4.81. Вычислите:

а) $\frac{(3\sqrt{8})^2}{24}$; б) $6\sqrt{1{,}21} - 2(\sqrt{2})^2$.

4.82. Найдите количество целых решений неравенства

$$\frac{x^2+6x}{6} - \frac{2x+3}{2} \leqslant 12.$$

4.83. В рамках республиканской акции по благоустройству и озеленению территорий «Цветы добра» учащиеся создавали проекты цветников. Группа восьмиклассников высаживала цветы в городском парке 4 ч, а группа семиклассников — 3 ч. Вместе они высадили 440 цветов. Сколько цветов высадили восьмиклассники, если за 1 ч работы две группы вместе высадили 130 цветов?

§ 20. Свойства и график функции $y = \sqrt{x}$

4.84. Найдите длину стороны квадрата, если его площадь равна:

а) 36 см^2; б) 10 дм^2; в) x м^2.

4.85. Найдите значение выражения $\sqrt{32} - \sqrt{8} + \sqrt{18}$.

4.86. Сравните $\sqrt{1\frac{9}{16}}$ и $2\sqrt{0{,}25}$.

Зависимость между двумя переменными величинами, при которой каждому значению одной переменной величины x из множества неотрицательных чисел ставится в соответствие значение $\sqrt{x}$, задает функцию $y = \sqrt{x}$.

Рассмотрим свойства и график функции $y = \sqrt{x}$.

1. Область определения функции. Так как по определению квадратного корня из числа $(\sqrt{x})^2 = x$, а $(\sqrt{x})^2 \geqslant 0$, то аргумент x принимает только неотрицательные значения, т. е. $D = [0; +\infty)$.

2. Множество значений функции. По определению арифметический квадратный корень из числа есть число неотрицательное, т. е. множеством значений функции $y = \sqrt{x}$ является множество неотрицательных чисел: $E(y) = [0; +\infty)$.

3. Нули функции. Так как $y = 0$, т. е. $\sqrt{x} = 0$, при $x = 0$, то значение $x = 0$ является нулем функции.

Три рассмотренных свойства позволяют утверждать, что график функции $y = \sqrt{x}$ лежит в первой координатной четверти и проходит через начало координат.

4. Промежутки знакопостоянства функции. $y > 0$ при всех $x \in (0; +\infty)$.

5. График функции $y = \sqrt{x}$. Для построения графика функции $y = \sqrt{x}$ составим таблицу значений функции, соответствующих некоторым значениям аргумента.

x	0	1	4	9
y	0	1	2	3

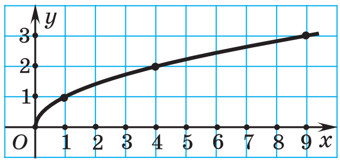

Рис. 103

Соединим точки плавной линией, получим график функции $y = \sqrt{x}$ (рис. 103).

6. Промежутки монотонности функции. С увеличением значений аргумента x значения функции $y = \sqrt{x}$ увеличиваются, значит, функция $y = \sqrt{x}$ возрастает для всех $x \in [0; +\infty)$.

Свойства функции $y = \sqrt{x}$

1. Найдите значение функции $y = \sqrt{x}$, если: а) $x = 0{,}04$; б) $x = 1{,}21$; в) $x = 4{,}84$; г) $x = 1225$.	а) Подставим значение $x = 0{,}04$ в формулу $y = \sqrt{x}$, получим $y = \sqrt{0{,}04} = 0{,}2$; б) $y = \sqrt{1{,}21} = 1{,}1$; в) $y = \sqrt{4{,}84} = 2{,}2$; г) $y = \sqrt{1225} = 35$.
2. Функция задана формулой $f(x) = \sqrt{x}$. Сравните: а) $f(8{,}35)$ и $f(5{,}35)$; б) $f(41{,}06)$ и $f(42{,}06)$.	а) Так как функция $y = \sqrt{x}$ возрастает на промежутке $[0; +\infty)$, то из того, что $8{,}35 > 5{,}35$, следует, что $f(8{,}35) > f(5{,}35)$. б) Так как $41{,}06 < 42{,}06$ и функция $y = \sqrt{x}$ возрастающая для $x \in [0; +\infty)$, то $f(41{,}06) < f(42{,}06)$.

