

**1.281.** В школьной столовой на завтрак предлагаются горячие бутерброды и хот-доги. Каждый посетитель столовой может выбрать или хот-дог, или горячий бутерброд, или и то и другое вместе. Известно, что 68 человек выбрали хот-доги, 35 человек выбрали горячие бутерброды, а 18 человек выбрали и то и другое. Сколько человек завтракали в школьной столовой?

### § 5. Числовые промежутки.

#### Объединение и пересечение числовых промежутков



**1.282.** Решите неравенство:

а)  $-2x > 3$ ;

б)  $0,1x < 1$ ;

в)  $-x \geq 4$ ;

г)  $3,2x \leq -9,6$ .

**1.283.** Найдите пересечение и объединение множеств  $A$  и  $B$ , если  $A = \{1; 3; 5; 6\}$ ,  $B = \{1; 2; 4; 6\}$ . Верно ли, что  $\{3; 5\} \subset A$ ?  $\{1; 2; 6\} \subset B$ ?

**1.284.** Какие из чисел  $2\frac{1}{3}$ ;  $2,3$ ;  $2,303$  на координатной прямой лежат левее числа  $2\frac{4}{13}$ ?



Каждой точке, отмеченной на координатной прямой, соответствует действительное число — координата этой точки. Например,  $M(-1,5)$ ,  $K(-1)$ ,  $O(0)$ ,  $P(\frac{1}{2})$  и т. д. (рис. 16). И наоборот, каждому действительному числу, например  $-\pi$ ,  $\sqrt{3}$ , на координатной прямой соответствует точка (рис. 17).

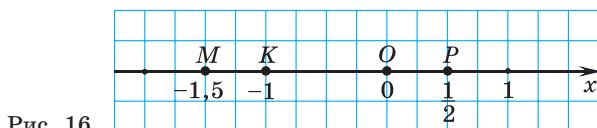


Рис. 16

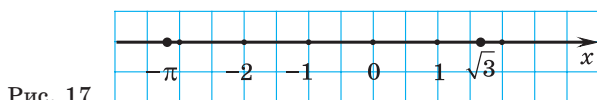
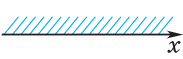

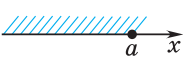
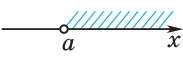
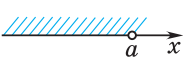
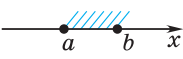
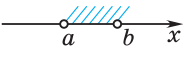




Рис. 17



Говорят, что между множеством точек координатной прямой и множеством действительных чисел установлено взаимно однозначное соответствие. Поэтому множество действительных чисел называют также **числовой прямой**.

В следующей таблице приведены все подмножества множества действительных чисел — части числовой прямой, которые называют **числовыми промежутками**, а также их характеристики.

Название числового промежутка	Изображение	Обозначение	Чтение
Числовая прямая		$(-\infty; +\infty)$	Множество всех чисел от минус бесконечности до плюс бесконечности
Числовой луч		$[a; +\infty)$	Множество всех чисел от $a$ включительно до плюс бесконечности
		$(-\infty; a]$	Множество всех чисел от минус бесконечности до $a$ включительно
Открытый числовой луч		$(a; +\infty)$	Множество всех чисел от $a$ (не включая $a$ ) до плюс бесконечности
		$(-\infty; a)$	Множество всех чисел от минус бесконечности до $a$ (не включая $a$ )
Отрезок		$[a; b]$	Множество всех чисел от $a$ включительно до $b$ включительно
Интервал		$(a; b)$	Множество всех чисел от $a$ (не включая $a$ ) до $b$ (не включая $b$ )
Полуинтервал		$[a; b)$	Множество всех чисел от $a$ включительно до $b$ (не включая $b$ )
		$(a; b]$	Множество всех чисел от $a$ (не включая $a$ ) до $b$ включительно

### Пересечение числовых промежутков

Рассмотрим пересечение множеств, которые являются числовыми промежутками. Например, найдем пересечение отрезка  $[2; 7]$  и полуинтервала  $(5; 9]$ . Отрезок отметим штриховкой выше координатной прямой, а полуинтервал — ниже (рис. 18). Их пересечение, т. е. общая часть, — это часть прямой с двойной штриховкой (и сверху, и снизу). Так отмечен полуинтервал  $(5; 7]$ .

