



1.317. Представьте выражение $\frac{(3^{-2})^3}{27^{-3}}$ в виде степени с основанием $\frac{1}{3}$.

1.318. Замените знаки * одночленами так, чтобы получились тождества:

а) $* + * + b^2 = (4a + *)^2$;
 б) $* - 10ab + * = (* - *)^2$.

1.319. Затраты тренажерного зала окупаются, если тренировки посещают в среднем 125 человек в день. Число посетителей тренажерного зала за последнюю неделю приведено в таблице.

Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
91	94	140	134	143	138	142

Окупились ли затраты тренажерного зала за эту неделю?

1.320. Решите неравенство:

а) $8x^2 - 2x(4x + 1) \leq x$; б) $(x - 5)^2 > x^2 + 3x - 1$.

1.321. Найдите все значения переменной a , при которых равно нулю выражение:

а) $3a$; б) $-8a$;
 в) $5(a - 1)$; г) $(a - 3)(a - 5)$.

§ 6. Системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной.

Решение двойных неравенств



1.322. Назовите наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству:

а) $-x > 3$; б) $x \leq -1,5$;
 в) $-x \geq -4,1$; г) $0,2x \leq -0,6$.

1.323. Найдите пересечение и объединение множеств A и B , если $A = [-2; 3]$, $B = (-4; 0]$.

1.324. Какие из чисел $2\frac{1}{3}$; $2,03$; $2,303003$ являются решениями неравенства $x \geq 2,3$?



Линейное неравенство $0,5x < -2$ имеет решения $x < -4$.

На координатной прямой их можно изобразить точками, лежащими левее точки -4 (рис. 26). Эти точки соответствуют числам, принадлежащим открытому числовому лучу $(-\infty; -4)$, значит, все решения этого неравенства принадлежат открытому числовому лучу: $x \in (-\infty; -4)$.



Рис. 26



Для записи решений неравенств можно использовать числовые промежутки.

Пример 1. Запишите в виде числового промежутка решение неравенства $x > 3,4$.

Решение. 1) Неравенство $x > 3,4$ является строгим, значит, число $3,4$ не является его решением, поэтому число $3,4$ отметим на координатной прямой пустой точкой (рис. 27).

2) Знак неравенства « $>$ » показывает, что решением неравенства являются все числа, большие числа $3,4$. Эти числа расположены на координатной прямой правее числа $3,4$. Отметим штриховкой эту часть прямой (см. рис. 27).



Рис. 27

3) Запишем получившийся числовой промежуток $(3,4; +\infty)$, являющийся решением неравенства $x > 3,4$.

Пример 2. Запишите в виде числового промежутка решение неравенства $x \leq 10$.

Решение. 1) Отметим на координатной прямой число 10 закрашенной точкой (рис. 28), так как неравенство $x \leq 10$ нестрогое, а значит, число 10 является его решением.







Рис. 28

2) Знак неравенства « \leq » показывает, что решением неравенства являются все числа, расположенные на координатной прямой левее числа 10 , и само число 10 . Отметим штриховкой эту часть прямой (см. рис. 28).

3) Получившийся числовой луч $(-\infty; 10]$ является решением неравенства $x \leq 10$.

В следующей таблице даны различные способы (модели) представления решения неравенств.

Неравенство	Изображение на координатной прямой	Запись решения неравенства в виде числового промежутка
$x \geq a$		$[a; +\infty)$
$x \leq a$		$(-\infty; a]$
$x > a$		$(a; +\infty)$
$x < a$		$(-\infty; a)$

Системы неравенств

Рассмотрим задачу. Для консервирования берут огурцы длиной не менее 4,5 см и не более 12 см. Запишите все возможные значения размеров огурцов, пригодных для консервирования.

Решение. Обозначим длину огурца через x см, тогда первое условие можно записать в виде линейного неравенства $x \geq 4,5$, а второе условие — в виде линейного неравенства $x \leq 12$. Поскольку оба условия должны выполняться одновременно, то объединим их в систему неравенств $\begin{cases} x \geq 4,5, \\ x \leq 12. \end{cases}$ Решим ее.

Решением первого неравенства системы является числовой луч $[4,5; +\infty)$, решением второго — числовой луч $(-\infty; 12]$. Отметим решения первого и второго неравенств системы на координатной прямой (рис. 29). Так как нужно найти значения переменной, удовлетворяющие и первому, и второму неравенству системы, то найдем пересечение числовых лучей. Это отрезок $[4,5; 12]$. Значит, каждому неравенству системы удовлетворяют значения переменной из отрезка $[4,5; 12]$. Этот отрезок является решением системы неравенств $\begin{cases} x \geq 4,5, \\ x \leq 12, \end{cases}$ т. е. $x \in [4,5; 12]$.



Рис. 29



Решением системы неравенств называется значение переменной, удовлетворяющее каждому неравенству системы. Решить систему неравенств — значит найти множество всех ее решений.



Чтобы решить систему линейных неравенств, нужно:

① Привести каждое из неравенств системы к виду $x > a$; $x < a$; $x \geq a$ или $x \leq a$.

② На координатной прямой штриховкой отметить решения каждого неравенства системы.

③ Найти пересечение числовых промежутков.

④ Записать ответ.

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 2x + 1 \geq -5, \\ 3x < 15. \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} 2x + 1 \geq -5, & \begin{cases} 2x \geq -6, \\ 3x < 15; \end{cases} \\ 3x < 15; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -3, \\ x < 5. \end{cases}$$



③ $x \in [-3; 5)$.