График функции $y = \sqrt{x}$	
3. Какие из точек: а) (1; 1); б) (16; 4); в) (1; –1); г) (16; –4) — принадлежат графику функции $y = \sqrt{x}$?	а) Подставим координаты точки (1; 1) в уравнение $y = \sqrt{x}$, получим $\sqrt{1} = 1$ — верное равенство, значит, точка (1; 1) принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$. б) Равенство $\sqrt{16} = 4$ верное, значит, точка (16; 4) принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$. в) Равенство $\sqrt{1} = -1$ неверное, значит, точка (1; –1) не принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$. г) Равенство $\sqrt{16} = -4$ неверное, значит, точка (16; –4) не принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$.
4. Используя график функции $y = \sqrt{x}$ на отрезке [0; 5] (рис. 104), найдите приближенное значение $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$.	По значению абсцисс точек находим приближенное значение ординат точек графика: $\sqrt{2} \approx 1{,}4$, $\sqrt{3} \approx 1{,}7$, $\sqrt{5} \approx 2{,}2$.

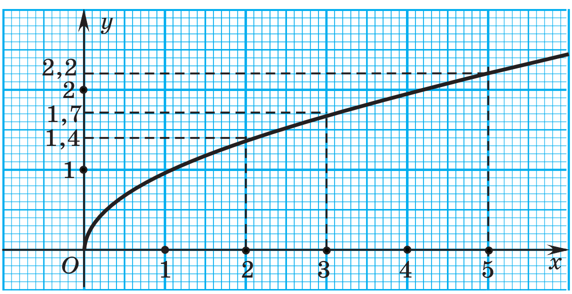

Рис. 104

1. Выберите функции, областью определения которых являются все действительные числа:

а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = x^3$; в) $y = \frac{k}{x}$; г) $y = |x|$.

2. Определите функции, которые при всех значениях x из области определения принимают неотрицательные значения:

а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = x^3$; в) $y = \frac{k}{x}$; г) $y = |x|$.

4.87. Для функции $f(x) = \sqrt{x}$ найдите $f(0)$; $f(4)$; $f(0{,}25)$; $f(49)$; $f(6400)$.

4.88. Из чисел 9; –3; 0; –1,25; 12,3; 8 выберите те, которые не принадлежат области определения функции $y = \sqrt{x}$.

4.89. Найдите значение аргумента, при котором значение функции $y = \sqrt{x}$ равно 0; 1; 2,5; $\sqrt{7}$; $2\sqrt{5}$. Может ли данная функция принимать значение, равное –8?

4.90. Выберите точки, через которые проходит график функции $y = \sqrt{x}$:

а) $A(36;\ 6)$; б) $B(0{,}25;\ 0{,}5)$; в) $C(1;\ -1)$;

г) $D(0{,}01;\ 0{,}1)$; д) $E(144;\ -12)$; е) $F\left(5;\ \sqrt{5}\right)$.

Определите, какие из данных точек расположены ниже графика функции $y = \sqrt{x}$, а какие выше. Запишите координаты еще каких-либо двух точек, принадлежащих графику функции $y = \sqrt{x}$.

4.91. Функция задана формулой $f(x) = \sqrt{x}$. Сравните:

а) $f(6)$ и $f(11)$; б) $f(29{,}18)$ и $f(31{,}9)$.

4.92. Пользуясь свойствами функции $f(x) = \sqrt{x}$, сравните числа:

а) $\sqrt{37}$ и $\sqrt{35}$; б) $\sqrt{24}$ и 5; в) $5\sqrt{3}$ и $4\sqrt{5}$.

4.93. Расположите в порядке возрастания числа:

а) $\sqrt{17}$; $3\sqrt{2}$; 4; б) $5\sqrt{2}$; $4\sqrt{3}$; $\sqrt{42}$.

4.94. Найдите какое-нибудь рациональное число, заключенное между числами $\sqrt{5}$ и $\sqrt{6}$.

4.95. Между какими последовательными целыми числами заключено число $-\sqrt{18}$?

4.96. Определите, пересекается ли график функции $y = \sqrt{x}$ с прямой:

а) $y = 2$; б) $y = 1{,}5$; в) $y = -3$;

г) $y = 0$; д) $y = \sqrt{5}$; е) $y = -\sqrt{2}$.

Если да, то найдите координаты точки пересечения.

4.97. Используя график функции $y = \sqrt{x}$ (рис. 105), найдите приближенное значение $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{10}$.

