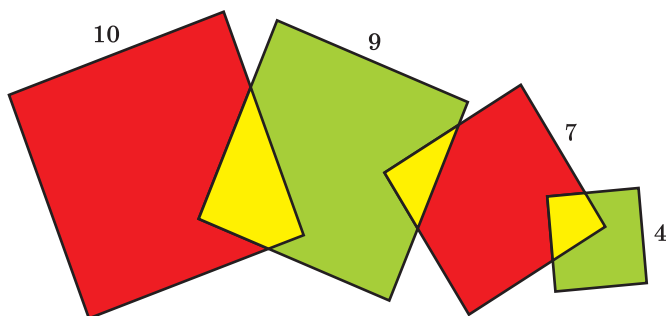


### Гімнастыка розуму

На рысунку 158 паказаны відарысы квадратаў са старанамі 10 см, 9 см, 7 см і 4 см. Вядома, што сума плошчаў двух чырвоных частак роўна  $112 \text{ см}^2$ . Знайдзіце суму плошчаў дзвюх зялёных частак.

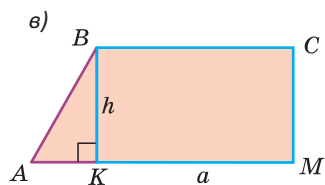
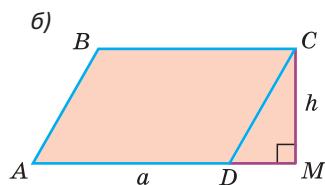
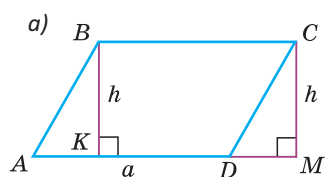


Рыс. 158

## § 14. Плошча паралелаграма

Нагадаем, што старану паралелаграма, да якой праведзена вышыня, мы называем яго асновай.

**Тэарэма.** Плошча паралелаграма роўна здабытку яго асновы на вышыню, г. зн.  $S_{\text{пар.}} = ah$ .



Рыс. 159

**Доказ.** Няхай  $ABCD$  — паралелаграм (рыс. 159, а),  $AD = a$  — аснова,  $BK = h$  — вышыня. Правядзём у паралелаграме вышыню  $CM = h$ . Чатырохвугольнік  $KBCM$  з'яўляецца прамавугольным, паколькі ў яго ўсе вуглы прамыя. Прамавугольныя трохвугольнікі  $ABK$  і  $DCM$  роўныя па катэце і гіпатэнузе ( $BK = CM$  як вышыні, праведзеныя да адной асновы,  $AB = CD$  як процілеглыя стораны паралелаграма). Значыць, роўныя і іх плошчы.

Разгледзім трапецыю  $ABCM$ . Плошча трапецыі  $ABCM$ , з аднаго боку, роўна суме плошчаў паралелаграма  $ABCD$  і прамавугольнага трохвугольніка  $DCM$  (рыс. 159, б). З другога боку, яна роўна суме плошчаў прамавугольнага трохвугольніка  $KBCM$  і прамавугольнага трохвугольніка  $ABK$  (рыс. 159, в).

З прычыны роўнасці плошчаў трохвугольнікаў  $ABK$  і  $DCM$  плошча паралелаграма  $ABCD$  роўна плошчы прамавугольніка  $KBCM$ . Плошча прамавугольніка  $S_{KBCM} = BC \cdot BK$ , плошча паралелаграма  $S_{ABCD} = BC \cdot BK = AD \cdot BK$ . Інакш кажучы,  $S_{\text{пар.}} = ah$ . Тэарэма даказана.

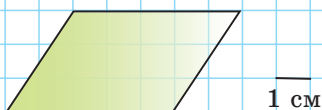
**Заўвага.** Часам вышыню паралелаграма, праведзеную да стараны  $a$ , абазначаюць  $h_a$ , а вышыню, праведзеную да стараны  $b$ , абазначаюць  $h_b$ . Тады справядлівая роўнасць  $S_{\text{пар.}} = ah_a = bh_b$ , адкуль  $a : b = \frac{1}{h_a} : \frac{1}{h_b}$ .

А цяпер выканайце **Тэст 1** і **Тэст 2**.

### Тэст 1

Знайдзіце плошчу паралелаграма, калі памеры адной клеткі  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ .

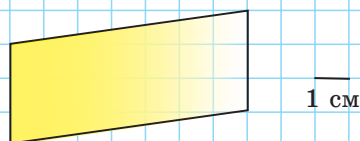
- а)  $15 \text{ см}^2$ ;      в)  $16 \text{ см}^2$ ;  
б)  $7,5 \text{ см}^2$ ;    г)  $8 \text{ см}^2$ .



### Тэст 2

Знайдзіце плошчу паралелаграма, калі памеры адной клеткі  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ .

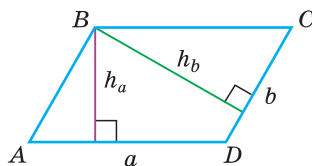
- а)  $42 \text{ см}^2$ ;      в)  $21 \text{ см}^2$ ;  
б)  $28 \text{ см}^2$ ;    г)  $14 \text{ см}^2$ .



## Заданні да § 14

### РАШАЕМ РАЗАМ ключавыя задачы

**Задача 1.** Стораны паралелаграма роўны  $12 \text{ см}$  і  $8 \text{ см}$ . Вышыня, праведзеная да большай стараны, роўна  $10 \text{ см}$ . Знайсці вышыню, праведзеную да меншай стараны паралелаграма.