④ Ответ: $[-3; 5)$.

Пример 3. Решите систему неравенств $\begin{cases} 4x - 10 > 0, \\ 2x - 3(2 - x) \leq 9. \end{cases}$

Решение. ① Преобразуем каждое неравенство системы $\begin{cases} 4x - 10 > 0, \\ 2x - 3(2 - x) \leq 9 \end{cases}$ и получим:

$$\begin{cases} 4x > 10, & \begin{cases} x > 2,5, \\ 5x \leq 15; \end{cases} & \begin{cases} x > 2,5, \\ x \leq 3. \end{cases} \\ 2x - 6 + 3x \leq 9; \end{cases}$$

② Отметим на одной координатной прямой решение первого неравенства системы в виде открытого числового луча $(2,5; +\infty)$, а второго — в виде числового луча $(-\infty; 3]$.

③ Общая часть лучей, обозначенная двойной штриховкой на прямой (рис. 30), является решением системы неравенств. Это полуинтервал $(2,5; 3]$.



Рис. 30

④ Ответ: $(2,5; 3]$.

Совокупности неравенств

При подготовке к контрольной работе двое друзей решали линейные неравенства, а третий записывал все решения, которые являлись решениями хотя бы одного из неравенств. Например, один из друзей получил линейное неравенство $x \leq 12$,

которому соответствует числовой луч $(-\infty; 12]$, а другой получил линейное неравенство $x \leq 20$, или числовой луч $(-\infty; 20]$. Так как третьему другу нужно записать все решения, которые принадлежат или первому, или второму промежутку, то он находит объединение этих числовых лучей:

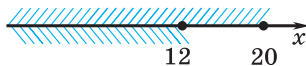


Рис. 31

$$(-\infty; 12] \cup (-\infty; 20] = (-\infty; 20] \text{ (рис. 31).}$$

На уроке учитель похвалил друзей и сказал, что для записи объединения неравенств используют понятие совокупности неравенств:

$$\begin{cases} x \leq 12, \\ x \leq 20. \end{cases} \text{ Решение этой совокупности: } x \in (-\infty; 20].$$



Решением совокупности неравенств называется значение переменной, удовлетворяющее хотя бы одному из неравенств. Решить совокупность неравенств — значит найти множество всех ее решений.



Чтобы решить совокупность линейных неравенств, нужно:

① Привести каждое из неравенств совокупности к виду $x > a$; $x \geq a$; $x < a$ или $x \leq a$.

② На координатной прямой штриховкой отметить решения каждого неравенства совокупности.

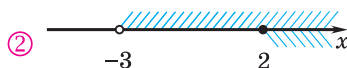
③ Найти **объединение** числовых промежутков.

④ Записать ответ.

Решите совокупность неравенств $\begin{cases} 3x - 1 \geq 5, \\ x + 2 > -1. \end{cases}$

$$\textcircled{1} \begin{cases} 3x - 1 \geq 5, \\ x + 2 > -1; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x \geq 6, \\ x > -3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2, \\ x > -3. \end{cases}$$



$$\textcircled{3} x \in (-3; +\infty).$$

$$\textcircled{4} \text{ Ответ: } (-3; +\infty).$$

Пример 4. Решите совокупность неравенств

$$\begin{cases} 3 - 4x > -5, \\ 2,4(x - 8) \leq 4,8. \end{cases}$$

Решение. ① Преобразуем каждое неравенство совокупности:

$$\begin{cases} 3 - 4x > -5, \\ 2,4(x - 8) \leq 4,8; \end{cases} \quad \begin{cases} -4x > -8, \\ x - 8 \leq 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 2, \\ x \leq 10. \end{cases}$$

② Отметим на координатной прямой решение первого неравенства совокупности в виде открытого числового луча $(-\infty; 2)$, а второго — в виде числового луча $(-\infty; 10]$.

③ Объединение этих лучей (рис. 32) есть числовой луч $(-\infty; 10]$, т. е. $x \in (-\infty; 10]$.

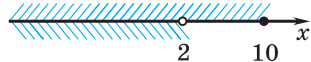


Рис. 32

④ *Ответ:* $(-\infty; 10]$.

Решение двойных неравенств

Рассмотрим задачу. На чашечных весах взвешивают арбуз. Если на одну чашу весов положить две гири по 5 кг, а на вторую — арбуз, то перевесит арбуз. Если добавить еще одну гирю массой 2 кг, то перевесят гири. Запишите все значения, которые может принимать масса арбуза.

Решение. Обозначим массу арбуза через x кг и получим двойное неравенство $10 < x < 12$. Отметим на координатной прямой числовой промежуток, соответствующий этому неравенству (рис. 33). Это интервал $(10; 12)$, значит, $x \in (10; 12)$.

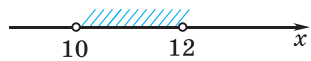


Рис. 33



Двойное неравенство $a < x < b$ можно рассматривать

как систему неравенств $\begin{cases} x > a, \\ x < b. \end{cases}$

Пример 5. Решите неравенство $-5 < 2x - 3 \leq 7$.