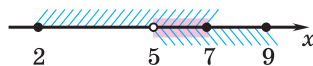


Рис. 18

Запишем пересечение отрезка  $[2; 7]$  и полуинтервала  $(5; 9]$ , используя знак пересечения множеств:  $[2; 7] \cap (5; 9] = (5; 7]$ .

### Объединение числовых промежутков

Найдем объединение двух числовых промежутков: отрезка  $[2; 7]$  и полуинтервала  $(5; 9]$ , т. е. часть прямой, закрытую двумя этими промежутками. Штриховкой сверху или снизу отмечена часть прямой от 2 до 9 (рис. 19). Значит, объединение этих промежутков есть отрезок  $[2; 9]$ .

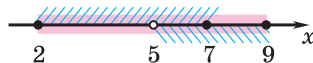


Рис. 19

Используя знак объединения множеств, объединение отрезка  $[2; 7]$  и полуинтервала  $(5; 9]$  можно записать так:  $[2; 7] \cup (5; 9] = [2; 9]$ .

*Пример 1.* Найдите пересечение и объединение промежутков  $(-\infty; 0]$  и  $[0; +\infty)$ .

*Решение.* Отметим штриховкой выше прямой числовой луч  $(-\infty; 0]$ , т. е. все точки слева от точки 0 и точку 0 (рис. 20). Штриховкой ниже прямой отметим числовой луч  $[0; +\infty)$ , т. е. все точки справа от точки 0 и точку 0 (см. рис. 20). Общая часть этих лучей содержит только одну точку 0. Значит, пересечение лучей есть множество, состоящее из одной точки  $(-\infty; 0] \cap [0; +\infty) = \{0\}$ . Оба луча вместе закрывают всю прямую, значит, объединение этих лучей есть вся числовая прямая  $(-\infty; 0] \cup [0; +\infty) = (-\infty; +\infty)$ .

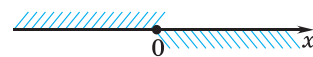


Рис. 20

*Пример 2.* Найдите пересечение и объединение промежутков  $[3; +\infty)$  и  $[-4; +\infty)$ .

*Решение.* Общая часть двух лучей обозначена на прямой двойной штриховкой (рис. 21), поэтому пересечение этих двух лучей есть луч  $[3; +\infty)$ , т. е.  $[-4; +\infty) \cap [3; +\infty) = [3; +\infty)$ .

Оба луча вместе закрывают часть прямой — луч  $[-4; +\infty)$ . Значит, объединение этих лучей есть луч  $[-4; +\infty)$ , т. е.  $[-4; +\infty) \cup [3; +\infty) = [-4; +\infty)$ .



Рис. 21

**Пример 3.** Найдите пересечение и объединение отрезков  $[-1; 2]$  и  $[5; 9]$ .

**Решение.** Эти два отрезка не имеют общих точек (рис. 22), их пересечение есть пустое множество:  $[-1; 2] \cap [5; 9] = \emptyset$ . Оба отрезка вместе закрывают часть прямой, соответствующую двум отрезкам, поэтому объединение этих отрезков  $[-1; 2] \cup [5; 9]$  состоит из всех чисел, принадлежащих хотя бы одному из отрезков  $[-1; 2]$  или  $[5; 9]$ .

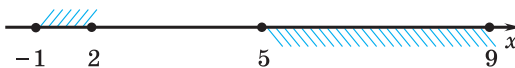

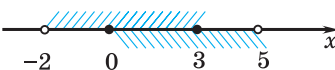
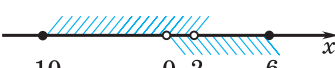
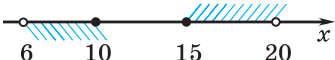
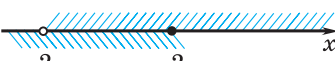

