§ 14. Монотонность, промежутки знакопостоянства квадратичной функции

3.82. Для функции $f(x) = x^2 + 2$ сравните:

а) $f(-3)$ и $f(-2)$; б) $f(2)$ и $f(3)$.

3.83. Для функции $f(x) = x^2 - 4$ сравните с нулем:

а) $f(-1)$; б) $f(-2)$; в) $f(2)$; г) $f(4)$.

3.84. Верно ли, что значения функции $y = f(x)$ положительны для всех значений аргумента:

а) $f(x) = x^2 + 1$; б) $f(x) = x^2 - 1$; в) $f(x) = -x^2 + 1$?

Двое друзей изучали свойства квадратичной функции. Один из них утверждал, что, не выполняя вычислений, может доказать, что $f(5{,}2145) > f(3{,}987)$, а $f(-1{,}23) > f(1{,}59)$, если задана функция $f(x) = 0{,}5(x - 2)^2 - 1$. «Какое свойство квадратичной функции применяется?» — заинтересовался его друг.

Построим график функции $f(x) = 0{,}5(x - 2)^2 - 1$ (рис. 66). На оси абсцисс точка 5,2145 расположена правее точки 3,987, и обе они расположены правее точки 2. Точки графика, расположенные правее вершины (2; –1), с увеличением значений абсцисс «поднимаются вверх», точнее, значения ординат этих точек (значения функции) увеличиваются с увеличением значений аргумента. Так как $5{,}2145 > 3{,}987 > 2$, то $f(5{,}2145) > f(3{,}987)$.

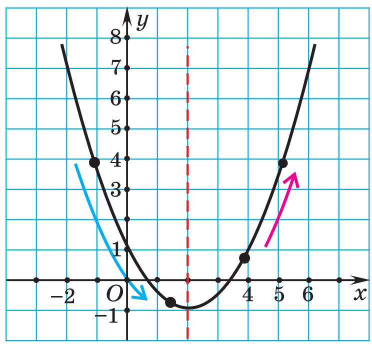


Рис. 66

Таким образом, для функции $f(x) = 0{,}5(x - 2)^2 - 1$ при $x > 2$ большему значению аргумента соответствует большее значение функции. Говорят, что данная функция возрастает на промежутке $[2; +\infty)$ или что $[2; +\infty)$ — **промежуток возрастания функции.**

Определение

Функция возрастает на некотором промежутке, если для любых двух значений аргумента из этого промежутка **большему значению** аргумента соответствует **большее значение** функции.

На промежутке $(-\infty; 2]$ точки графика «опускаются вниз» при увеличении значений их абсцисс, т. е. с увеличением значений аргумента на этом промежутке значения функции уменьшаются.

Определение

Функция убывает на некотором промежутке, если для любых двух значений аргумента из этого промежутка **большему значению** аргумента соответствует **меньшее значение** функции.

Так, для функции $f(x) = 0{,}5(x - 2)^2 - 1$ верно, что $f(-1{,}23) > f(1{,}59)$, поскольку $-1{,}23 < 1{,}59$, а числа $-1{,}23$ и $1{,}59$ принадлежат промежутку, на котором функция убывает **(промежутку убывания функции)**.

В общем случае для функции $f(x) = ax^2 + bx + c$ имеем:

если $a > 0$ (ветви параболы направлены вверх), то функция убывает на промежутке $(-\infty; x_в]$ и возрастает на промежутке $[x_в; +\infty)$ (рис. 67, *а*);

если $a < 0$ (ветви параболы направлены вниз), то функция убывает на промежутке $[x_в; +\infty)$ и возрастает на промежутке $(-\infty; x_в]$ (рис. 67, *б*).