Решение. Представим двойное неравенство в виде системы неравенств $\begin{cases} 2x - 3 > -5, \\ 2x - 3 \leq 7. \end{cases}$ Решим эту систему:

$$\textcircled{1} \quad \begin{cases} 2x - 3 > -5, \\ 2x - 3 \leq 7; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x > -2, \\ 2x \leq 10; \end{cases} \quad \begin{cases} x > -1, \\ x \leq 5. \end{cases}$$



③ $x \in (-1; 5]$.

④ *Ответ:* $(-1; 5]$.




Двойное неравенство $-5 < 2x - 3 \leq 7$ можно решить и другим способом. Прибавим к каждой из частей двойного неравенства $-5 < 2x - 3 \leq 7$ число 3 и получим неравенство $-2 < 2x \leq 10$. Разделим неравенство $-2 < 2x \leq 10$ почленно на 2 и придем к неравенству $-1 < x \leq 5$. Таким образом, $x \in (-1; 5]$.

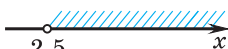



Линейные неравенства

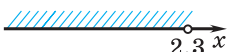
1. Запишите решение неравенства в виде числового промежутка:

- а) $x \leq -4$;
- б) $x > 2,5$;
- в) $x \geq -3$;
- г) $x < 2,3$.

а) 
 $x \in (-\infty; -4]$;

б) 
 $x \in (2,5; +\infty)$;

в) 
 $x \in [-3; +\infty)$;

г) 
 $x \in (-\infty; 2,3)$.

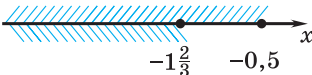
Системы линейных неравенств

2. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 2,5 - 4x \geq 2 - (x - 2), \\ 0,2x + 3 \geq 5(x + 1) + 6. \end{cases}$$

①
$$\begin{cases} 2,5 - 4x \geq 2 - (x - 2), \\ 0,2x + 3 \geq 5(x + 1) + 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x \geq 1,5, & \begin{cases} x \leq -0,5, \\ x \leq -1\frac{2}{3}. \end{cases} \\ -4,8x \geq 8; \end{cases}$$

② 

③ $x \in (-\infty; -1\frac{2}{3}]$.

④ Ответ: $(-\infty; -1\frac{2}{3}]$.

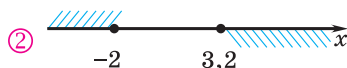
Совокупности неравенств

3. Найдите решение совокупности неравенств

$$\begin{cases} 3x \leq -3,5x - (9 - 2x), \\ 4x \geq -4x + 25,6. \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} 3x \leq -3,5x - (9 - 2x), \\ 4x \geq -4x + 25,6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4,5x \leq -9, & \begin{cases} x \leq -2, \\ x \geq 3,2. \end{cases} \\ 8x \geq 25,6; \end{cases}$$



$\textcircled{3}$ Объединение этих лучей есть множество точек, принадлежащих хотя бы одному из числовых лучей, т. е. $x \in (-\infty; -2] \cup [3,2; +\infty)$.

$\textcircled{4}$ Ответ: $(-\infty; -2] \cup [3,2; +\infty)$.

Решение двойных неравенств

4. Решите неравенство:

а) $-4 \leq \frac{5x-1}{3} < 1;$

б) $-x + 5 < -2x \leq 4x + 6.$

а) Умножим неравенство $-4 \leq \frac{5x-1}{3} < 1$ почленно на 3 и получим $-12 \leq 5x - 1 < 3.$

К каждой из частей неравенства $-12 \leq 5x - 1 < 3$ прибавим 1 и получим

$$-11 \leq 5x < 4.$$

Разделим неравенство

$$-11 \leq 5x < 4$$

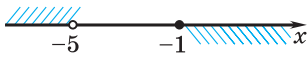
почленно на 5 и придем к неравенству

$$-2,2 \leq x < 0,8.$$

Ответ: $[-2,2; 0,8)$.

б) Запишем двойное неравенство $-x + 5 < -2x \leq 4x + 6$ в виде системы неравенств

$$\begin{cases} -2x > -x + 5, \\ -2x \leq 4x + 6. \end{cases}$$

	<p>Решим систему неравенств:</p> $\begin{cases} -2x > -x + 5, & \{ x < -5, \\ -2x \leq 4x + 6; & \{ x \geq -1. \end{cases}$  <p>Пересечение лучей не содержит ни одной точки, система неравенств не имеет решений, т. е. $x \in \emptyset$.</p> <p>Ответ: \emptyset.</p>
--	---



1. Верно ли, что если число является решением системы неравенств, то оно является решением каждого неравенства системы?
2. Верно ли, что если число является решением совокупности неравенств, то оно является решением каждого неравенства совокупности?
3. Может ли множество решений двойного неравенства состоять только из двух чисел?



1.325. Изобразите на координатной прямой и запишите в виде числового промежутка решение неравенства:

- а) $x \geq 3$; б) $x < 2$; в) $x \leq -1$; г) $x > -6$;
 д) $x \geq 0$; е) $x < -\frac{1}{3}$; ж) $x \leq 2,7$; з) $x > 3\frac{2}{7}$.

1.326. Запишите неравенства, решения которых представлены на рисунке 34.

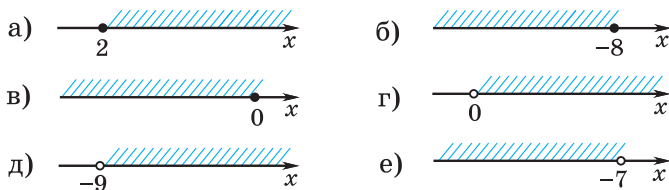


Рис. 34

1.327. Приведите по два примера строгих и нестрогих неравенств и запишите их решения в виде числовых промежутков.