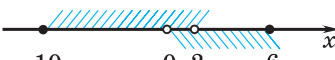

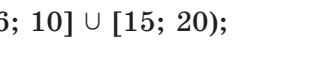


Рис. 22

 <b>Числовые промежутки</b>	
<p>1. Установите соответствие между промежутками <math>[5; 9]</math>; <math>(-3,4; 1)</math>; <math>[-1,2; +\infty)</math>; <math>(-\infty; 9)</math>; <math>(0; 10,5]</math> и их названиями: интервал; числовой луч; открытый числовой луч; отрезок; полуинтервал.</p>	<p><math>[5; 9]</math> — отрезок;  <math>(-3,4; 1)</math> — интервал;  <math>[-1,2; +\infty)</math> — числовой луч;  <math>(-\infty; 9)</math> — открытый числовой луч;  <math>(0; 10,5]</math> — полуинтервал.</p>
Объединение и пересечение числовых промежутков	
<p>2. Найдите пересечение промежутков:</p> <p>а) <math>(-2; 3]</math> и <math>[0; 5)</math>;                  б) <math>[-10; 2)</math> и <math>(0; 6]</math>;                  в) <math>[15; 20)</math> и <math>(6; 10]</math>;                  г) <math>(-\infty; 2]</math> и <math>(-2; +\infty)</math>.</p>	<p>а)   <math>(-2; 3] \cap [0; 5) = [0; 3]</math>;</p> <p>б)   <math>[-10; 2) \cap (0; 6] = (0; 2]</math>;</p>

	<p>в) </p> $[15; 20] \cap (6; 10) = \emptyset;$ <p>г) </p> $(-\infty; 2] \cap (-2; +\infty) = (-2; 2].$
<p><b>3.</b> Найдите объединение промежутков:</p> <p>а) <math>(-2; 3]</math> и <math>[0; 5]</math>;</p> <p>б) <math>[-10; 2)</math> и <math>(0; 6]</math>;</p> <p>в) <math>(6; 10]</math> и <math>[15; 20)</math>;</p> <p>г) <math>(-\infty; 2]</math> и <math>(-2; +\infty)</math>.</p>	<p>а) </p> $(-2; 3] \cup [0; 5) = (-2; 5);$ <p>б) </p> $[-10; 2) \cup (0; 6] = [-10; 6];$ <p>в) </p> $(6; 10] \cup [15; 20) =$ $= (6; 10] \cup [15; 20);$ <p>г) </p> $(-\infty; 2] \cup (-2; +\infty) = (-\infty; +\infty).$

- ?** 1. Верно ли, что число 2 принадлежит: а) отрезку  $[-2; 2]$ ; б) интервалу  $(-2; 2)$ ; в) числовому лучу  $[-2; +\infty)$ ; г) полуинтервалу  $(-2; 2]$ ?
2. Верно ли, что: а)  $3 \in (2; 4) \cap (3; 5)$ ; б)  $-4 \in [-4; 4] \cup [1; +\infty)$ ?
3. Установите соответствие между числовыми промежутками: а)  $(0, 4; +\infty)$ ; б)  $[-1; +\infty)$ ; в)  $[-1; 8, 9]$ ; г)  $[6, 5; 10)$  — и их названиями: 1) числовой луч; 2) отрезок; 3) открытый числовой луч; 4) полуинтервал.



**1.285.** Изобразите на координатной прямой числовой промежуток:

- |                       |                            |                       |
|-----------------------|----------------------------|-----------------------|
| а) $[-1; 3]$ ;        | б) $[-5; +\infty)$ ;       | в) $(-\infty; 9)$ ;   |
| г) $(4; 6)$ ;         | д) $(-5; 0]$ ;             | е) $[-3; 1)$ ;        |
| ж) $[-\sqrt{3}; 1)$ ; | з) $(-\infty; \sqrt{2}]$ ; | и) $(-\sqrt{5}; 8]$ . |

**1.286.** Установите соответствие между промежутками  $(-\infty; 10]$ ;  $(-5; +\infty)$ ;  $[-5; 10]$ ;  $(-5; 10)$ ;  $(-5; 10]$ ;  $[-5; 10]$  и их изображениями (рис. 23).

