1,96 \cdot 225}$;
 в) $\sqrt{0,0001 \cdot 16 \cdot 6,25}$; г) $\sqrt{0,0025 \cdot 3,24 \cdot 36}$.

1.102. Найдите значение выражения, используя свойство квадратного корня из частного:

- а) $\sqrt{\frac{36}{49}}$; б) $\sqrt{\frac{9}{625}}$; в) $\sqrt{\frac{169}{64}}$;
 г) $\sqrt{\frac{10\,000}{121}}$; д) $\sqrt{3\frac{1}{16}}$; е) $\sqrt{2\frac{7}{81}}$.

1.103. Вычислите:

а) $\sqrt{64 \cdot 9} - \sqrt{25 \cdot 81}$; б) $\sqrt{\frac{64}{9}} + \sqrt{\frac{25}{81}}$.

1.104. Сравните значения выражений $\sqrt{x \cdot y}$ и $\sqrt{\frac{x}{y}}$, если:

а) $x = 64, y = 121$; б) $x = -36, y = -0,01$;
в) $x = \frac{4}{9}, y = 1\frac{7}{9}$; г) $x = -0,04, y = -2,56$.

Можно ли найти значения данных выражений, если числа x и y разных знаков?

1.105. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{\frac{0,36 \cdot 25}{49}}$; б) $\sqrt{\frac{1,21}{400 \cdot 0,81}}$;
в) $\sqrt{2\frac{7}{9} \cdot \frac{1}{4}}$; г) $\sqrt{12\frac{1}{4} \cdot 10,24}$.

1.106. Найдите значение произведения, используя свойство корня:

а) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$; б) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$; в) $\sqrt{14,4} \cdot \sqrt{10}$;
г) $\sqrt{80} \cdot \sqrt{0,2}$; д) $\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{2,5}$; е) $\sqrt{0,3} \cdot \sqrt{10,8}$.

1.107. Найдите значение частного, используя свойство корня:

а) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{45}}$; б) $\frac{\sqrt{47}}{\sqrt{4700}}$; в) $\frac{\sqrt{216}}{\sqrt{6}}$;
г) $\frac{\sqrt{14,7}}{\sqrt{0,3}}$; д) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{25,6}}$; е) $\frac{\sqrt{72,2}}{\sqrt{0,2}}$.

1.108. Выполните извлечение квадратного корня:

а) $\sqrt{10 \cdot 250}$; б) $\sqrt{11 \cdot 1100}$; в) $\sqrt{360 \cdot 90}$;
г) $\sqrt{48 \cdot 75}$; д) $\sqrt{63 \cdot 28}$; е) $\sqrt{0,4 \cdot 4,9}$;
ж) $\sqrt{0,8 \cdot 9,8}$; з) $\sqrt{32,4 \cdot 36,1}$; и) $\sqrt{28,8 \cdot 33,8}$.

1.109. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{\frac{8}{27} \cdot \frac{50}{81} \cdot 16\frac{1}{3}}$; б) $\sqrt{\frac{75}{7} \cdot \frac{8}{11} \cdot 1\frac{1}{21}}$.

1.110. Вычислите:

а) $\sqrt{\frac{2}{7}} \cdot \sqrt{\frac{7}{8}}$; б) $\sqrt{2,4} \cdot \sqrt{3\frac{3}{4}}$;
в) $\sqrt{\frac{1}{17}} \cdot \sqrt{2\frac{3}{7}} \cdot \sqrt{7}$; г) $\sqrt{0,375} \cdot \sqrt{10\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{4}{9}}$.

Приведите свой пример, аналогичный выполненным.

1.111. Найдите значение выражения:

- а) $\sqrt{18} : \sqrt{50}$; б) $\sqrt{125} : \sqrt{80}$;
 в) $\sqrt{7,5} : \sqrt{2,7}$; г) $\sqrt{6,3} : \sqrt{17,5}$.

Приведите свой пример, аналогичный выполненным.

1.112. Найдите, во сколько раз число:

- а) $\sqrt{75}$ больше числа $\sqrt{3}$;
 б) $\sqrt{11}$ меньше числа $\sqrt{99}$.

1.113. Вычислите:

- а) $5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$; б) $-8\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}$;
 в) $3\sqrt{11} \cdot (-\sqrt{11})$; г) $6\sqrt{10} \cdot 0,1\sqrt{10}$.