1.328. Из чисел -3 ; -2 ; $-\frac{1}{3}$; 0 ; $\sqrt{2}$; 4 ; $5,6$ выберите те, которые являются решениями системы неравенств $\begin{cases} x \leq 4, \\ x > -2. \end{cases}$

1.329. Решите систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} x > 1, \\ x < 2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x > 4, \\ x > 5; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} x \leq 7, \\ x < -8; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} x < -9, \\ x \geq 10. \end{cases}$$

Для каждой системы неравенств запишите (если это возможно) по два решения, являющихся: целыми числами; десятичными дробями; иррациональными числами.

1.330. Решите систему неравенств, используя алгоритм:

$$\text{а) } \begin{cases} 8x > -8, \\ -4x \leq 8; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2,5x \geq -5, \\ -2x > -4; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 0,25x < 1, \\ -2x \geq -6; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} \frac{1}{7}x \leq 5, \\ -4x > -12. \end{cases}$$

1.331. Решите систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} x > 4, \\ x \geq 4; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x > -10, \\ x \leq -5; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 6x \geq 12, \\ -4x \leq -8; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} \frac{1}{3}x \geq 5, \\ -3x \geq -45. \end{cases}$$

1.332. Из систем неравенств

$$\begin{cases} x \leq \sqrt{2}, \\ x < \sqrt{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq \sqrt{2}, \\ x > \sqrt{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq \sqrt{2}, \\ x \geq \sqrt{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} x > \sqrt{2}, \\ x < \sqrt{2} \end{cases}$$

выберите системы:

а) не имеющие решений;

б) множество решений которых состоит только из одного числа.

1.333. Решите систему неравенств и запишите ее наибольшее целое решение:

$$\text{а) } \begin{cases} \sqrt{13} - x \geq 0, \\ 2x - 1 > 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x + \sqrt{15} > 0, \\ 5 - 7x > 0; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2x + \sqrt{3} \leq 0, \\ 5x + 45 > 0; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} \sqrt{2}x < \sqrt{18}, \\ 8x - 1 > 0. \end{cases}$$

1.334. Придумайте систему двух линейных неравенств, решением которой является: а) промежуток (3; 7]; б) число 8; в) промежуток $[\sqrt{3}; +\infty)$; г) пустое множество.

1.335. Решите систему неравенств:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} 2x - 1 \geq 0, \\ 3x < 15; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} 3x + 1 < 10, \\ 2 - x \leq 2; \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} x + 1 > 3x - 5, \\ 5x + 8 > 0; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} x - 2 < 7x + 1, \\ 11x + 10 > x. \end{cases} \end{array}$$

1.336. Найдите значения переменной, при которых имеет смысл выражение:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \sqrt{x-2} + \sqrt{5-x}; & \text{б) } \sqrt{x} - \sqrt{x+6}; \\ \text{в) } \sqrt{x+1} - \sqrt{6-5x}; & \text{г) } \sqrt{1-7x} + \sqrt{-x-6}. \end{array}$$

1.337. Решите систему неравенств:

$$\begin{array}{l} \text{а) } \begin{cases} 2(x-1) - 3(x+4) \leq x, \\ 6x - 3 < -17 - (x-5); \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} 9 - 2x > 4 - 3(x-1), \\ 6x - 4(x-1) > 3 + x; \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} 5(x-1) - x > 2x + 3, \\ 2(x+1) \leq x; \end{cases} \\ \text{г) } \begin{cases} 5x - (8-x) \geq 2x + 7, \\ 3(2x-1) - 2x > 2x - 7; \end{cases} \\ \text{д) } \begin{cases} 3(x+1) - 4(2x+3) \geq 12, \\ 5(x-4) + 7x < 6(2x-1); \end{cases} \\ \text{е) } \begin{cases} 6(2x-3) - 5(4x-9) > 1, \\ 5(x-1) + 7(x+2) \geq 3. \end{cases} \end{array}$$

1.338. Найдите значения аргумента, при которых обе функции $y = 3x + 1$ и $y = 5 - 3x$ принимают положительные значения.

1.339. Решите систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} x + 4 \geq 4x, \\ x - \frac{x-4}{5} > 1; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x - \frac{x}{4} > 2, \\ \frac{x-1}{2} \leq 1 - \frac{x-2}{3}; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x + \frac{x-1}{4} \leq 5, \\ 2x > \frac{x}{2} - 1; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{4x+1}{6} + 1 > \frac{5x-1}{5}, \\ 2(x+8) - 7(x+2) < 5-x; \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} \frac{x+1}{2} - \frac{x+12}{6} < \frac{x+2}{3}, \\ 5(x-1) + 7(x+2) \geq 3; \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} \frac{x+2}{3} - \frac{x+4}{2} \leq \frac{x-2}{6}, \\ 3x \geq \frac{3x}{2} - \frac{x-7}{4}. \end{cases}$$