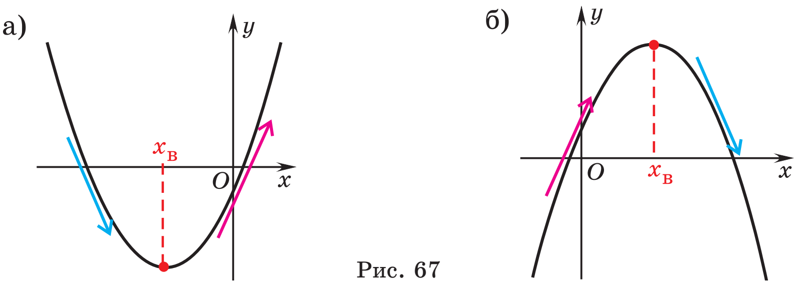


Рис. 67

Пример. Найдите промежутки убывания и возрастания квадратичной функции:

а) $f(x) = x^2 - 4x + 3$; б) $f(x) = -x^2 + 5$.

Решение. а) Ветви параболы направлены вверх, поскольку $a = 1 > 0$. Найдем абсциссу вершины параболы: $x_в = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2$.

Составим таблицу изменения функции в зависимости от изменения значений аргумента.

x	$-\infty$ 2 $+\infty$
$f(x)$, $a > 0$	↘ ↗

Функция $f(x) = x^2 - 4x + 3$ убывает на промежутке $(-\infty; 2]$ и возрастает на промежутке $[2; +\infty)$.

б) Ветви параболы направлены вниз ($a = -1 < 0$) и $x_в = 0$. Составим таблицу изменения функции в зависимости от изменения значений аргумента.

x	$-\infty$ 0 $+\infty$
$f(x)$, $a < 0$	$\nearrow$ $\searrow$

Функция $f(x) = -x^2 + 5$ убывает на промежутке $[0; +\infty)$ и возрастает на промежутке $(-\infty; 0]$.

Чтобы определить промежутки возрастания и убывания квадратичной функции, нужно:

① Определить абсциссу вершины параболы $x_в = -\dfrac{b}{2a}$.

② Определить знак первого коэффициента.

③ Заполнить таблицу изменения функции в зависимости от изменения значений аргумента.

x	$-\infty$ $x_в$ $+\infty$
$f(x)$, $a > 0$	$\searrow$ $\nearrow$

или

x	$-\infty$ $x_в$ $+\infty$
$f(x)$, $a < 0$	$\nearrow$ $\searrow$

④ Записать ответ.
(Если $a > 0$, то функция убывает на промежутке $(-\infty; x_в]$ и возрастает на промежутке $[x_в; +\infty)$;
если $a < 0$, то функция убывает на промежутке $[x_в; +\infty)$ и возрастает на промежутке $(-\infty; x_в]$.)

Найдите промежутки возрастания и убывания квадратичной функции

$$y = -2x^2 - 6x + 8.$$

① $x_в = -\dfrac{-6}{2 \cdot (-2)} = -1{,}5$.

② $a = -2 < 0$.

③

x	$-\infty$ $-1{,}5$ $+\infty$
$f(x)$, $a < 0$	$\nearrow$ $\searrow$

④ *Ответ*: промежуток возрастания $(-\infty; -1{,}5]$;
промежуток убывания $[-1{,}5; +\infty)$.

Промежутки убывания и возрастания функции называются промежутками монотонности функции.

Промежутки знакопостоянства квадратичной функции

Для того чтобы определить, на каком промежутке значения квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ положительны, а на каком отрицательны, воспользуемся ее схематическим изображением.

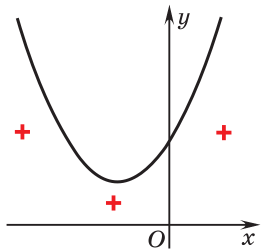


Рис. 68

Квадратичная функция, график которой изображен на рисунке 68, принимает только положительные значения при всех значениях аргумента, так как при всех $x \in \boldsymbol{R}$ график этой функции расположен выше оси абсцисс, т. е.

