

4.38. Известно, что обратная пропорциональность $y = \frac{k}{x}$ убывает на промежутке $(-\infty; 0)$. В каких координатных четвертях расположен ее график? Найдите промежутки знакопостоянства данной функции.

 **4.39.** Определите, сколько точек, у которых абсцисса равна ординате, имеет график функции:

а) $y = \frac{36}{x}$; б) $y = \frac{5}{x}$.

Найдите координаты всех таких точек.

 **4.40.** Постройте график функции $y = -\frac{15}{|x|}$.



4.41. Расположите в порядке возрастания числа a , a^2 и a^3 , если $a < -1$.

4.42. Найдите значение выражения $\frac{6^{-3} \cdot 2^{-4}}{18^{-2}}$.

4.43. Вычислите: $\frac{|-21| + |-4|}{|24 \cdot |-5|}$.

4.44. Вынесите множитель за знак корня в выражении $\sqrt{18x^6}$ при $x \leq 0$.

4.45. Друзья подарили однокласснику аквариум, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда. Длина аквариума равна $6\frac{2}{5}$ дм, ширина — $2\frac{1}{4}$ дм, высота — $1\frac{7}{8}$ дм. Сколько полных 4-литровых ведер воды пришлось влить в аквариум, чтобы наполнить его до $\frac{8}{9}$ высоты?

§ 18. Свойства и график функции $y = x^3$

 **4.46.** Найдите объем куба, если длина его ребра равна:
а) 6 см; б) 10 дм; в) x м.

4.47. Найдите значение выражения: 2^3 ; $(-3)^3$; $(\frac{2}{5})^3$; $(-\frac{4}{7})^3$; $(0,1)^3$.

 В математике функции вида $y = x^k$ изучают для различных значений k . Мы уже рассмотрели свойства функции $y = x^2$, $k = 2$ и обратной пропорциональности $y = \frac{1}{x} = x^{-1}$, $k = -1$.

Рассмотрим свойства и график функции $y = x^3$.

1. Область определения функции. Так как выражение x^3 является степенью с натуральным показателем, то оно имеет смысл для любого действительного числа x , значит, областью определения функции $y = x^3$ являются все действительные числа: $D = \mathbf{R}$.

2. Множество значений функции. Степень x^3 может принимать положительные и отрицательные значения, быть равной нулю. Множеством значений функции $y = x^3$ является промежуток $(-\infty; +\infty)$: $E = \mathbf{R}$.

3. Нули функции. Так как $y = 0$, т. е. $x^3 = 0$, при $x = 0$, то это значение аргумента есть нуль функции.

4. Промежутки знакопостоянства функции. Функция принимает положительные значения ($y > 0$), если $x \in (0; +\infty)$. Функция принимает отрицательные значения ($y < 0$), если $x \in (-\infty; 0)$.

5. График функции $y = x^3$. Для построения графика функции $y = x^3$ составим таблицу значений функции, соответствующих некоторым значениям аргумента.

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

Соединим точки плавной линией, получим график функции $y = x^3$ (рис. 100). Эта линия называется *кубической параболой*.

6. Промежутки монотонности функции. С увеличением значений аргумента значения функции увеличиваются, т. е. функция возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$.

7. Точки графика функции $y = x^3$ симметричны относительно точки $(0; 0)$.

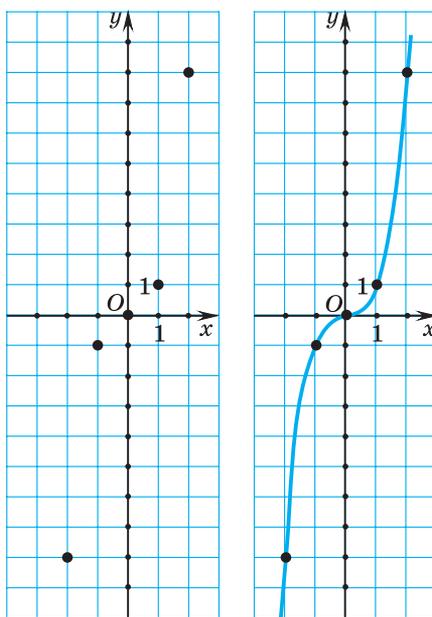


Рис. 100

 Свойства функции $y = x^3$	
<p>1. Найдите значения функции $y = x^3$, если:</p> <p>а) $x = 0,02$; б) $x = -0,02$; в) $x = 1,2$; г) $x = -1,2$.</p>	<p>а) $0,02^3 = 0,000008$; б) $(-0,02)^3 = -0,000008$; в) $1,2^3 = 1,44 \cdot 1,2 = 1,728$; г) $(-1,2)^3 = -1,728$.</p>
<p>2. Функция задана формулой $f(x) = x^3$. Сравните:</p> <p>а) $f(2,356)$ и $f(2,365)$; б) $f(-4,006)$ и $f(-4,0006)$.</p>	<p>а) Так как функция $f(x) = x^3$ возрастающая для $x \in \mathbf{R}$, то из того, что $2,356 < 2,365$, следует, что</p> $f(2,356) < f(2,365).$ <p>б) Так как $-4,006 < -4,0006$, то $f(-4,006) < f(-4,0006)$, поскольку функция $f(x) = x^3$ возрастающая для $x \in \mathbf{R}$.</p>
График функции $y = x^3$	
<p>3. Принадлежит ли графику функции $y = x^3$ точка с координатами:</p> <p>а) $(1; 0)$; б) $(1; 1)$; в) $(1; -1)$; г) $(-1; -1)$?</p>	<p>а) Подставим координаты точки в уравнение $y = x^3$, получим $1^3 = 0$ — равенство неверное, значит, точка $(1; 0)$ не принадлежит графику функции $y = x^3$.</p> <p>б) Равенство $1^3 = 1$ верное, значит, точка $(1; 1)$ принадлежит графику функции $y = x^3$.</p> <p>в) Равенство $1^3 = -1$ неверное, значит, точка $(1; -1)$ не принадлежит графику функции $y = x^3$.</p> <p>г) Равенство $(-1)^3 = -1$ верное, значит, точка $(-1; -1)$ принадлежит графику функции $y = x^3$.</p>