1.340. Найдите область определения выражения:

$$\text{а) } \sqrt{\frac{x-4}{5}} + 1 + \sqrt{8-x};$$

$$\text{б) } \sqrt{3 - \frac{x}{8}} - \sqrt{\frac{2x+5}{3}}.$$

1.341. Найдите наименьшее и наибольшее целые решения системы неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} \sqrt{7x} \leq \sqrt{35}, \\ \frac{3x+1}{5} > 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{x+2}{3} > \frac{x}{4}, \\ \sqrt{75-x} \geq \sqrt{48}. \end{cases}$$

1.342. Решите систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} 5(x-2)(x+2) \leq x(5x-1), \\ 4x-7 > 3-6x; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 5(x-0,4) - 7 < 3x+2, \\ (x-4)^2 - x^2 \leq 10-3x; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} (2x-1)(x+2) > 2x^2, \\ (x-3)^2 \geq (x+6)(x-1); \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} (x-5)^2 + 50 \geq (x-3)(x-4) + 15, \\ (x-1)(x-2) > (x+4)(x-7); \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} (x+3)(3-x) > 11 - (x-2)^2, \\ \frac{3+x}{4} - \frac{2x-1}{6} \geq 1; \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} 2x - \frac{x+1}{3} \leq \frac{x+1}{2}, \\ (x-3)(x+5) \leq (x-6)^2 - 51. \end{cases}$$

1.343. Найдите все значения переменной x , при которых значение выражения $\frac{4-5x}{20}$ больше значения выражения $5 - \frac{x}{10}$, а значение выражения $2 - 3x$ неотрицательно.

1.344. Найдите наибольшее целое решение системы неравенств

$$\begin{cases} \frac{x+2}{3} - \frac{x-8}{2} + 1 > x - \frac{2x-1}{6}, \\ 1-x > \frac{1+x}{4}. \end{cases}$$

1.345. Найдите сумму целых решений системы неравенств

$$\begin{cases} 0,8(x-3) - 0,3(2-x) \leq 3,2, \\ 1,6-x < \frac{2x+1}{5}. \end{cases}$$

1.346. Возможна ли такая ситуация: старший брат за 8 тетрадей, по 50 к. каждая, и 12 карандашей заплатил меньше 10 р., а младший брат за две такие же тетради и 15 таких же карандашей заплатил больше 10 р.?

1.347. Задумано целое число. Если из задуманного числа вычесть 2, то полученное число будет больше $\frac{5}{3}$ задуманного. Если к задуманному числу прибавить 3, то полученное число будет больше $\frac{2}{5}$ задуманного. Какое число могло быть задумано?

1.348. Одна из сторон прямоугольного участка земли на 22 м меньше другой. Какой длины может быть большая сторона, чтобы на ограждение участка пошло не больше 190 м изгороди?

1.349. Основание равнобедренного треугольника равно 9 см, а его периметр меньше 25 см. Какую длину может иметь боковая сторона этого треугольника?

1.350. Члены студенческого педагогического отряда, принимая участие в озеленении территории, прилегающей к корпусам БГПУ, за 5 ч посадили меньше 300 кустов рассады, а за 8 ч — больше 400 кустов рассады. Каждый член отряда сажал одинаковое число кустов рассады в час. Найдите это число, если в отряде 8 человек.

Выясните, студенческие отряды каких профилей действуют на территории Республики Беларусь.

1.351. Решите совокупность неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} x > 5, \\ x \geq 7; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x \leq -3, \\ x < 0; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} x > -9, \\ x < 2; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} x \leq 3, \\ x \geq 5. \end{cases}$$

1.352. Придумайте совокупность неравенств, решением которой является: а) промежуток $(-\infty; 9]$; б) промежуток $(-4; +\infty)$; в) множество всех действительных чисел.

1.353. Решите совокупность неравенств, используя алгоритм:

$$\text{а) } \begin{cases} 6 - 2x < 0, \\ 3x + 6 > 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x + 3 \geq 2x - 1, \\ 3x - 2 \geq 4x + 2; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 5(x + 1) > 3x + 2, \\ 4(x + 1) - 2 > x + 1; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 4(x + 3) - 17 \leq 3(x - 5) + 7x, \\ 4(x - 1) + 5x < 3(x + 5) - 9. \end{cases}$$

1.354. Решите совокупность неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} x - 2 < \frac{x+1}{2}, \\ \frac{x}{6} \geq 3; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3 - \frac{x-3}{3} \leq x, \\ \frac{6x-1}{3} < 18; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} \frac{5x-1}{6} \leq \frac{2x-1}{2}, \\ 1 > \frac{x+4}{3}. \end{cases}$$

1.355. Решите двойное неравенство:

$$\text{а) } -4 \leq 2x < 5; \quad \text{б) } -7 < x + 3 \leq 10;$$

$$\text{в) } 6 < -x < 8; \quad \text{г) } -5 \leq 5 - 2x \leq 7;$$

$$\text{д) } -2 \leq \frac{x}{3} < 5; \quad \text{е) } 0 \leq \frac{-2x}{7} \leq 6.$$

1.356. Найдите значения переменной, при которых значения двучлена $2 - 5x$ принадлежат промежутку:

$$\text{а) } (-8; 12]; \quad \text{б) } [-17; 0).$$

1.357. Найдите значения аргумента, при которых функция $y = 5 - 3x$ принимает значения:

- а) больше -2 , но меньше 8 ;
 б) не меньше 6 , но меньше 10 .

1.358. Решите двойное неравенство двумя способами:

- а) $2,1 < 0,7x + 3,5 < 4,2$;
 б) $-143,4 \leq 0,6 + 6x < 19,2$;
 в) $-2,7 < 2 - 0,1x \leq 3,84$.