$$y > 0 \text{ при } x \in (-\infty; +\infty).$$

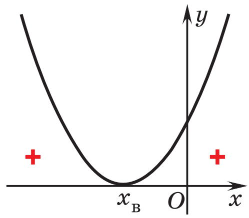


Рис. 69

Квадратичная функция, график которой изображен на рисунке 69, принимает только положительные значения при всех значениях аргумента, кроме $x = x_в$, так как при всех $x \neq x_в$ график функции расположен выше оси абсцисс. Значит,

$$y > 0 \text{ при } x \in (-\infty; x_в) \cup (x_в; +\infty).$$

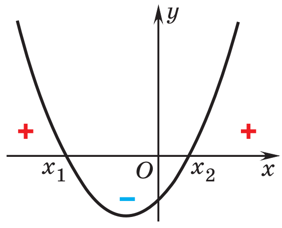


Рис. 70

Квадратичная функция, график которой изображен на рисунке 70, принимает положительные значения на открытых числовых лучах $(-\infty; x_1)$ и $(x_2; +\infty)$, отрицательные значения — между нулями функции, т. е. на интервале $(x_1; x_2)$.

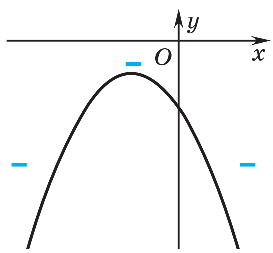


Рис. 71

Квадратичная функция, график которой изображен на рисунке 71, принимает только отрицательные значения при всех значениях аргумента, так как при всех $x \in \boldsymbol{R}$ график этой функции расположен ниже оси абсцисс, т. е.

$$y < 0 \text{ при } x \in (-\infty; +\infty).$$

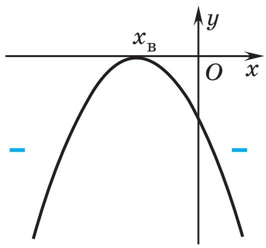


Рис. 72

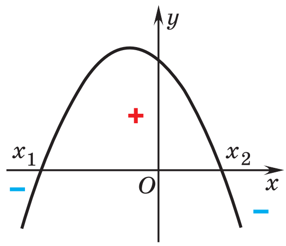


Рис. 73

Квадратичная функция, график которой изображен на рисунке 72, принимает только отрицательные значения при всех значениях аргумента, кроме $x = x_в$, так как при всех $x \neq x_в$ график функции расположен ниже оси абсцисс. Значит,

$$y < 0 \text{ при } x \in (-\infty;\ x_в) \cup (x_в;\ +\infty).$$

Квадратичная функция, график которой изображен на рисунке 73, принимает положительные значения между нулями функции, т. е. на интервале $(x_1;\ x_2)$. Отрицательные значения эта функция принимает на открытых числовых лучах $(-\infty;\ x_1)$ и $(x_2;\ +\infty)$.

Промежутки, на которых функция принимает только положительные или только отрицательные значения, называются промежутками знакопостоянства функции.

Монотонность квадратичной функции

1. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $y = x^2 - 4x + 3$.

① Найдем абсциссу вершины параболы: $x_в = -\frac{-4}{2} = 2$.

② Определим знак первого коэффициента: $a = 1 > 0$.

③

x	$-\infty$ 2 $+\infty$
$f(x)$, $a > 0$	$\searrow$ $\nearrow$

④ *Ответ*: функция возрастает на числовом луче $[2; +\infty)$ и убывает на числовом луче $(-\infty;\ 2]$.

<table>
<tr>
<td>

2. Найдите промежутки монотонности функции

$y = -5(x + 7)^2 + 1.$

</td>
<td>

① $x_{\text{в}} = -7.$

② $a = -5 < 0.$

③

<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty \quad -7 \quad +\infty$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$,
$a < 0$</td><td>↗ ↘</td></tr>
</table>

④ *Ответ*: функция убывает на числовом луче $[-7; +\infty)$ и возрастает на числовом луче $(-\infty; -7]$.

</td>
</tr>
<tr>
<td>

3. На рисунке 74 изображены графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$. Определите промежутки возрастания и убывания этих функций.

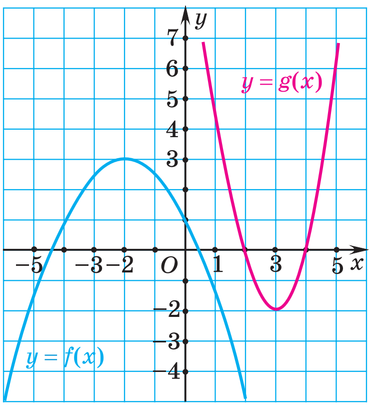


Рис. 74

</td>
<td>

Функции $y = f(x)$ соответствует парабола, ветви которой направлены вниз. Абсцисса вершины параболы равна $x_{\text{в}} = -2$. Эта функция возрастает на числовом луче $(-\infty; -2]$ и убывает на числовом луче $[-2; +\infty)$.