1.114. Определите, являются ли взаимно обратными числа:

- а) $\sqrt{5}$ и $\frac{\sqrt{5}}{5}$; б) $2\sqrt{3}$ и $\frac{1}{\sqrt{12}}$; в) $3\sqrt{2}$ и $-3\sqrt{2}$.

1.115. Найдите значения выражений $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ и $\sqrt{a} : \sqrt{b}$, если:

- а) $a = 32$, $b = 50$; б) $a = 1,8$, $b = 9,8$; в) $a = 1,7$, $b = \frac{5}{34}$.

Подберите такие значения переменных a и b , при которых значения данных выражений равны.

1.116. Найдите значение выражения, используя свойство корня:

- а) $\sqrt{25^2 - 24^2}$; б) $\sqrt{148^2 - 48^2}$; в) $\sqrt{5^2 - 1,4^2}$;
 г) $\sqrt{5,5^2 - 4,4^2}$; д) $\sqrt{0,68^2 - 0,32^2}$; е) $\sqrt{3,73^2 - 2,52^2}$.

1.117. Вычислите:

- а) $5\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$; б) $3\sqrt{8} : \left(\frac{1}{6}\sqrt{2}\right)$;
 в) $5\sqrt{3} \cdot 0,1\sqrt{12}$; г) $2\sqrt{7} : \left(\frac{3}{14}\sqrt{63}\right)$.

1.118. Найдите значение выражения:

- а) $\sqrt{-242 \cdot (-32)}$; б) $\sqrt{2 \cdot (-10) \cdot (-405)}$;
 в) $\sqrt{\frac{-27}{-147}}$; г) $\sqrt{\frac{4 \cdot (-8)}{-50}}$.

1.119. Расположите в порядке убывания значения выражений $(0,01\sqrt{1000})^2$, $\sqrt{1000} : \sqrt{0,1}$ и $\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{1000}$.

1.120. Определите, рациональными или иррациональными числами являются значения выражений a^2 , a^3 и $2a\sqrt{3}$ при $a = -\frac{\sqrt{3}}{4}$.

1.121. Найдите значение выражения:

- а) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$; б) $\sqrt{24} \cdot \sqrt{6} + \sqrt{\frac{5}{9}} \cdot \sqrt{5}$;
 в) $\sqrt{20 \cdot 45} - \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{50}}$; г) $\sqrt{54} : \sqrt{24} + \sqrt{(-48) \cdot (-75)}$.

1.122. Вычислите:

- а) $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{6}}$; б) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{21}}$; в) $\frac{5\sqrt{6}}{\sqrt{24}}$;
 г) $\frac{25\sqrt{3} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{5}}$; д) $\frac{\sqrt{18} \cdot \sqrt{27}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{128}}$; е) $\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{24}} \cdot \sqrt{\frac{3}{26}}$.

1.123. Сравните значения выражений $\sqrt{m^2 - n^2}$ и $m - n$, если:

- а) $m = 45,8$, $n = 44,2$; б) $m = 1\frac{1}{16}$, $n = \frac{1}{2}$.

Верно ли, что выражения $\sqrt{m^2 - n^2}$ и $m - n$ тождественно равны?

1.124. Вычислите:

- а) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{14}}{21}$; б) $\frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10}}{10}$; в) $\frac{5\sqrt{51} \cdot \sqrt{3}}{2\sqrt{17}}$;
 г) $\frac{15\sqrt{19}}{2\sqrt{95} \cdot \sqrt{5}}$; д) $(\sqrt{2})^3 \cdot \sqrt{32}$; е) $(5\sqrt{3})^3 \cdot \sqrt{3}$.

1.125. Найдите значение выражения:

- а) $\sqrt{43^2}$; б) $3 \cdot \sqrt{\left(\frac{4}{11}\right)^2}$; в) $\sqrt{(-29)^2}$;
 г) $10 \cdot \sqrt{(-5,71)^2}$; д) $12 \cdot \sqrt{(-0,2)^2}$; е) $\sqrt{(-6)^2} - \sqrt{15^2}$.

Приведите свои примеры, аналогичные выполненным.

1.126. Упростите выражение:

- а) $\sqrt{x^2}$; б) $\sqrt{(3a)^2}$; в) $\sqrt{16m^2}$; г) $\sqrt{\frac{4c^2}{9}}$.

1.127. Вычислите, если возможно:

- а) $\sqrt{(-5)^2}$; б) $\sqrt{-5^2}$; в) $(\sqrt{-5})^2$.