1.359. Решите двойное неравенство:

- а) $-3 < \frac{2x-1}{3} \leq 0$; б) $-1 \leq \frac{5x+1}{4} < 4$;
 в) $-2 \leq \frac{3x+5}{3} \leq 0$; г) $5 < \frac{8-7x}{3} < 9$;
 д) $-1 < \frac{1-5x}{1,2} \leq 0$; е) $-3 \leq \frac{3-2x}{0,5} < -2$.

1.360. Найдите значения переменной, при которых значение выражения $\frac{1}{7}(1-3x)$ больше 2, но не превосходит 5.

1.361. Найдите значения переменной, при которых значение дроби $\frac{3-x}{5}$ принадлежит промежутку:

- а) $[0; 9)$; б) $[-0,1; 0,9]$.


1.362. Решите двойное неравенство, заменив его системой неравенств:

- а) $x - 6 < 2x - 2 \leq 3x + 3$; б) $3x - 7 < 6 - x < 10x$;
 в) $3x - 4 \leq 10 - x < 2x + 5$; г) $5x + 1 \leq 7 - x \leq 2 - 3x$.

1.363. Найдите все значения аргумента, при которых график функции $y = 8 - 3x$ расположен не ниже графика функции $y = 5x - 1$, но ниже графика функции $y = 6x$.

1.364. Найдите наибольшее и наименьшее целые решения системы неравенств:

- а) $\begin{cases} x - \frac{1}{2} < \frac{x+2}{3}, \\ \frac{2x+3}{4} \geq \frac{x}{8} + \frac{1}{4}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{x}{8} - \frac{x}{4} + \frac{x}{2} \leq x + 5, \\ \frac{1}{8}(x+2) < \frac{1}{7}(2-x). \end{cases}$

 **1.365.** Найдите значения числа a , при которых система неравенств $\begin{cases} 2x + 3 \geq x + 1, \\ 2x - a \leq 2a - x; \end{cases}$

- а) не имеет решений;
 б) имеет множество решений, состоящее только из одной точки;
 в) имеет решением отрезок.

1.366. Для каждого значения числа a решите систему неравенств $\begin{cases} 11x - 9 > 13, \\ x > a. \end{cases}$

1.367. Для каждого значения числа a решите совокупность неравенств $\begin{cases} 11x - 9 \geq 13, \\ x < a. \end{cases}$

1.368. Найдите значения числа a , при которых наибольшим целым решением:

а) системы неравенств $\begin{cases} x < a, \\ x \geq -10 \end{cases}$ является число -5 ;

б) совокупности неравенств $\begin{cases} x \leq a, \\ x < 3 \end{cases}$ является число 3 .



1.369. Изобразите на координатной прямой и запишите в виде числового промежутка решение неравенства:

а) $x < 2$; б) $x \geq \frac{6}{11}$; в) $x > 0$; г) $x \leq -1,2$.

1.370. Запишите неравенства, решения которых представлены на рисунке 35.

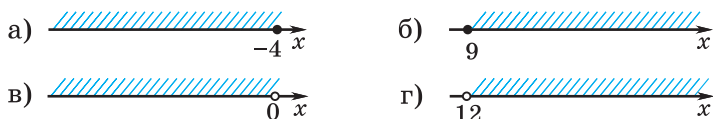


Рис. 35

1.371. Выберите систему неравенств, одним из решений которой является число 7 :

а) $\begin{cases} x \geq 6, \\ x < 7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x \leq 7, \\ x > 7,1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x > 6,5, \\ x < 8. \end{cases}$

1.372. Решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} x \geq 4, \\ x \leq 5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x < 8, \\ x < 4; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x > -5, \\ x \geq 7; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x \leq -3, \\ x > 9. \end{cases}$

Запишите, если это возможно, два каких-либо решения каждой системы неравенств, являющихся целыми числами.

1.373. Найдите наибольшее целое решение системы неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} \sqrt{17} - x \geq 0, \\ 3x - 11 > 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x + \sqrt{2} > 0, \\ 4 - 9x > 0. \end{cases}$$

1.374. Придумайте систему двух линейных неравенств, решением которой:

а) является число 3 и не является число 2;

б) является число $\sqrt{3}$ и число $\sqrt{5}$.

1.375. Решите систему неравенств:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} 3x < 6, \\ 5x - 3 \geq 0; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} 1 - 3x \leq 16, \\ x + 9 < 9; \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} 2x + 9 \geq 4x - 6, \\ 10 + 4x \geq 0; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} 5 - x < x + 4, \\ 7x - 1 > 1 - 6x; \end{cases} \\ \text{д) } \begin{cases} 4x \leq -x + 15, \\ -3x + 4 \geq -5; \end{cases} & \text{е) } \begin{cases} 7x - 3 < 6x + 2, \\ -2x + 9 \geq -x + 4. \end{cases} \end{array}$$

1.376. Найдите значения переменной, при которых имеет смысл выражение:

$$\text{а) } \sqrt{x-3} + \sqrt{7-x}; \quad \text{б) } \sqrt{4x-1} - \sqrt{x+5}.$$

1.377. Решите систему неравенств:

$$\begin{array}{l} \text{а) } \begin{cases} 2(3x - 1) \geq 10 - 4(2x + 3), \\ 3(x - 3) < 2(x + 4); \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} 3(x + 1) - 4(2x + 3) \leq 12, \\ 5(x - 4) - 7 > 6(3x - 1). \end{cases} \end{array}$$