Парабола, ветви которой направлены вверх, соответствует функции $y = g(x)$. Так как $x_{\text{в}} = 3$, то функция возрастает на числовом луче $[3; +\infty)$ и убывает на числовом луче $(-\infty; 3]$.

</td>
</tr>
<tr>
<td>

4. Дана функция

$$f(x) = -7(x - 5)^2 - 1.$$

Не выполняя вычислений, расположите в порядке возрастания:

а) $f(9,8)$; $f(6,2)$; $f(5,6)$;

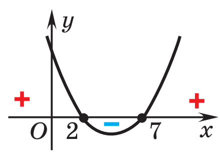
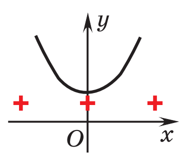
б) $f(-1,2)$; $f(2,8)$; $f(4,9)$.

</td>
<td>

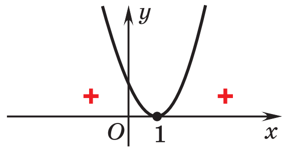
Функция $f(x) = -7(x - 5)^2 - 1$ убывает на числовом луче $[5; +\infty)$ и возрастает на числовом луче $(-\infty; 5]$.

а) Числа 9,8; 6,2 и 5,6 принадлежат промежутку убывания функции, поэтому из того, что $9{,}8 > 6{,}2 > 5{,}6$, следует $f(9{,}8) < f(6{,}2) < f(5{,}6)$.

</td>
</tr>
</table>

	б) Числа –1,2; 2,8 и 4,9 принадлежат промежутку возрастания функции, поэтому из того, что $-1{,}2 < 2{,}8 < 4{,}9$, следует $f(-1{,}2) < f(2{,}8) < f(4{,}9)$.
Промежутки знакопостоянства квадратичной функции	
5. Определите промежутки знакопостоянства функции: а) $y = x^2 - 9x + 14$; б) $y = x^2 + 4$; в) $y = (x - 1)^2$.	а) Построим схему графика функции $y = x^2 - 9x + 14$. Для этого определим нули функции, т. е. решим уравнение $x^2 - 9x + 14 = 0$. Корни уравнения: $x_1 = 2$; $x_2 = 7$. Так как $a = 1$, то ветви параболы направлены вверх.  Отрицательные значения функция принимает между нулями функции, т. е. на промежутке (2; 7). Положительные значения функция принимает на открытых числовых лучах $(-\infty; 2)$ и $(7; +\infty)$. б) Построим схему графика функции $y = x^2 + 4$. График не пересекает ось абсцисс, ветви параболы направлены вверх.  Функция принимает положительные значения при всех значениях аргумента $x \in \boldsymbol{R}$.

в) Построим схему графика функции $y = (x - 1)^2$.
График функции имеет с осью абсцисс только одну общую точку $x = 1$, ветви параболы направлены вверх.



Функция принимает положительные значения при всех значениях аргумента, кроме $x = 1$, т. е. $y > 0$ при $x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Соотнесите таблицы изменения функции в зависимости от изменения значений аргумента с функциями:

а) $f(x) = -3(x+1)^2+2$; б) $g(x) = 3(x-1)^2+2$; в) $h(x) = 3(x-2)^2+1$.

1)

x	$-\infty$	2	$+\infty$
	↘		↗

2)

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
	↗		↘

3)

x	$-\infty$	1	$+\infty$
	↘		↗

Какие из указанных функций принимают только положительные значения?

3.85. Из данных квадратичных функций выберите функцию, возрастающую на промежутке $(-\infty; 5]$:

а) $f(x) = (x - 5)^2 + 3$; б) $f(x) = (x - 3)^2 + 5$;
в) $f(x) = -(x - 5)^2 + 3$; г) $f(x) = -(x - 3)^2 + 5$.