1.128. Проверьте, верны ли равенства:

- а) $\sqrt{0,3^2} = 0,3$; б) $\sqrt{b^2} = b$; в) $\sqrt{(-7)^2} = -7$;
 г) $\sqrt{(-11)^2} = 11$; д) $\sqrt{m^4} = m^2$; е) $\sqrt{16x^2} = -8x$.

1.129. Подберите несколько значений переменной a , для которых выполняется равенство:

- а) $\sqrt{a^2} = a$; б) $\sqrt{a^2} = -a$.

1.130. Упростите выражение:

- а) $\sqrt{x^2}$, если $x > 0$; б) $\sqrt{b^2}$, если $b < 0$;
 в) $\sqrt{9n^2}$, если $n < 0$; г) $\sqrt{\frac{a^2}{36}}$, если $a \geq 0$;
 д) $-5\sqrt{n^2}$, если $n > 0$; е) $-2\sqrt{25y^2}$, если $y \leq 0$;
 ж) $-\sqrt{\frac{p^2}{100}}$, если $p < 0$; з) $-\sqrt{1\frac{9}{16}k^2}$, если $k \geq 0$.

1.131. Представьте в виде одночлена выражение:

- а) $5a\sqrt{9a^2}$ при $a < 0$; б) $3a^2\sqrt{4a^2}$ при $a \geq 0$;
 в) $-a\sqrt{0,25a^2}$ при $a \leq 0$; г) $-a^3\sqrt{81a^2}$ при $a > 0$.

1.132. Упростите выражение:

- а) $\sqrt{m^6}$, если $m \geq 0$; б) $\sqrt{4y^{10}}$, если $y < 0$;
 в) $\sqrt{n^4}$; г) $\sqrt{\frac{b^8}{25}}$;
 д) $-3\sqrt{0,49n^6}$, если $n > 0$; е) $-7\sqrt{9k^{14}}$, если $k \leq 0$;
 ж) $-\sqrt{\frac{c^{12}}{36}}$; з) $-\sqrt{\frac{16x^{16}}{81}}$.

1.133. Найдите значения переменной, при которых верно равенство:

- а) $\sqrt{a^6} = a^3$; б) $\sqrt{b^{16}} = b^8$;
 в) $\sqrt{c^{10}} = -c^5$; г) $\sqrt{x^{12}} = -x^6$.

1.134. Найдите значение выражения:

- а) $\sqrt{7^6}$; б) $\sqrt{15^2 \cdot 2^8}$; в) $\sqrt{2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^2}$;
 г) $\sqrt{\frac{3^2 \cdot 2^{10}}{5^4}}$; д) $\sqrt{\frac{7^4}{2^8 \cdot 5^6}}$; е) $\sqrt{\frac{13^2 \cdot 5^4}{2^{10}}}$.

1.135. Вычислите:

а) $\sqrt{(-3)^8}$; б) $\sqrt{(-7)^6}$; в) $\sqrt{2^6 \cdot (-10)^2}$;
 г) $\sqrt{\frac{16^4 \cdot (-3)^6}{(-12)^4}}$; д) $\sqrt{\frac{3^2 \cdot (-2)^8}{(-5)^4}}$; е) $\sqrt{\frac{7^4}{(-2)^6 \cdot 5^6}}$.

1.136. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{6,4 \cdot 10^7}$; б) $\sqrt{16,9 \cdot 10^5}$;
 в) $\sqrt{0,9 \cdot 10^{-3}}$; г) $\sqrt{0,025 \cdot 10^{-5}}$.

1.137. Упростите выражение $\sqrt{\frac{1}{9}a^2b^6}$, если a и b — числа:

а) одного знака; б) разных знаков.

1.138. Преобразуйте выражение:

а) $\sqrt{25a^6b^{10}}$, если $a > 0$, $b < 0$; б) $\sqrt{9m^4n^2}$, если $n < 0$;
 в) $-\sqrt{0,36a^8b^{14}}$, если $b \geq 0$; г) $\sqrt{\frac{9a^{10}}{49b^{12}}}$, если $a < 0$.

1.139. Упростите выражение:

а) $\sqrt{(a-7)^2}$ при $a \geq 7$;
 б) $\sqrt{(a+8)^2}$ при $a < -8$;
 в) $\sqrt{(y-3)^2} + \sqrt{(y-5)^2}$ при $3 \leq y \leq 5$;
 г) $\sqrt{(x+4)^2} - \sqrt{(x-1)^2}$ при $x < -4$.