1.378. Решите систему неравенств:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} 4x - 2 \leq 2,5x + 1, \\ 2 - x > \frac{x-2}{2}; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} \frac{2x-1}{3} \leq \frac{2}{3}x, \\ \frac{x}{2} + \frac{1}{7} \leq \frac{2x}{7}; \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} x + 1 \geq \frac{x-1}{4}, \\ \frac{x-1}{3} < \frac{x+1}{5} - \frac{1}{15}; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} x - 4 \leq 1 - \frac{x-1}{4}, \\ 2x - 0,5 > \frac{x}{2} - 1,5. \end{cases} \end{array}$$

1.379. Решите систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} (x+3)^2 - 7 > x^2 + 3x, \\ 7(x-1) \leq 8x - 2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} (x+5)(x-5) \leq x(x+5), \\ \frac{x+3}{4} - \frac{x-2}{3} > 0. \end{cases}$$

1.380. Если к задуманному целому числу прибавить 3 и эту сумму разделить на 10, то полученное частное будет больше 5. А если из того же задуманного числа вычесть 7 и эту разность разделить на 6, то полученное частное будет меньше 7. Найдите задуманное число.

1.381. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 12 см, а периметр больше 38 см. Какую длину может иметь основание этого треугольника?

1.382. Оператор мобильной связи предлагает три тарифа. В таблице приведена предусмотренная каждым тарифом ежемесячная абонентская плата, а также стоимость минуты разговора. Сколько минут в месяц нужно разговаривать, чтобы выгодным оказался тариф А?

Тариф	Абонентская плата, р.	Стоимость минуты разговора, к.
А	12	8
Б	15	6
В	11	9

1.383. Решите совокупность неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} x \leq 4, \\ x < 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x > 6, \\ x \geq 5; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} x < 8, \\ x > -5; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} x \leq 3, \\ x \geq 7. \end{cases}$$

1.384. Решите совокупность неравенств, используя алгоритм:

$$\begin{aligned} \text{а) } & \begin{cases} 15 - 3x < 0, \\ 4x \leq 8; \end{cases} \\ \text{б) } & \begin{cases} 2(x-1) - 3 > 3x - 5, \\ 3(x+1) - 7x \geq 8 - 6x; \end{cases} \\ \text{в) } & \begin{cases} 4(x+1) - x \leq 2(x-5) - 3, \\ 5(x+1) - 2 \geq 5(2x-1) + 1. \end{cases} \end{aligned}$$

1.385. Решите двойное неравенство:

- а) $-6 < 3x \leq 12$; б) $-4 \leq x - 5 < 2$;
 в) $-5 < -x \leq 9$; г) $-1 < 3 - 2x < 7$.

1.386. Найдите значения переменной, при которых значения двучлена $3 - 8x$ принадлежат промежутку $[0; 43]$.

1.387. Решите двойное неравенство:

- а) $-0,3 \leq 0,1x - 0,1 < 0,2$;
 б) $-4,5 < 1 - 0,5x \leq 3,5$;
 в) $0,3 < 0,5 - 0,01x < 0,6$.

1.388. Решите двойное неравенство:


- а) $-7 < \frac{3x+1}{5} \leq 0$; б) $2 \leq \frac{2-7x}{3} < 9$.


1.389. Найдите значения переменной, при которых значение дроби $\frac{5-x}{3}$ принадлежит промежутку $(-0,7; 0]$.

1.390. Найдите наибольшее и наименьшее целые решения системы неравенств $\begin{cases} x - 3 \leq 2 - \frac{x-1}{4}, \\ 2x - 4,25 > \frac{x}{2} - 5,25. \end{cases}$

1.391. Решите двойное неравенство, заменив его системой неравенств:

- а) $6x + 1 < 3x - 5 \leq x + 2$; б) $7x + 1 \leq 8 - x < 9x - 2$.

 **1.392.** Найдите значения числа a , при которых система неравенств $\begin{cases} 3x \leq 15, \\ x > a \end{cases}$ не имеет решений.

 **1.393.** Найдите значения числа a , при которых наименьшим целым решением совокупности неравенств $\begin{cases} x > a, \\ x \geq -7 \end{cases}$ является число -7 .



1.394. Найдите значение выражения $(32,24 : 4 - 2,6) \cdot 0,1$.

1.395. Найдите сумму, разность, произведение и частное чисел $3,6 \cdot 10^{10}$ и $3 \cdot 10^{10}$. Результат запишите в стандартном виде.

1.396. Занятие факультатива по математике продолжалось 1,5 ч. На повторение рациональных приемов устного

счета ушло 10 % этого времени. Остальное время решали задачи. В конце занятия выяснилось, что было решено 9 задач. Сколько в среднем времени шло на решение одной задачи?

1.397. Решите уравнение $9x^2 - (3x - 1)^2 = 11$.

1.398. Из равенства $2m - 5n = 10$ выразите:

- а) m через n ; б) n через m .

1.399. Найдите значение выражения:

- а) $2\sqrt{6\frac{1}{4}} + 9\sqrt{1\frac{7}{9}}$; б) $5\sqrt{2,56} - 2(\sqrt{5})^2$.