3.86. Найдите промежутки возрастания и убывания квадратичной функции, используя алгоритм:

а) $y = x^2 - 6x + 4$; б) $y = -x^2 + 8x - 1$;
в) $y = 4x^2 + 12x - 5$; г) $y = -3x^2 - 6x + 8$;
д) $y = 9x^2 - 6x$; е) $y = -5x^2 + 7$.

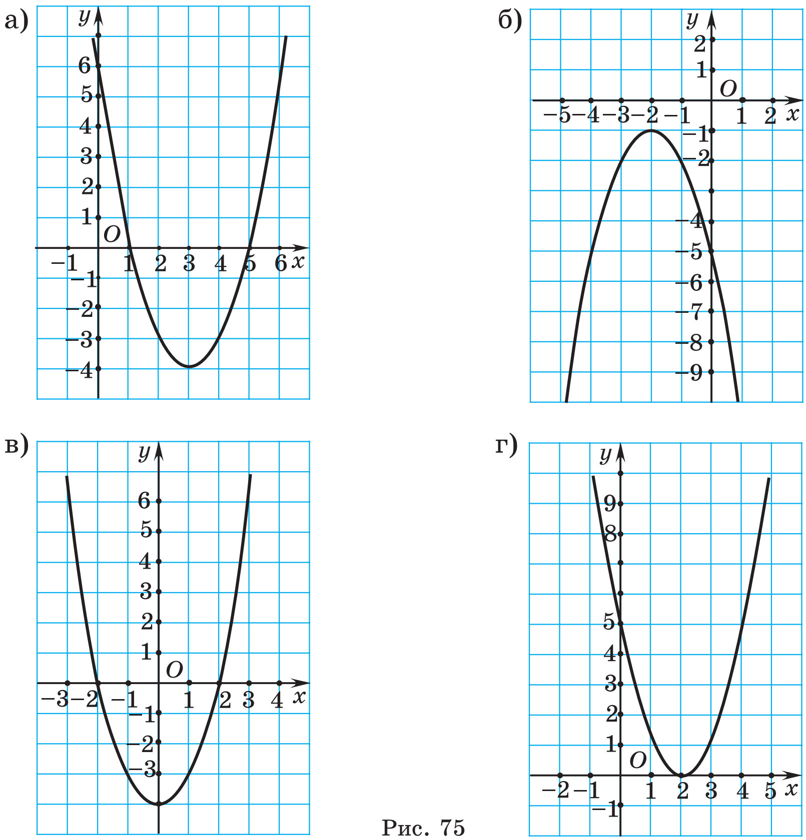


Рис. 75

3.87. Составьте таблицы изменения функции в зависимости от изменения значений аргумента для квадратичных функций, графики которых изображены на рисунке 75.

3.88. Приведите по два примера квадратичных функций, которые:

а) убывают на промежутке $[8; +\infty)$ и возрастают на промежутке $(-\infty; 8]$;

б) возрастают на промежутке $[-5; +\infty)$ и убывают на промежутке $(-\infty; -5]$.

3.89. Постройте график квадратичной функции и найдите ее промежутки монотонности:

а) $y = (x - 6)^2 - 1$; б) $y = -2x^2 - 4x + 16$;

в) $y = (x - 1)(x + 5)$; г) $y = -x^2 + 6x$.

Можно ли найти промежутки монотонности квадратичной функции, не выполняя построения графика?

3.90. Известно, что квадратичная функция $y = f(x)$ убывает на промежутке $[3; +\infty)$ и возрастает на промежутке $(-\infty; 3]$. Запишите уравнение оси симметрии графика функции $y = f(x)$.

3.91. Прямая $x = -4$ — ось симметрии параболы, являющейся графиком квадратичной функции $y = f(x)$. Известно, что ветви параболы направлены вниз. Найдите промежутки монотонности функции $y = f(x)$.

3.92. Постройте график квадратичной функции:

а) $y = (x - 7)^2$; б) $y = -2x^2 + 8$; в) $y = -3(x + 2)^2$.

Найдите промежуток убывания функции.