1.140. Представьте в виде многочлена выражение:

а) $\sqrt{(2m-5,4)^2} + 5,4$ при $-1 \leq m \leq 1$;
 б) $\sqrt{(3n-12,1)^2} - 12,1$ при $-5 < n < 4$;
 в) $\sqrt{(2a-1,8)^2} - \sqrt{(3,2a+1,6)^2} - 2a - 1,6$ при $-0,4 \leq a \leq 0,5$;
 г) $\sqrt{(9b-1)^2} + \sqrt{(2b+3,4)^2} - b + 3,4$ при $-2,8 \leq b \leq -1,8$.

 **1.141.** Найдите значение выражения:

а) $(\sqrt{\sqrt{11}})^4$; б) $(\sqrt{3\sqrt{2}})^4$; в) $(\sqrt{2\sqrt{5}})^4$.

 **1.142.** Вычислите:

а) $\sqrt{70 - \sqrt{\frac{44^2 - 26^2}{35}}}$; б) $\sqrt{1\frac{7}{9} \cdot \sqrt{\frac{29}{33^2 - 25^2}}}$.

**1.143.** Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{33^2 + 44^2}$;

б) $\sqrt{666^2 + 888^2}$.

**1.144.** Представьте в виде многочлена выражение:

а) $\sqrt{a^2 - 2ab + b^2}$ при $a < b$;

б) $\sqrt{4m^2 - 4mn + n^2}$ при $n \geq 2m$;

в) $\sqrt{36b^2 + 12b + 1} + \sqrt{b^2 - 10b + 25} - \sqrt{b^2}$ при $-6 \leq b \leq -1$;

г) $\sqrt{49a^2 - 14a + 1} - \sqrt{a^2 - 6a + 9} + \sqrt{25a^2}$ при $1 \leq a \leq 2$.

**1.145.** Постройте график функции:

а) $y = \sqrt{(x - 3)^2}$ при $x \geq 3$;

б) $y = \sqrt{(x + 1)^2}$ при $x \leq -1$;

в) $y = \sqrt{(x - 5)^2} - \sqrt{(x - 1)^2}$ при $1 \leq x \leq 5$.

**1.146.** Вычислите:

а) $(\sqrt{36})^2$;

б) $(\sqrt{8,3})^2$;

в) $(\sqrt{3})^2$;

г) $(\sqrt{\frac{11}{16}})^2$;

д) $(3\sqrt{2})^2$;

е) $(0,1\sqrt{7})^2$.

1.147. Найдите значение выражения:

а) a^2 при $a = \sqrt{7}$; $-\sqrt{11}$; $5\sqrt{2}$;

б) $-\frac{a^2}{5}$ при $a = \sqrt{5}$; $-\sqrt{15}$; $-2\sqrt{10}$.

1.148. Найдите значение выражения:

а) $(\sqrt{5})^2 + (6\sqrt{6})^2$;

б) $(2\sqrt{2})^2 - (7\sqrt{3})^2$.

1.149. Найдите значение выражения, используя свойство квадратного корня:

а) $\sqrt{36 \cdot 16}$;

б) $\sqrt{25 \cdot 0,09}$;

в) $\sqrt{144 \cdot 0,49}$;

г) $\sqrt{0,01 \cdot 0,64 \cdot 121}$;

д) $\sqrt{\frac{25}{64}}$;

е) $\sqrt{\frac{49}{324}}$;

ж) $\sqrt{\frac{289}{100}}$;

з) $\sqrt{3\frac{13}{81}}$.

1.150. Вычислите:

а) $\sqrt{81 \cdot 16} - \sqrt{225 \cdot 4}$; б) $\sqrt{\frac{81}{16}} + \sqrt{\frac{225}{4}}$.

1.151. Сравните значения выражений $\sqrt{m \cdot n}$ и $\sqrt{\frac{n}{m}}$, если:

а) $m = 49$, $n = 25$;

б) $m = 0,04$, $n = 121$;

в) $m = -\frac{1}{4}$, $n = -\frac{1}{9}$.

1.152. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{\frac{64 \cdot 0,49}{81}}$; б) $\sqrt{\frac{1,69}{900 \cdot 0,25}}$;

в) $\sqrt{5 \frac{1}{16} \cdot 9}$; г) $\sqrt{2,25 \cdot \frac{25}{49}}$.