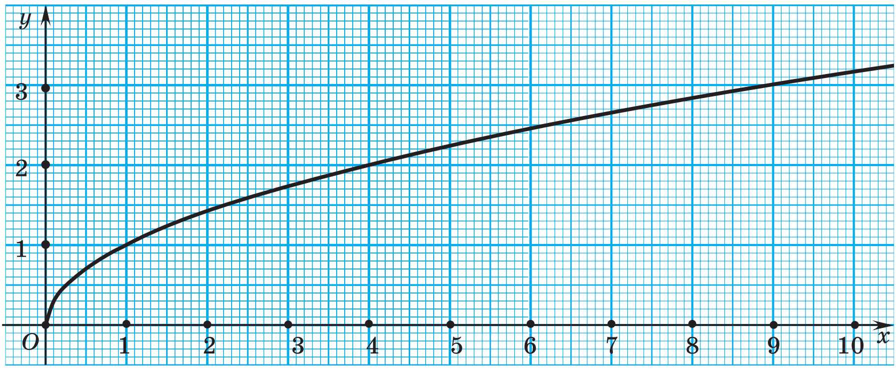

Рис. 105

4.98. Выберите прямые, которые пересекает график функции $y = \sqrt{x}$:

а) $y = 3x$; б) $y = -x + 2$;

в) $y = 2x + 5$; г) $y = -4x - 3$.

4.99. В одной системе координат постройте графики функций и найдите координаты их общих точек:

а) $y = \sqrt{x}$ и $y = \frac{8}{x}$; б) $y = \sqrt{x}$ и $y = x - 2$.

4.100. В одной системе координат постройте графики функций $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$ и $y = x$. Найдите координаты общих точек построенных графиков. Сравните свойства функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x^2$.

4.101. Среди функций $y = \sqrt{x}$; $y = |x|$; $y = x^3$ и $y = \frac{k}{x}$, где $k \neq 0$, выберите функции:

а) нулем которых является $x = 0$;

б) возрастающие при $x \in (0; +\infty)$;

в) значения которых отрицательны при $x < 0$.

4.102. Сравните значения функции $y = \sqrt{x}$ при $x = \left(\frac{5}{\sqrt{6}+1}\right)^2$ и $x = 7 - 2\sqrt{6}$.

4.103. Даны функции $f(x) = \sqrt{x}$ и $g(x) = |x|$. Найдите значение выражения:

а) $f(g(-25))$; б) $g(f(0,36))$.

4.104. Найдите значения функции $y = \sqrt{x}$ при значении аргумента, равном 1; 25; 2,56.

4.105. Для функции $f(x) = \sqrt{x}$ найдите значение аргумента, при котором $f(x) = 12$; $f(x) = 0,8$; $f(x) = 3\sqrt{2}$.

4.106. Выберите точки, принадлежащие графику функции $y = \sqrt{x}$:

а) $A(0;\ 0)$; б) $B(16;\ -4)$; в) $C(-100;\ 10)$;

г) $D(0,81;\ 0,9)$; д) $E\left(8;\ 2\sqrt{2}\right)$; е) $K\left(\sqrt{6};\ 36\right)$.

4.107. Дана функция $f(x) = \sqrt{x}$. Расположите в порядке возрастания $f(2)$; $f(5)$; $f(0,1)$ и $f(3,8)$.

4.108. Пользуясь свойствами функции $y = \sqrt{x}$, сравните числа:

а) $\sqrt{11}$ и $\sqrt{13}$; б) $\sqrt{37}$ и 6; в) $2\sqrt{6}$ и $4\sqrt{7}$.

4.109. Расположите в порядке убывания числа 7; $3\sqrt{5}$; $\sqrt{47}$.

4.110. Найдите два последовательных целых числа, между которыми заключено число $\sqrt{95}$.

4.111. Определите, пересекается ли график функции $y = \sqrt{x}$ с прямой:

а) $y = 1$; б) $y = \frac{1}{3}$; в) $y = -7$; г) $y = \sqrt{13}$.

Если да, то найдите координаты точки пересечения.

4.112. В одной системе координат постройте графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x - 6$, найдите координаты их общей точки.

4.113. За 800 г конфет заплатили 9 р. 60 к. Сколько граммов таких же конфет можно купить на 3 р.?

4.114. Решите систему неравенств $\begin{cases} x^2 - 6x - 7 \geqslant 0, \\ 2 - 3x > 0. \end{cases}$

4.115. Представьте в виде произведения:

а) $(y + 2)^2 - 2y(y + 2)$; б) $-3y^2 + 10y - 3$.

4.116. Выполните действия и запишите результат в стандартном виде:

а) $13\,000^2$; б) $0{,}004^3$; в) 5000^{-4}.