3.93. Из данных квадратичных функций выберите все функции, которые возрастают на промежутке $(-\infty; 2]$:

а) $y = (x - 2)^2 - 1$; б) $y = -7(x - 2)^2 + 4$;

в) $y = -5x^2 + 20x + 3$; г) $y = -x^2 - 2$;

д) $y = x^2 - 2x - 7$; е) $y = -6x^2 + 12$.

Приведите примеры квадратичных функций, которые убывают на промежутке $(-\infty; -2]$.

3.94. Дана функция $f(x) = (x + 6)^2 - 8$. Не выполняя вычислений, сравните:

а) $f(3)$ и $f(5{,}2)$; б) $f(-9)$ и $f(-7)$;

в) $f(-5{,}23)$ и $f(-4{,}72)$; г) $f\left(-\sqrt{65}\right)$ и $f\left(-\sqrt{45}\right)$.

3.95. Дана функция

$$g(x) = -x^2 + 8x - 1.$$

Не выполняя вычислений, расположите в порядке убывания:

а) $g(5)$; $g(6{,}2)$ и $g(7{,}4)$;

б) $g(-2)$; $g(1{,}8)$ и $g(-3{,}7)$.

3.96. На рисунке 76 изображен график квадратичной функции $y = f(x)$. Верно ли, что $f(3) > 0$, $f(-1) < 0$, $f(0) = 0$, $f(5) < 0$? Запишите несколько значений аргумента, при которых $f(x) > 0$, $f(x) < 0$.

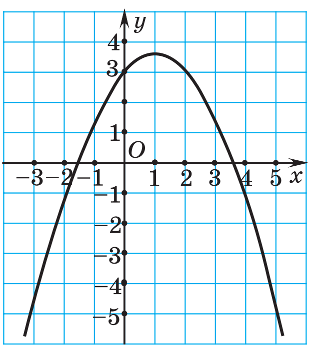


Рис. 76

3.97. Найдите промежутки знакопостоянства функции:

а) $y = x^2 - 8x + 7$; б) $y = -2x^2 + 5x - 2$;

в) $y = x^2 + 8x + 16$; г) $y = -3x^2 + x - 5$;

д) $y = -9x^2 - 6x - 1$; е) $y = 2x^2 + 9$.

3.98. Найдите значения аргумента, при которых функция принимает отрицательные значения:

а) $y = -(x - 8)^2 + 16$; б) $y = (3x - 1)(x + 5)$;

в) $y = -x^2 + 9$; г) $y = x(x + 5)$.

3.99. Приведите пример квадратичной функции, принимающей положительные значения только на: а) промежутке $(-3; 3)$; б) промежутке $(-1; 5)$; в) промежутках $(-\infty; 1)$ и $(6; +\infty)$.

3.100. Постройте график квадратичной функции $y = -x^2 + 4$. Найдите: а) значения аргумента, при которых функция принимает отрицательные значения; б) промежуток, на котором функция убывает.

3.101. Постройте график квадратичной функции $f(x) = 2x^2 + 6x$. Найдите: а) значения аргумента, при которых функция принимает положительные значения; б) промежуток возрастания функции; в) множество значений функции; г) все значения аргумента, для которых выполняется неравенство $f(x) \leqslant 0$.

3.102. На рисунке 77 изображен график квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$. Запишите: а) область определения функции; б) множество значений функции; в) наименьшее значение функции; г) уравнение оси симметрии параболы; д) нули функции; е) промежутки знакопостоянства функции; ж) промежутки монотонности функции.

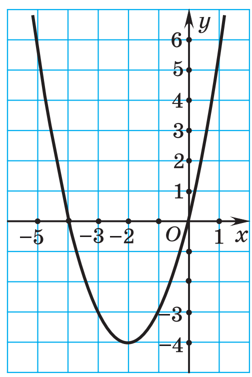


Рис. 77

3.103. Постройте график квадратичной функции $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4$ и назовите: а) область определения функции; б) множество значений функции; в) наименьшее значение функции; г) уравнение оси симметрии параболы; д) нули функции; е) промежутки знакопостоянства функции; ж) промежутки монотонности функции.