4. Точка $M(m; n)$ принадлежит графику функции $y = x^3$. Какая из точек также принадлежит этому графику:

- а) $N(-m; n)$;
- б) $K(m; -n)$;
- в) $L(-m; -n)$?

Так как график функции $y = x^3$ симметричен относительно начала координат, то координаты симметричных точек — противоположные числа. У точки L координаты являются числами, противоположными числам m и n . Таким образом, графику функции $y = x^3$ принадлежит точка L .



Определите, какой из графиков на рисунке 101 является кубической параболой.

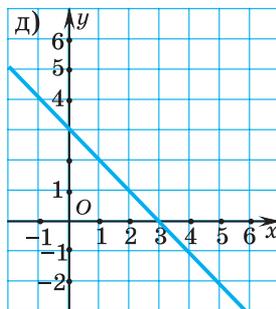
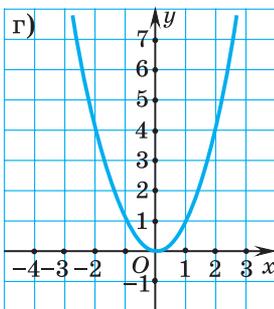
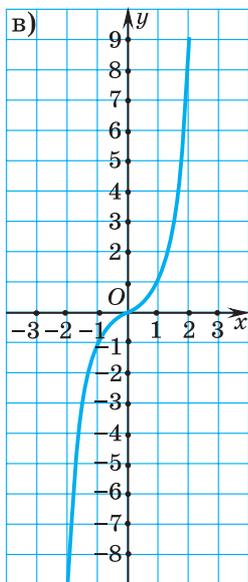
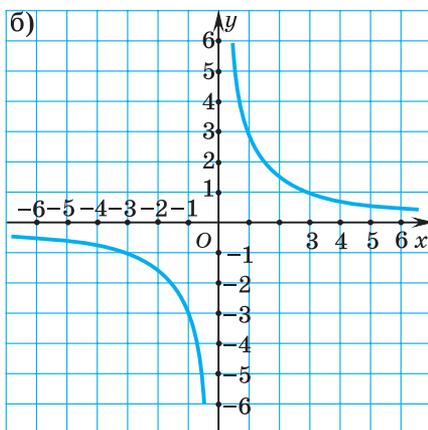
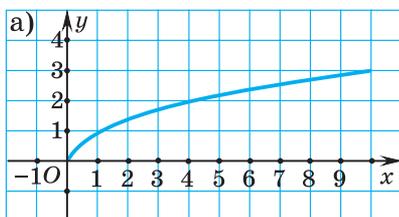


Рис. 101



4.48. Для функции $f(x) = x^3$ найдите $f(0)$; $f(4)$; $f(-5)$; $f(-0,01)$; $f(0,5)$.

4.49. Функция задана формулой $f(x) = x^3$. Найдите значение аргумента, при котором значение функции равно 1; 0; -8; $2\sqrt{2}$.

4.50. Выберите точки, через которые проходит график функции $y = x^3$:

- а) $A(-5; -125)$; б) $B(4; -64)$; в) $C(10; 100)$;
г) $D(-0,1; -0,001)$; д) $E(2; 6)$; е) $M(\sqrt{3}; 3\sqrt{3})$.

Запишите координаты еще каких-либо двух точек, принадлежащих графику функции $y = x^3$.

4.51. Функция задана формулой $f(x) = x^3$. Сравните:

- а) $f(2,1)$ и $f(3,9)$; б) $f(-8,97)$ и $f(-9,52)$;
в) $f(-\sqrt{5})$ и $f(-2)$; г) $f(2\sqrt{3})$ и $f(13)$.

4.52. Дана функция $g(x) = x^3$. Расположите в порядке убывания $g(-2,8)$; $g(0)$; $g(-4,65)$ и $g(15)$.

4.53. В одной системе координат постройте графики функций и найдите координаты их общих точек:

- а) $y = x^3$ и $y = 2 - x$; б) $y = x^3$ и $y = \frac{16}{x}$.

4.54. Функция задана формулой $f(x) = x^3$. Найдите значения выражения:

- а) $f(-3) + f(3) - f(5)$; б) $f(2,45) + f(-2,45) + f(0)$;
в) $f(-\sqrt{7}) + f(\sqrt{7})$; г) $f(\sqrt{2}) + f(-\sqrt{2}) + f(-1)$.

Обобщите полученные результаты. Для функции $f(x) = x^3$ найдите $f(a) + f(-a) + f(1)$, где a — любое действительное число.

4.55. В одной системе координат постройте графики функций $y = x^3$ и $y = x$. Сравните свойства функций $y = x^3$ и $y = x$.



4.56. Найдите значения функции $y = x^3$ при значениях аргумента, равных 1; -3; 0,1; -2,5.

4.57. Для функции $f(x) = x^3$ найдите значение аргумента, при котором $f(x) = -1$; $f(x) = 27$; $f(x) = -125$; $f(x) = 7\sqrt{7}$.