Итоговая самооценка

После изучения этой главы я должен:

- знать свойства функции $y = \frac{k}{x}$, где $k \neq 0$;
- уметь строить график функции $y = \frac{k}{x}$, где $k \neq 0$, для различных значений k;
- применять свойства функции $y = \frac{k}{x}$, где $k \neq 0$, при решении задач;
- знать свойства функции $y = x^3$, уметь строить график этой функции;
- применять свойства функции $y = x^3$ при решении задач;
- знать свойства функции $y = \sqrt{x}$, уметь строить ее график;
- применять свойства функции $y = \sqrt{x}$ при решении задач;
- знать свойства функции $y = |x|$, уметь строить ее график;
- применять свойства функции $y = |x|$ и использовать ее график при решении задач.

Я проверяю свои знания

1. Установите соответствие между графиком функции (рис. 106) и ее записью с помощью формулы:

а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = x^3$; в) $y = |x|$; г) $y = \frac{3}{x}$.

Как называется функция вида $y = \frac{k}{x}$, где $k \neq 0$? Как называется график этой функции?

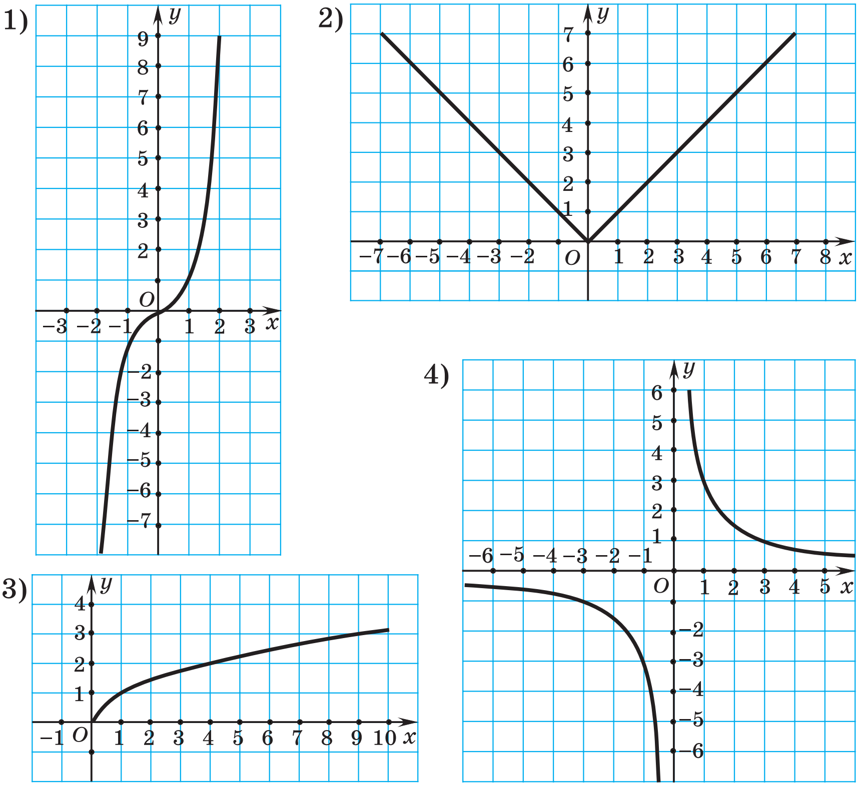

Рис. 106

2. Выберите функции, графикам которых принадлежит точка $A(-2;\ 2)$:

а) $f(x) = |x|$; б) $f(x) = \sqrt{x}$;

в) $f(x) = -\frac{4}{x}$; г) $f(x) = x^3$.

3. Найдите $f(9)$ для функции:

а) $f(x) = |x|$; б) $f(x) = \sqrt{x}$;

в) $f(x) = -\frac{18}{x}$; г) $f(x) = x^3$.

4. Найдите все значения аргумента, при которых выполняется равенство $g(x) = 8$, если:

а) $g(x) = |x|$; б) $g(x) = \sqrt{x}$;

в) $g(x) = \frac{24}{x}$; г) $g(x) = x^3$.

5. В одной системе координат постройте графики функций $y = \frac{8}{x}$ и $y = \sqrt{x}$, найдите координаты их общей точки. Имеют ли общие точки графики функций:

а) $y = \frac{8}{x}$ и $y = -\frac{5}{x}$; б) $y = \frac{8}{x}$ и $y = -2x$?

Можно ли ответить на этот вопрос, не выполняя построения графиков?

6. Для каждой из функций $f(x) = |x|$; $f(x) = \sqrt{x}$; $f(x) = \frac{k}{x}$, $k < 0$, и $f(x) = x^3$ укажите: а) область определения функции; б) множество значений функции; в) нули функции; г) промежутки знакопостоянства функции; д) промежутки монотонности функции.