3.104. Приведите пример квадратичной функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, которая возрастает на промежутке $[1; +\infty)$ и принимает положительные значения при всех значениях аргумента.

3.105. Постройте график квадратичной функции $y = -2(x + 1)^2 + 8$ и назовите: а) область определения функции; б) множество значений функции; в) наибольшее значение функции; г) уравнение оси симметрии параболы; д) нули функции; е) промежутки знакопостоянства функции; ж) промежутки монотонности функции.

3.106. Приведите пример квадратичной функции $g(x) = ax^2 + bx + c$, которая имеет наименьшее значение в точке $A\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ и принимает отрицательные значения на промежутке $(-3; 4)$.

3.107. Известно, что ветви параболы $y = ax^2 + bx + c$ направлены вниз, а нулями функции являются числа 8 и 32. Найдите промежутки:

а) знакопостоянства функции;

б) монотонности функции.

3.108. Найдите значения числа n, при которых функция $y = -3x^2 + x + n$ принимает только отрицательные значения.

3.109. Известно, что функция $y = 10x^2 + mx + k$ не имеет нулей. Найдите промежутки знакопостоянства функции.

3.110. Найдите значение числа b, при котором промежуток $(-\infty; -2]$ является промежутком убывания функции $y = 3x^2 + bx - 11$.

3.111. Прямая $x = -1$ является осью симметрии параболы $f(x) = ax^2 + (a^2 - 8)x - 2$, ветви которой направлены вниз. Найдите промежутки монотонности и промежутки знакопостоянства функции $y = f(x)$.

3.112. При каком значении числа a график квадратичной функции $y = ax^2 - 4x + 5$ касается оси абсцисс?

3.113. При каком значении числа a одна из точек пересечения параболы $y = x^2 + (a - 4)x + a - 4$ с осью абсцисс лежит правее начала координат, а другая — левее?

3.114. Из данных квадратичных функций выберите функцию, которая убывает на промежутке $(-\infty; 7]$:

а) $f(x) = (x-2)^2 - 7$; б) $f(x) = (x-7)^2 + 2$;
в) $f(x) = -(x-7)^2 + 2$; г) $f(x) = (x+7)^2 - 3$.

3.115. Найдите промежутки возрастания и убывания квадратичной функции, используя алгоритм:

а) $y = x^2 + 10x - 3$; б) $y = -5x^2 - 15x + 7$;
в) $y = 4x^2 - 5$; г) $y = -8x^2 + 2x$.

3.116. Постройте график квадратичной функции и найдите ее промежутки монотонности:

а) $y = x^2 - 6x + 5$; б) $y = -2(x+3)^2 + 8$;
в) $y = (x-3)(x+1)$; г) $y = -x^2 + 4x$.

3.117. Известно, что квадратичная функция $y = f(x)$ убывает на промежутке $(-\infty; -6]$ и возрастает на промежутке $[-6; +\infty)$. Запишите уравнение оси симметрии графика функции $y = f(x)$.

3.118. Постройте график квадратичной функции и найдите промежуток возрастания функции:

а) $y = (x+2)^2$; б) $y = -x^2 + 1$; в) $y = -2(x-3)^2$.

3.119. Из данных квадратичных функций выберите все функции, которые убывают на промежутке $[-1; +\infty)$:

а) $y = (x-1)^2 - 2$; б) $y = -(x+1)^2 + 3$;
в) $y = -x^2 + 1$; г) $y = -x^2 - 2x - 6$.

Приведите пример квадратичной функции, которая возрастает на промежутке $(-\infty; 1]$.

3.120. Дана функция $f(x) = (x-4)^2 + 5$. Не выполняя вычислений, сравните:

а) $f(5)$ и $f(6)$; б) $f(2)$ и $f(3)$; в) $f(-2{,}4)$ и $f(3{,}75)$.

3.121. Дана функция $g(x) = -3x^2 - 12x + 2$. Не выполняя вычислений, расположите в порядке возрастания:

а) $g(-3)$; $g(-4{,}8)$ и $g(-6{,}5)$; б) $g(10)$; $g(18)$ и $g(15)$.