1.153. Вычислите, используя свойства корней:

а) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}$; б) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{24}$; в) $\sqrt{72} \cdot \sqrt{0,5}$;

г) $\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{0,4}$; д) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{80}}$; е) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{75}}$;

ж) $\frac{\sqrt{128}}{\sqrt{2}}$; з) $\frac{\sqrt{700}}{\sqrt{7}}$; и) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{972}}$.

1.154. Выполните извлечение квадратного корня:

а) $\sqrt{250 \cdot 640}$; б) $\sqrt{18 \cdot 50}$;

в) $\sqrt{0,9 \cdot 2,5}$; г) $\sqrt{12,1 \cdot 28,9}$.

1.155. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{\frac{5}{19}} \cdot \sqrt{\frac{19}{45}}$; б) $\sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{17 \frac{6}{7}} \cdot \sqrt{4,2}$.

1.156. Вычислите:

а) $\sqrt{48} : \sqrt{75}$; б) $\sqrt{6,8} : \sqrt{15,3}$.

1.157. Найдите значение выражения:

а) $8\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$; б) $-6\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}$;

в) $-\sqrt{13} \cdot 4\sqrt{13}$; г) $5\sqrt{7} \cdot (-0,2\sqrt{7})$.

1.158. Найдите значение выражения, используя рациональный способ решения:

а) $\sqrt{41^2 - 40^2}$; б) $\sqrt{178^2 - 78^2}$;

в) $\sqrt{8,2^2 - 1,8^2}$; г) $\sqrt{6,5^2 - 5,2^2}$.

1.159. Вычислите:

а) $7\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}$; б) $5\sqrt{7} : \left(\frac{1}{7}\sqrt{28}\right)$; в) $4\sqrt{8} \cdot 0,01\sqrt{18}$.

1.160. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{-32 \cdot (-162)}$; б) $\sqrt{\frac{-2 \cdot 40}{-245}}$.

1.161. Найдите значение выражения:

а) $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{24}} + \sqrt{32 \cdot 50}$; б) $\sqrt{-27 \cdot (-108)} - \sqrt{45} : \sqrt{125}$.

1.162. Вычислите:

а) $\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{32}}$; б) $\frac{6\sqrt{7} \cdot \sqrt{21}}{\sqrt{3}}$; в) $\frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{48} \cdot \sqrt{5}}$.

1.163. Сравните значения выражений $\sqrt{a^2 - b^2}$ и $a - b$, если:

а) $a = 117, b = 108$; б) $a = 24,5, b = 19,6$.

1.164. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{31^2}$; б) $6 \cdot \sqrt{\left(\frac{2}{9}\right)^2}$;
в) $\sqrt{(-13)^2}$; г) $5 \cdot \sqrt{(-3,62)^2}$.

1.165. Упростите выражение:

а) $\sqrt{y^2}$; б) $\sqrt{(7a)^2}$; в) $\sqrt{25n^2}$; г) $\sqrt{\frac{16x^2}{81}}$.

1.166. Упростите выражение:

а) $\sqrt{c^2}$, если $c > 0$; б) $\sqrt{y^2}$, если $y < 0$;
в) $\sqrt{25a^2}$, если $a \geq 0$; г) $\sqrt{\frac{x^2}{9}}$, если $x < 0$;
д) $-2\sqrt{m^2}$, если $m > 0$; е) $-5\sqrt{4c^2}$, если $c \leq 0$;
ж) $-\sqrt{\frac{n^2}{25}}$, если $n > 0$; з) $-\sqrt{2\frac{1}{4}b^2}$, если $b > 0$.

1.167. Представьте в виде одночлена выражение:

а) $\sqrt{a^{18}}$, если $a > 0$; б) $\sqrt{9b^6}$, если $b \leq 0$;
в) $-2\sqrt{4n^{18}}$, если $n \leq 0$; г) $-6\sqrt{0,01m^{10}}$, если $m \geq 0$;
д) $\sqrt{k^8}$; е) $-\sqrt{\frac{x^{16}}{25}}$;
ж) $\sqrt{\frac{c^4}{49}}$; з) $-\sqrt{\frac{36y^{20}}{121}}$.

1.168. Вычислите, используя свойство корня:

а) $\sqrt{5^6}$; б) $\sqrt{(-2)^8}$; в) $\sqrt{3^4 \cdot (-15)^2}$; г) $\sqrt{\frac{7^2 \cdot (-2)^8}{14^4}}$.