7. Расположите в порядке возрастания $f(5{,}12)$; $f(13{,}7)$; $f(9{,}29)$, если:

а) $f(x) = |x|$; б) $f(x) = \sqrt{x}$;

в) $f(x) = \frac{k}{x}$, $k > 0$; г) $f(x) = x^3$.

8. Вычислите $f(-1{,}2) + f(1{,}2) + g(7{,}8) + g(-7{,}8) + h(9{,}5) - h(-9{,}5)$, если $f(x) = \frac{79}{x}$, $g(x) = x^3$, $h(x) = |x|$.

9. Сравните $f\left(\frac{36}{8 - 2\sqrt{7}}\right)$ и $f\left(8 - 2\sqrt{7}\right)$, если $f(x) = \sqrt{x}$.

10. Задайте формулой обратную пропорциональность, график которой проходит через одну из точек пересечения графиков функций $y = |x|$ и $y = x^3$.

Практическая математика

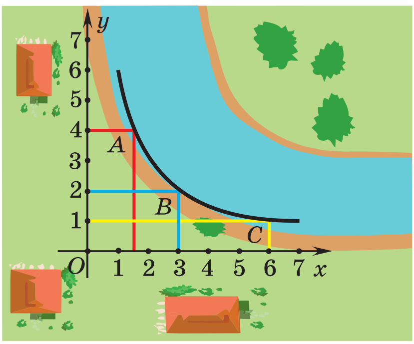

Рис. 107

1. Река огибает садовое товарищество так, как показано на рисунке 107. Дачникам предлагается устроить зону отдыха на одном из трех участков. При выборе из предлагаемых вариантов участка максимальной площади мнения разделились. Какое решение предлагаете вы?

2. Пастила продается в виде кубиков с ребром 4 см и 8 см. Восьмиклассник решил выбрать два кубика с ребром 4 см, а его старшая сестра утверждает, что лучше купить один кубик с ребром 8 см. Кто из них сумеет угостить большее число друзей, разделив купленные кубики на меньшие, с ребром 2 см?

Увлекательная математика

Исследуем, обобщаем, делаем выводы

Исследовательское задание

а) Постройте графики функций $f_1(x) = 2|x|$; $g_1(x) = 2\sqrt{x}$; $h_1(x) = 2x^3$ и $f_2(x) = 0{,}5|x|$; $g_2(x) = 0{,}5\sqrt{x}$; $h_2(x) = 0{,}5x^3$.

б) Обобщите полученные результаты для функций вида $f(x) = k|x|$; $g(x) = k\sqrt{x}$ и $h(x) = kx^3$, где $k \neq 0$.

Готовимся к олимпиадам

1. Название одного из городов Беларуси зашифровано с помощью некоторого кода: –14 –10 –15 –19 –12. Расшифруйте это слово.

2. Число x таково, что среди четырех чисел $x - \sqrt{2}$; $x^2 - 2\sqrt{2}$; $x + \frac{1}{x}$ и $x - \frac{1}{x}$ ровно одно не является целым. Найдите все такие x.

Повторение курса алгебры 8-го класса

Квадратные корни

1. Среди чисел 36; 0; $-\frac{1}{9}$; 0,04; –25; 1; 0,49 выберите те, из которых можно извлечь квадратный корень. Объясните свой выбор.

2. Вычислите:

а) $\sqrt{625} - 3\sqrt{144}$; б) $\sqrt{11\frac{1}{9}} + \sqrt{10\frac{9}{16}}$;

в) $\sqrt{64} \cdot \sqrt{25} - \sqrt{4^2 + 9}$; г) $3\sqrt{0,25} + 5\sqrt{3,24}$.

3. Найдите значение выражения при $m = 0,04$, $n = \frac{1}{4}$:

а) $m\sqrt{n} - n\sqrt{m}$;

б) $\left(\sqrt{m} + \sqrt{n}\right) : \sqrt{mn}$;

в) $\sqrt{m : n} + \sqrt{m + n + 0,2}$.

4. Вычислите:

а) $\left(\sqrt{3}\right)^2 + \sqrt{2,25}$; б) $\left(2\sqrt{5}\right)^2 - \left(5\sqrt{2}\right)^2$;

в) $\left(-\sqrt{6}\right)^2 + \left(-3\sqrt{7}\right)^2$; г) $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 + \sqrt{1\frac{19}{81}}$.