3.122. Найдите промежутки знакопостоянства функции:

а) $y = x^2 + 2x - 8$; б) $y = -3x^2 + 10x - 3$;
в) $y = x^2 - 4x + 4$; г) $y = -2x^2 + 3x - 7$.

3.123. Найдите значения аргумента, при которых функция принимает положительные значения:

а) $y = (x - 1)^2 - 9$; б) $y = (x + 9)(3 - 2x)$;
в) $y = x^2 - 4$; г) $y = x(5 - x)$.

3.124. Приведите пример квадратичной функции, принимающей отрицательные значения только на: а) промежутке $(-5; 5)$; б) промежутках $(-\infty; 4)$ и $(7; +\infty)$.

3.125. Постройте график квадратичной функции $y = -x^2 + 2x$. Найдите: а) значения аргумента, при которых функция принимает положительные значения; б) промежуток, на котором функция возрастает.

3.126. Постройте график квадратичной функции $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$ и назовите: а) область определения функции; б) множество значений функции; в) наименьшее значение функции; г) уравнение оси симметрии параболы; д) нули функции; е) промежутки знакопостоянства функции; ж) промежутки монотонности функции.

3.127. Постройте график квадратичной функции $y = -(x - 5)^2 + 1$ и назовите: а) область определения функции; б) множество значений функции; в) наибольшее значение функции; г) уравнение оси симметрии параболы; д) нули функции; е) промежутки знакопостоянства функции; ж) промежутки монотонности функции.

3.128. Найдите значение числа m, при котором функция $y = 2x^2 - 3x + m$ принимает только положительные значения.

3.129. Выполните действия: $1\frac{5}{36} + 0{,}07 : (0{,}85 \cdot 0{,}4 - 0{,}4)$.

3.130. Найдите значение выражения:

а) $\frac{5^{13} \cdot (5^{10})^2}{5^{31}}$; б) $\frac{12^8}{27^2 \cdot 2^{15}}$.

3.131. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а) $\frac{14}{\sqrt{7}}$; б) $\frac{11}{5 - \sqrt{3}}$.

3.132. Решите неравенство $(0{,}2x - 3)^2 \geqslant (0{,}1x + 6)(0{,}4x - 1)$.

3.133. Магазин закупил на оптовой базе 100 кг слив по цене 3 р. за килограмм. Во время сортировки выяснилось, что 10 % ягод потеряли товарный вид. Какую минимальную розничную цену должен установить магазин на сливы, чтобы получить не менее 20 % прибыли?

§ 15. Квадратные неравенства

3.134. Решите неравенство:

а) $2x - 6 \leqslant 0$; б) $-7x - 4 > 2$; в) $8 + 2{,}5x > 0$.

3.135. При каком значении аргумента значения функции $y = 2x - 6$:

а) положительны; б) отрицательны; в) неположительны?

3.136. Если для значений аргумента из некоторого интервала функция принимает только положительные значения, то:
а) график функции на этом интервале расположен выше оси абсцисс;
б) график функции на этом интервале расположен правее оси ординат;
в) положение графика нельзя определить.
Выберите правильный ответ.

Рассмотрим задачу. Государственное предприятие «Бобруйский завод биотехнологий» производит гель для рук «Чистые ручки», максимальное суточное производство 3500 л. Когда производится x сотен литров геля в день, себестоимость продукции рассчитывается по формуле $C(x) = 0{,}3x^2 - 12x + 640$. Определите объем производства геля, при котором его себестоимость не превышала бы 550 р. за 100 литров.

Так как каждому значению аргумента x, не превышающему 3500 л, соответствует значение $C(x)$, а по условию требуется найти такие значения x, при которых себестоимость не превышает 550 р. за 100 литров, то нужно решить неравенство $C(x) \leqslant 550$, или $0{,}3x^2 - 12x + 640 \leqslant 550$, или $0{,}3x^2 - 12x + 90 \leqslant 0$. Полученное неравенство — **квадратное**.

Неравенства вида $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c \geqslant 0$, $ax^2 + bx + c \leqslant 0$, где $a \neq 0$, называются **квадратными.**