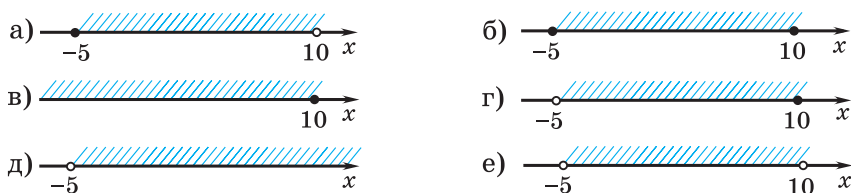


Рис. 23

**1.287.** Запишите промежутки, изображенные на рисунке 24.

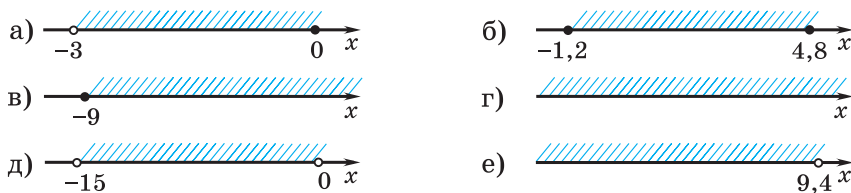


Рис. 24

**1.288.** Среди чисел  $-1,2$ ;  $-1$ ;  $-0,8$ ;  $0$ ;  $2\frac{1}{3}$ ;  $3$ ;  $3,1$  выберите те, которые принадлежат промежутку  $[-1; 3)$ .

**1.289.** Найдите наименьшее целое число, принадлежащее промежутку:

- а)  $[-5; 6]$ ;                      б)  $[0; 7)$ ;                      в)  $[6,2; +\infty)$ ;  
 г)  $(-5; +\infty)$ ;                      д)  $(8; 10]$ ;                      е)  $[-7,1; 0)$ .

**1.290.** Назовите два каких-либо целых числа, не принадлежащих промежутку:

- а)  $(-\infty; 7]$ ;                      б)  $(-3; 12)$ ;                      в)  $[-8,3; +\infty)$ ;                      г)  $(-\infty; 0)$ .

**1.291.** Выберите промежутки, которым принадлежит число 13:

- а)  $(-\infty; 13)$ ;                      б)  $[5; +\infty)$ ;  
 в)  $(12,9; +\infty)$ ;                      г)  $(-\infty; 12,9]$ .

**1.292.** Выберите промежутки, которым не принадлежит число  $-6$ :

- а)  $[-5,9; +\infty)$ ;                      б)  $(-\infty; -5,9)$ ;  
 в)  $(-\infty; -6)$ ;                      г)  $(-\infty; -6,1)$ .

**1.293.** Приведите два примера промежутков, которым:

- а) принадлежат только три целых числа;
- б) принадлежат ровно одиннадцать целых чисел;
- в) принадлежат только отрицательные числа;
- г) не принадлежит ни одно целое число.

**1.294.** Найдите пересечение промежутков:

- а)  $[-2; 3]$  и  $[1; 5]$ ;
- б)  $[8; 11]$  и  $(9; 13]$ ;
- в)  $[0; 5)$  и  $[4; 9]$ ;
- г)  $(-4; 7)$  и  $(2; 13)$ .

**1.295.** Используя координатную прямую, найдите пересечение промежутков:

- а)  $(-\infty; 5)$  и  $[-3; 7]$ ;
- б)  $(-\infty; 0]$  и  $[-3; 5)$ ;
- в)  $[8; +\infty)$  и  $(-\sqrt{3}; 14)$ ;
- г)  $(-2; +\infty)$  и  $[3; +\infty)$ .

**1.296.** Приведите два примера промежутков, пересечением которых является промежуток:

- а)  $[-7; 9]$ ;
- б)  $(-3; 7]$ ;
- в)  $[-8; +\infty)$ ;
- г)  $(-\infty; 0)$ .

**1.297.** Найдите:

- а)  $[-2; 3] \cap (-1; 5]$ ;
- б)  $(-\infty; 4] \cap [4; +\infty)$ ;
- в)  $(-8; 9) \cap [9; 10]$ ;
- г)  $(4; 7) \cap [4; 7]$ ;
- д)  $[-6; 0] \cap [\sqrt{5}; 11)$ ;
- е)  $[-7; +\infty) \cap (0; 6)$ .

**1.298.** Найдите объединение промежутков:

- а)  $[-3; 2]$  и  $[1; 7]$ ;
- б)  $[7; 10]$  и  $(8; 12]$ ;
- в)  $[-6; 1)$  и  $[0; 8]$ ;
- г)  $(-5; 10)$  и  $(3; 12)$ .