5. Используя свойства квадратного корня, вычислите:

а) $\sqrt{0,16 \cdot 49}$; б) $\sqrt{2 \cdot 800}$; в) $\sqrt{160} \cdot \sqrt{250}$;

г) $\sqrt{108} \cdot \sqrt{3}$; д) $\sqrt{\frac{36}{169}}$; е) $\sqrt{18\frac{1}{16}}$;

ж) $\frac{\sqrt{288}}{\sqrt{2}}$; з) $\frac{\sqrt{90}}{\sqrt{0,225}}$; и) $\frac{\sqrt{64,8}}{\sqrt{0,2}}$.

6. Выполните действия и определите, рациональным или иррациональным числом является значение выражения:

а) $7\sqrt{300} - \sqrt{75} - 5\sqrt{48}$; б) $3\sqrt{54} + \sqrt{96} - 5\sqrt{150}$;

в) $\left(3\sqrt{5} - \sqrt{20}\right) \cdot \sqrt{5}$; г) $\left(\sqrt{18} - \sqrt{3}\right) \cdot \sqrt{2} + 0,5\sqrt{24}$;

д) $\left(6 - \sqrt{3}\right)^2$; е) $\left(\sqrt{5} - 1\right)^2 + \sqrt{20}$;

ж) $\left(7 - \sqrt{5}\right)\left(\sqrt{5} + 7\right)$; з) $\left(\sqrt{7} - 3\right)^2\left(16 + 6\sqrt{7}\right)$.

7. Используйте свойства арифметического квадратного корня для вычисления значения выражения:

а) $\sqrt{80}+\sqrt{1,25}-\frac{1}{14}\sqrt{245}-\sqrt{180}$;

б) $\left(2-\sqrt{3}\right)^2\left(7+4\sqrt{3}\right)+3\sqrt{12\frac{1}{4}}$.

8. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а) $\frac{21}{\sqrt{7}}$; б) $\frac{8}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$; в) $\frac{1}{2\sqrt{3}+1}$.

9. Упростите выражение $2x^3-\sqrt{25x^6}$, если $x<0$.

10. Упростите выражение:

а) $\sqrt{(y-3)^2}+\sqrt{(5-y)^2}$ при $3\leqslant y\leqslant 5$;

б) $\sqrt{4a^2+4a+1}-\sqrt{9a^2}$ при $-4<a<-2$.

11. Внесите множитель под знак корня:

а) $6\sqrt{2}$; б) $a\sqrt{7}$ при $a\geqslant 0$; в) $b\sqrt{3}$ при $b<0$;

г) $n\sqrt{n}$; д) $c\sqrt{-c}$; е) $-a\sqrt{-a}$.

12. Найдите значение выражения $A+B+C+D$, если известно, что:

$A=\left(\sqrt{28}-\sqrt{175}+2\sqrt{63}\right):\left(2\sqrt{7}\right)$;

$B=\left(2\sqrt{3}+5\right)^2+\left(10-\sqrt{3}\right)^2$;

$C=\frac{2}{3}\sqrt{27}+\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{8}-\sqrt{6}\right)$;

$D=\sqrt{\left(1-\sqrt{7}\right)^2}+\sqrt{\left(3-\sqrt{7}\right)^2}$.

13. Найдите значение выражения $\sqrt{19-8\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{3}-2}$.

Квадратные уравнения

14. Определите вид уравнения и решите его:

а) $12x^2+3x=0$; б) $2x^2-18=0$;

в) $\frac{1}{3}x^2-6x=0$; г) $x^2=25$;

д) $x^2+3=3-x$; е) $12-x^2=11$;

ж) $17-x^2=14$; з) $25+100x^2=0$.

15. Воспользуйтесь формулой корней квадратного уравнения и решите уравнение:

а) $x^2 - 6x - 16 = 0$; б) $3x^2 + 4x + 5 = 0$;

в) $-x^2 + 7x - 10 = 0$; г) $32x^2 - 12x + 1 = 0$;

д) $25x^2 + 10x + 1 = 0$; е) $x^2 - x + 0{,}25 = 0$.

16. Решите уравнение:

а) $(x + 1)(3x + 1) = 5$;

б) $(2x + 3)(3x + 1) = 10x - 2$;

в) $(3x - 1)(2x + 6) = 8(2x + 3)$;

г) $(2x + 1)(x + 2) - (x - 1)(3x + 1) = 9$;

д) $(x - 2)^2 = 4(x + 6)$;

е) $3(x + 1)^2 = (x + 3)^2$.

17. Составьте какое-нибудь квадратное уравнение, которое:

а) не имеет корней;

б) имеет два целых корня;

в) имеет два иррациональных корня;

г) имеет только один корень.