1.169. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{3,6 \cdot 10^{-5}}$; б) $\sqrt{0,049 \cdot 10^7}$.

1.170. Упростите выражение $\sqrt{\frac{4}{25}m^4n^{10}}$, если:

а) $n \geq 0$; б) $n < 0$.

Объясните, почему знак значения данного выражения не зависит от знака переменной m .

1.171. Представьте в виде многочлена выражение:

а) $\sqrt{(a-4)^2}$ при $a > 4$;

б) $\sqrt{(b+2)^2}$ при $b < -2$;

в) $\sqrt{(3b+10,2)^2} + 10,2$ при $-3 \leq b \leq 3$;

г) $\sqrt{(2a-6,4)^2} - 2a + 3,2$ при $1 \leq a \leq 3$.

 **1.172.** Упростите выражение:

а) $\sqrt{x^2 - 6xy + 9y^2}$ при $x < 3y$;

б) $\sqrt{b^2 - 10b + 25} + \sqrt{b^2 + 14b + 49}$ при $-5,8 < b < 4,4$.

 **1.173.** Постройте график функции:

а) $y = \sqrt{(x-2)^2}$ при $x \geq 2$; б) $y = \sqrt{x^2 + 6x + 9}$ при $x \leq -3$.



1.174. Используя данные рисунка 14, выберите верное утверждение:

а) $a > 0$;

б) $a < 0$;

в) $a = 0$.

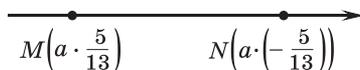


Рис. 14

1.175. Выполните действия: $-2 \cdot 3^{-2} + 5^0$.

1.176. Решите неравенство $(x+7)(x-7) \geq x^2 + 5x - 49$.

1.177. Постройте график уравнения $3x + y = 2$.

1.178. Разложите на множители $3a(b-4c) - b + 4c$.

1.179. Представьте трехчлен в виде квадрата двучлена:

а) $a^2 - 10a + 25$;

б) $9x^4 + 6x^2 + 1$;

в) $4m^2 - 20mn + 25n^2$;

г) $0,01a^6 + 0,4a^3 + 4$.

1.180. Решите систему уравнений $\begin{cases} x + 4y = 9, \\ 3x + 7y = 2 \end{cases}$ способом подстановки.

1.181. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x + 8y = -18, \\ 5x - 18y = 64 \end{cases}$ способом сложения.

1.182. Туристы отправились в поход на Браславские озера. Часть пути они проехали на поезде, часть — на автобусе и еще часть — прошли пешком, преодолев в общей сложности 195 км. Путь, который туристы проехали на автобусе, оказался на 15 км длиннее пути, пройденного пешком, и составил 20 % пути, преодоленного на поезде. Сколько километров туристы прошли пешком?

1.183. Что выгоднее: 40 %-я скидка на товар или акция «Купи два товара и получи третий в подарок»?

§ 4. Применение свойств квадратных корней



1.184. Найдите значение выражения $\frac{3}{7} \cdot 0,179 + \frac{3}{7} \cdot 0,821$.

1.185. Упростите выражение $-0,5ab + 1,2a^2 + 4,5ab - 1,2a^2$.

1.186. Разложите на множители $4a^2 + 4a + 1 - (3a + 5)^2$.



Вынесение множителя за знак корня

Преобразуем выражение $\sqrt{49 \cdot 2}$, применив к нему свойство корня из произведения: $\sqrt{49 \cdot 2} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{2} = 7 \cdot \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$. В результате преобразований получили произведение двух множителей: 7 и $\sqrt{2}$. В таком случае говорят, что множитель 7 вынесли за знак корня.

Вынесем множитель за знак корня в выражении $\sqrt{45}$. Для этого число 45 представим в виде произведения двух множителей, один из которых является квадратом некоторого выражения: $\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$. Говорят, что множитель 3 вынесли за знак корня.

$$\begin{aligned} \sqrt{18} &= \sqrt{9 \cdot 2} = \\ &= \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2} \\ \sqrt{125} &= \sqrt{25 \cdot 5} = \\ &= \sqrt{25} \cdot \sqrt{5} = 5\sqrt{5} \\ \sqrt{5a^2} &= \sqrt{5 \cdot a^2} = \\ &= \sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2} = \sqrt{5} \cdot |a| \end{aligned}$$