**1.299.** Используя координатную прямую, найдите объединение промежутков:

- а)  $(-\infty; 4)$  и  $[-2; 9]$ ;
- б)  $(-\infty; \sqrt{2}]$  и  $[-1; 6)$ ;
- в)  $[4; +\infty)$  и  $(-1; +\infty)$ ;
- г)  $(0; +\infty)$  и  $(-7; 6]$ .

**1.300.** Приведите два примера промежутков, объединением которых является промежуток:

- а)  $[-6; 12]$ ;
- б)  $[-9; 8]$ ;
- в)  $(-\infty; 0]$ ;
- г)  $(-\infty; +\infty)$ .

**1.301.** Найдите:

- а)  $[-4; 8] \cup (-9; 3]$ ;
- б)  $(-\infty; 5] \cup [5; +\infty)$ ;
- в)  $(-3; \sqrt{6}) \cup [\sqrt{6}; 8)$ ;
- г)  $(2; 5) \cup [2; 5]$ .

**1.302.** Используя координатную прямую, найдите пересечение и объединение промежутков:

- а)  $(-\infty; 7)$  и  $(5; +\infty)$ ;                      б)  $(3; 7)$  и  $[7; 9)$ ;  
 в)  $[5; +\infty)$  и  $(-1; 5)$ ;                      г)  $(0; +\infty)$  и  $(1; \sqrt{7}]$ ;  
 д)  $(-3; 5]$  и  $[-3; 5)$ ;                      е)  $[-\sqrt{2}; \sqrt{5}]$  и  $(-\sqrt{2}; \sqrt{5})$ .

**1.303.** Известно, что пересечением двух промежутков является число 5. Приведите примеры таких промежутков. Найдите их объединение.

**1.304.** Для чисел  $x_1, x_2, x_3$  и  $x_4$  известно, что  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ . Найдите:

- а)  $(x_1; x_3) \cap (x_2; x_4)$ ;                      б)  $(x_1; x_3) \cup (x_2; x_4)$ ;  
 в)  $(x_1; x_4) \cap (x_2; x_3)$ ;                      г)  $(x_1; x_4) \cup (x_2; x_3)$ .



**1.305.** Изобразите на координатной прямой числовой промежуток:

- а)  $[3; 7]$ ;                      б)  $(-\infty; 7]$ ;                      в)  $(-2; +\infty)$ ;  
 г)  $(-3; 0)$ ;                      д)  $[2; 5)$ ;                      е)  $(-\sqrt{7}; 6]$ .

**1.306.** Запишите промежутки, изображенные на рисунке 25.

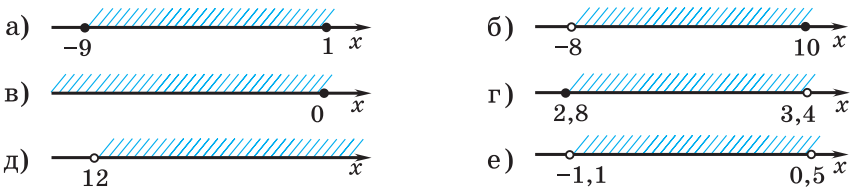


Рис. 25

**1.307.** Выберите промежутки, которым принадлежит число  $-3,4$ :

- а)  $(-\infty; -2)$ ;                      б)  $[-6; -3]$ ;                      в)  $[-3\frac{1}{3}; +\infty)$ ;  
 г)  $(-3,4; 0]$ ;                      д)  $(2; 5)$ ;                      е)  $(-\infty; -3,5]$ .

**1.308.** Найдите наибольшее целое число, принадлежащее промежутку:

- а)  $[-2; 9]$ ;                      б)  $(-3; 0]$ ;                      в)  $(-\infty; 6,3]$ ;  
 г)  $(-\infty; 4)$ ;                      д)  $(-9; -3]$ ;                      е)  $(-15; -8,2]$ .



**1.309.** Выберите промежутки, которым принадлежит число  $-11$ :

- а)  $(-\infty; -11,5)$ ; б)  $[-11,3; +\infty)$ ;  
 в)  $(-11; +\infty)$ ; г)  $(-\infty; -11]$ .