18. Решите уравнение, не применяя формулы корней квадратного уравнения:

а) $x^2 - 11x + 18 = 0$; б) $x^2 - 5x - 14 = 0$;

в) $x^2 - x - 6 = 0$; г) $x^2 + 2x - 3 = 0$;

д) $x^2 + 4x - 21 = 0$; е) $x^2 + 16x + 55 = 0$.

19. Выберите квадратное уравнение, корнями которого являются числа –1 и $\frac{1}{7}$:

а) $7x^2 + 6x + 1 = 0$; б) $-\frac{1}{7}x^2 + \frac{6}{7}x - 1 = 0$;

в) $x^2 - \frac{1}{7}x + 6 = 0$; г) $x^2 + \frac{1}{7}x - 6 = 0$;

д) $7x^2 + 6x - 1 = 0$; е) $x^2 - 7x - 1 = 0$.

20. Составьте квадратное уравнение с целыми коэффициентами, зная, что:

а) его корни равны 1 и –7;

б) его корни равны $\frac{1}{6}$ и –6;

в) один из его корней равен $5 - \sqrt{2}$.

21. Найдите значение выражения $x_1 + x_2 + 2x_1x_2$, если x_1 и x_2 — корни уравнения $2x^2 - 3x - 7 = 0$.

22. Уравнение $x^2 + px - 13 = 0$ имеет корни x_1 и x_2. Выразите $x_1^2 + x_2^2$ через p.

23. Разложите, если это возможно, на множители квадратный трехчлен:

а) $x^2 - 7x - 8$; б) $4x^2 + 9x + 2$; в) $4x^2 - 3x + 1$.

24. Представьте квадратный трехчлен в виде произведения двух двучленов:

а) $6x^2 - x - 1$; б) $-x^2 - 4x + 5$.

25. Решите биквадратное уравнение:

а) $x^4 - 7x^2 + 6 = 0$;

б) $4x^4 + 3x^2 - 1 = 0$;

в) $5x^4 + 11x^2 + 2 = 0$.

26. Решите уравнение, используя метод замены переменной:

а) $(x^2 - 3)^4 + (x^2 - 3)^2 = 20$;

б) $(x^2 + 5x)^2 - 2(x^2 + 5x) - 24 = 0$;

в) $2(x^2 - x + 1)^2 - 3(x^2 - x + 1) = 2$;

г) $(x^2 + x)(x^2 + x - 4) - 12 = 0$;

д) $(x^2 + 2x)(x^2 + 2x - 5) = 84$;

е) $(x^2 - 3x + 1)(x^2 - 3x - 1) = 3$;

ж) $(2x^2 + x - 1)(2x^2 + x - 4) + 2 = 0$;

з) $(x^2 - 10x + 17)^2 - (x - 2)(x - 8) = 1$.

Квадратичная функция

27. Даны функции $f(x) = 4x^2 + 8x - 12$; $g(x) = 4(x + 1)^2 - 16$; $h(x) = 4(x - 1)(x + 3)$. Покажите, что $y = f(x)$; $y = g(x)$ и $y = h(x)$ являются тремя формами записи одной и той же функции.

28. Функция задана формулой $y = 3x^2 + 2x - 5$. Найдите:

а) значение функции при $x = -\frac{2}{3}$;

б) нули функции;

в) значения аргумента, при которых функция принимает значение, равное 3.

Проходит ли график функции через точку $A(-4;\ 32)$?

29. Постройте график функции:

а) $y = x^2 - 6x + 5$;
б) $y = -x^2 - 4x - 3$;
в) $y = x^2 + 2x + 3$;
г) $y = -x^2 + 4x$;
д) $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x$;
е) $y = -x^2 + 9$;
ж) $y = (x - 4)(x + 2)$;
з) $y = (x + 5)(1 - x)$;
и) $y = 2(x - 1)^2 - 8$;
к) $y = -(x + 3)^2 + 4$.

Для каждой из функций запишите:
1) область определения функции;
2) множество значений функции;
3) наибольшее (наименьшее) значение функции;
4) уравнение оси симметрии параболы;
5) нули функции;
6) промежутки знакопостоянства функции;
7) промежутки монотонности функции.

30. Найдите координаты вершины параболы и промежутки монотонности квадратичной функции:

а) $f(x) = (x - 4)^2 + 5$;
б) $g(x) = -(x + 2)^2 - 7$;
в) $h(x) = x^2 + 4$;
г) $p(x) = -3(x - 1)^2$.

31. Выберите график функции, заданной формулой $y = x^2 - 5$ (рис. 108).