1.400. Разложите на множители:

- а) $x^2 + 3x$; б) $4x^2 - 9$; в) $x^2 + 2xy + y^2 - 1$.

1.401. Вычислите: $(2\sqrt{3} + 5)^2 + (10 - \sqrt{3})^2$.

1.402. На осенней распродаже овощей семья приобрела на зиму 5 мешков картофеля и 2 сетки моркови, всего 160 кг овощей. Их соседи купили 3 таких же мешка картофеля и 1 сетку моркови, причем оказалось, что картофеля они купили на 85 кг больше, чем моркови. Сколько килограммов картофеля было в каждом мешке?

Итоговая самооценка

После изучения этой главы я должен:

- знать и уметь применять определение квадратного корня и арифметического квадратного корня из числа;
- знать и уметь применять свойства арифметических квадратных корней для вычисления значений выражений и выполнения преобразований;
- знать определение множества действительных чисел и соотношения между числовыми множествами;
- знать и уметь применять числовые промежутки, их пересечение и объединение для записи числовых множеств и решений неравенств;
- знать определение решения системы и совокупности неравенств;
- уметь решать системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной;
- уметь решать двойные неравенства;
- уметь применять системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной при решении задач.

Я проверяю свои знания

1. Изобразите на координатной прямой и запишите в виде числового промежутка решение неравенства:

а) $x > \frac{1}{2}$; б) $x \leq 0$; в) $x \geq -5$; г) $x < 1,8$.

2. Выберите верные утверждения:

а) $\sqrt{2} \in \mathbf{I}$; б) $-3 \in \mathbf{N}$; в) $0 \in \mathbf{Z}$;
 г) $\sqrt{3} \in \mathbf{R}$; д) $\frac{1}{7} \in \mathbf{Q}$; е) $1,5 \in \mathbf{R}$.

3. Найдите значение выражения:

а) $\frac{1}{4}\sqrt{16} + \sqrt{49}$; б) $-\frac{5}{\sqrt{0,04}}$;
 в) $8\sqrt{2\frac{1}{4}} - 3\sqrt{5\frac{4}{9}}$; г) $6\sqrt{1,21} - 2(\sqrt{2})^2$.

4. Решите систему (совокупность) неравенств:

а) $\begin{cases} 5x + 4 > 0, \\ 3x + 1,5 \leq 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - 15 \geq 0, \\ 12 - 3x > 0; \end{cases}$
 в) $\begin{cases} x - 1 \leq 7x + 2, \\ 11x + 13 \geq x + 3; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3 - 6x > 15, \\ -3x \leq 21. \end{cases}$

5. Воспользуйтесь свойствами корней и найдите значения выражений $\sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$ и $\sqrt{x} : \sqrt{y}$, если:

а) $x = 48$; $y = 75$;
 б) $x = 1,47$; $y = 0,27$;
 в) $x = 1,9$; $y = \frac{5}{38}$.

6. Если из задуманного целого числа вычесть 4 и эту разность разделить на 9, то полученное частное будет меньше 5. А если к этому же задуманному числу прибавить 8 и эту сумму разделить на 11, то полученное частное будет больше 5. Какое число было задумано?

7. Упростите выражение:

а) $3\sqrt{5} + 2\sqrt{20} - \sqrt{45}$; б) $\frac{15}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{3}$;
 в) $(2 - \sqrt{17})(2 + \sqrt{17})$; г) $(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2 - 10$.

8. Найдите область определения выражения

$$\sqrt{\frac{x}{5} - \frac{x}{3} + 2} + \sqrt{2x + \frac{1}{2}}.$$

9. Внесите множитель под знак корня:

а) $(c - 2)\sqrt{3c - 6}$;

б) $(n - 9)\sqrt{45 - 5n}$.

10. Упростите выражение:

а) $\sqrt{7 - \sqrt{24}}$;

б) $\sqrt{\sqrt{28 + 16\sqrt{3}}}$;

в) $\sqrt{17 + 6\sqrt{4 - \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$.

Практическая математика

1. В рамках акции «От памятника к памятнику» учащиеся колледжа решили благоустроить Аллею Героев и высадить карликовые туи вдоль дорожки, вымощенной восемью одинаковыми квадратными плитками. Площадь одной плитки равна 36 дм^2 . Посадка саженцев планируется по обе стороны дорожки на расстоянии $0,8 \text{ м}$ друг от друга (рис. 36). Сколько туй необходимо приобрести, если посадка должна начинаться с начала дорожки?

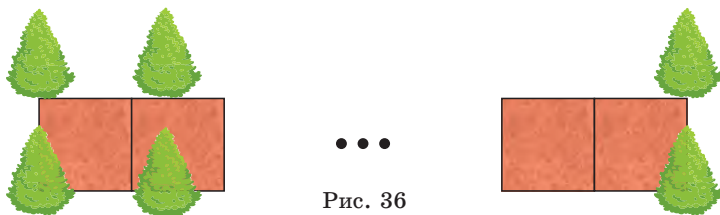


Рис. 36

2. Для ремонта складских помещений планируется приобрести цемент в одной из трех фирм. В таблице указана стоимость мешка цемента и доставки заказа в каждой фирме. Выясните, при покупке какого количества мешков цемента самыми выгодными будут условия фирмы А.

Фирма	Стоимость мешка цемента, р.	Стоимость доставки всего заказа, р.
А	7,6	32
Б	7,5	42
В	8	Бесплатно