**1.310.** Выберите промежутки, которые не содержат целых чисел:

- а)  $(3; 4)$ ; б)  $[-2,1; 1,3)$ ;  
 в)  $(0; +\infty)$ ; г)  $(-9,2; -8,3]$ ;  
 д)  $[-4,3; -4,1]$ ; е)  $(-1; 0]$ .

**1.311.** Приведите пример числового промежутка, которому:

- а) принадлежат числа  $0$  и  $19$ ;  
 б) принадлежит число  $0$ , но не принадлежит число  $19$ ;  
 в) принадлежат все неположительные числа.

**1.312.** Используя координатную прямую, найдите пересечение промежутков:

- а)  $[-7; 9]$  и  $[2; 7]$ ; б)  $(0; 3]$  и  $(1; 4]$ ;  
 в)  $(-\infty; 6)$  и  $[-5; 7]$ ; г)  $[1; +\infty)$  и  $(-\sqrt{5}; 3)$ .

**1.313.** Найдите:

- а)  $[-3; 6] \cap [6; 9)$ ; б)  $[5; +\infty) \cap (6; +\infty)$ ;  
 в)  $[\sqrt{2}; 8] \cap (8; 9)$ ; г)  $[4; 9) \cap [4; 9]$ .

**1.314.** Используя координатную прямую, найдите объединение промежутков:

- а)  $[-3; 10]$  и  $[1; 12]$ ; б)  $(0; 2]$  и  $(1; 5]$ ;  
 в)  $(-\infty; \sqrt{3})$  и  $[-6; 11]$ ; г)  $[0; +\infty)$  и  $(-5; 8)$ .

**1.315.** Найдите:

- а)  $[-2; 5] \cup [5; 8)$ ; б)  $[3; +\infty) \cup (8; 9)$ ;  
 в)  $[2; 4] \cup (2; 4)$ ; г)  $(-2; \sqrt{5}] \cup [-2; \sqrt{5}]$ .

**1.316.** Используя координатную прямую, найдите пересечение и объединение промежутков:

- а)  $(-\infty; -3)$  и  $(-8; +\infty)$ ; б)  $(-2; 9)$  и  $[9; 12)$ ;  
 в)  $[6; +\infty)$  и  $(0; 6)$ ; г)  $(-\infty; 12)$  и  $(0; \sqrt{5})$ ;  
 д)  $[-7; 12)$  и  $(-7; 12]$ ; е)  $[0; \sqrt{10}]$  и  $(0; \sqrt{10})$ .



**1.317.** Представьте выражение  $\frac{(3^{-2})^3}{27^{-3}}$  в виде степени с основанием  $\frac{1}{3}$ .

**1.318.** Замените знаки \* одночленами так, чтобы получились тождества:

- а)  $* + * + b^2 = (4a + *)^2$ ;  
 б)  $* - 10ab + * = (* - *)^2$ .

**1.319.** Затраты тренажерного зала окупаются, если тренировки посещают в среднем 125 человек в день. Число посетителей тренажерного зала за последнюю неделю приведено в таблице.

Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
91	94	140	134	143	138	142

Окупились ли затраты тренажерного зала за эту неделю?

**1.320.** Решите неравенство:

- а)  $8x^2 - 2x(4x + 1) \leq x$ ;                      б)  $(x - 5)^2 > x^2 + 3x - 1$ .

**1.321.** Найдите все значения переменной  $a$ , при которых равно нулю выражение:

- а)  $3a$ ;    б)  $-8a$ ;  
 в)  $5(a - 1)$ ;    г)  $(a - 3)(a - 5)$ .

## § 6. Системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной.

### Решение двойных неравенств



**1.322.** Назовите наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству:

- а)  $-x > 3$ ;    б)  $x \leq -1,5$ ;  
 в)  $-x \geq -4,1$ ;    г)  $0,2x \leq -0,6$ .

**1.323.** Найдите пересечение и объединение множеств  $A$  и  $B$ , если  $A = [-2; 3]$ ,  $B = (-4; 0]$ .

**1.324.** Какие из чисел  $2\frac{1}{3}$ ; 2,03; 2,303003 являются решениями неравенства  $x \geq 2,3$ ?