32. В одной системе координат постройте графики функций $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$; $y = -2(x + 5)^2 + 8$; $y = (x + 3)^2 - 9$; $y = -(x - 5)^2$.

33. Числа –2 и 3 являются нулями квадратичной функции $y = 2x^2 + bx + c$. Найдите b и c.

34. Точка $A(2;\ 27)$ принадлежит графику функции $f(x) = -x^2 + bx + 1$. Найдите наибольшее значение функции.

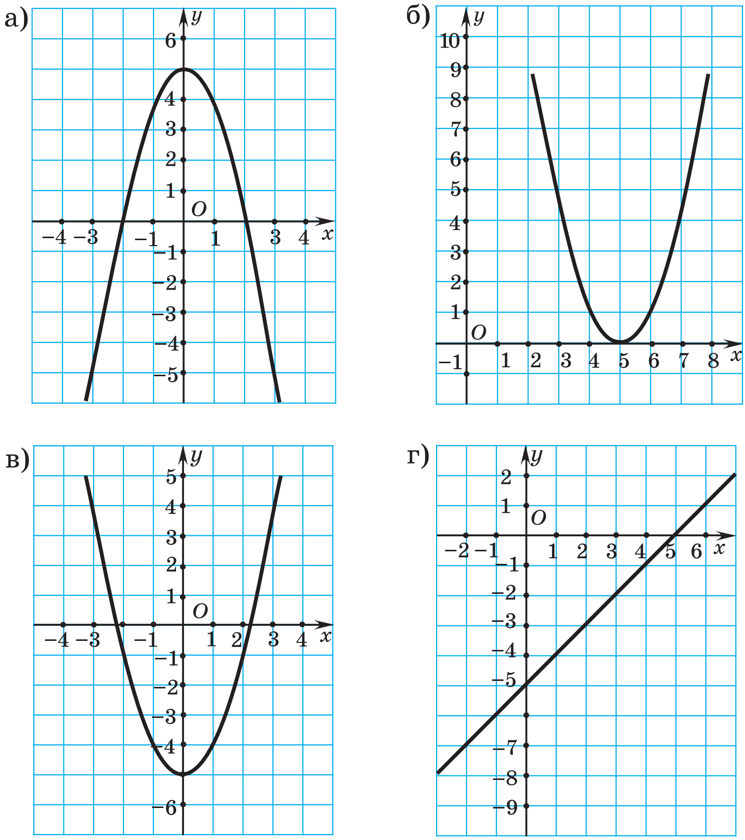

Рис. 108

35. Решите неравенство, используя свойства квадратичной функции:

а) $x^2 - 2x - 15 \geqslant 0$;
б) $3x^2 - 4x + 7 < 0$;
в) $4x^2 - 4x - 15 \leqslant 0$;
г) $x^2 - 8x + 16 \leqslant 0$;
д) $x^2 + 4x + 5 > 0$;
е) $x^2 + 10x - 24 < 0$;
ж) $x^2 \leqslant 36$;
з) $5x^2 + x > 0$;
и) $-4x^2 + 1 \leqslant 0$;
к) $8x^2 \geqslant 16$.

36. Найдите область определения выражения:

а) $\sqrt{x^2 - 7x - 18}$;
б) $\sqrt{13x - 6x^2 - 5}$;
в) $\sqrt{6x^2 - x}$;
г) $\sqrt{9 - 49x^2}$.

37. Решите неравенство:

а) $(2x+1)^2 - (x+1)(x-7) \leqslant 5$;

б) $5x(x+4) - (3+2x)(2x-3) > 30$.

38. Найдите значения аргумента, при которых значения функции $f(x) = -x^2 + 3x + 22$ больше соответствующих значений функции $g(x) = 4x + 2$.

39. Найдите сумму наибольшего целого отрицательного и наименьшего целого положительного решений неравенства

$$\frac{(x-3)^2}{16} - \frac{(x-2)^2}{4} \leqslant \frac{1-x}{2}.$$

40. Решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} x^2 - x - 2 \leqslant 0, \\ x > 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x^2 - 5x + 2 > 0, \\ x - 2 \geqslant 0; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^2 - 8x - 9 \geqslant 0, \\ x^2 \geqslant 4; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2x^2 - 11x - 6 \leqslant 0, \\ x^2 - 6x \geqslant 0. \end{cases}$

41. Решите двойное неравенство $6 - x < x^2 \leqslant 16$.

42. Найдите область определения выражения

$$\sqrt{x^2 - 4x - 12} + \sqrt{4 - x^2}.$$