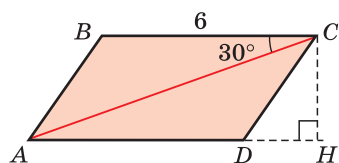
Рыс. 160

Рашэнне. Няхай  $a = 12 \text{ см}$  і  $b = 8 \text{ см}$  — стораны паралелаграма  $ABCD$ ,  $h_a$  і  $h_b$  — яго вышыні і  $h_a = 10 \text{ см}$  (рыс. 160). Паколькі  $S = ah_a$  і  $S = bh_b$  — гэта плошча аднаго і таго ж паралелаграма, то  $ah_a = bh_b$ , г. зн.  $12 \cdot 10 = 8 \cdot h_b$ . Адсюль  $h_b = \frac{12 \cdot 10}{8} = 15 \text{ (см)}$ .

Адказ:  $15 \text{ см}$ .

**Заўвага.** З роўнасці  $ah_a = bh_b$  вынікае, што  $\frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a}$ . Інакш кажучы, стораны паралелаграма адваротна прапарцыянальны яго вышыням. Да большай стараны паралелаграма праведзена меншая вышыня, а да меншай стараны — большая.

**Задача 2.** Плошча паралелаграма  $ABCD$  роўна  $24 \text{ см}^2$ ,  $BC = 6 \text{ см}$ ,  $\angle ACB = 30^\circ$ . Знайсі даўжыню дыяганалі  $AC$ .

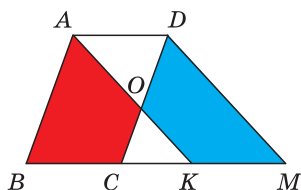


Рыс. 161

Рашэнне. Апусцім вышыню  $CH$  на прадаўжэнне асновы  $AD$  (рыс. 161). Паколькі  $S_{ABCD} = AD \cdot CH$  і  $AD = BC = 6 \text{ см}$ , то  $24 = 6 \cdot CH$ ,  $CH = \frac{24}{6} = 4 \text{ (см)}$ . Разгледзім прамавугольны трохвугольнік  $ACH$ . Заўважым, што  $\angle CAH = \angle ACB = 30^\circ$  як накрывлеглыя вуглы пры паралельных прамых  $AD$  і  $BC$  і сякучай  $AC$ . Паколькі катэт, што ляжыць на супраць вугла ў  $30^\circ$ , роўны палавіне гіпатэнузы, то  $AC = 2CH = 8 \text{ см}$ .

Адказ:  $8 \text{ см}$ .

**Задача 3.** На рысунку 162  $AD \parallel BM$ ,  $AB \parallel DC$ ,  $AK \parallel DM$ . Даказаць, што плошча чырвонага чатырохвугольніка роўна плошчы сіняга.



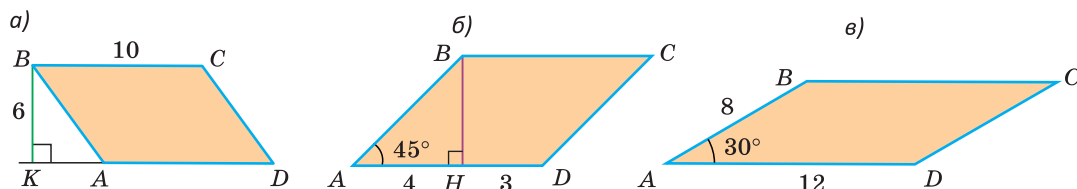
Рыс. 162

Доказ. Паралелаграмы  $ABCD$  і  $AKMD$  роўнавялікія, паколькі ў іх старана  $AD$  — агульная, а вышыні, праведзеныя да гэтай стараны, роўныя як адлегласці паміж паралельнымі прамымі  $BM$  і  $AD$ . Паралелаграм  $ABCD$  складаецца з чырвонага чатырохвугольніка  $BAOC$  і трохвугольніка  $AOD$ . Паралелаграм  $AKMD$  складаецца з сіняга чатырохвугольніка  $OKMD$  і трохвугольніка  $AOD$ . Такім чынам, плошчы сіняга і чырвонага чатырохвугольнікаў роўныя. Што і трэба было даказаць.



### РАШАЕМ САМАСТОЙНА

**170.** Па даных на рысунках 163, а)–в) знайдзіце плошчу паралелаграма  $ABCD$  (даўжыні адрэзкаў дадзены ў сантыметрах).



Рыс. 163

**171.** а) Плошча паралелаграма  $ABCD$  роўна  $100 \text{ м}^2$ . Старана  $AD$  роўна  $20 \text{ м}$ . Знайдзіце вышыню паралелаграма, праведзеную да стараны  $AD$ .

б) Вышыня  $BH$  паралелаграма  $ABCD$  праведзена да стараны  $AD$  і роўна 8 см,  $AH = 3$  см,  $HD = 2AH$ . Знайдзіце плошчу паралелаграма.

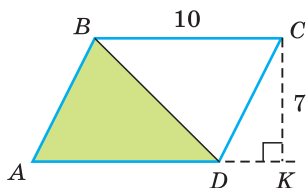
**172.** а) Плошча паралелаграма  $ABCD$  роўна  $60 \text{ см}^2$ . Вышыня  $BK$ , праведзеная да стараны  $CD$ , роўна 10 см,  $AD = 12$  см. Знайдзіце перыметр паралелаграма.

б) З вяршыні  $B$  паралелаграма  $ABCD$  да стараны  $CD$  праведзена вышыня  $BK$ , да стараны  $AD$  — вышыня  $BH$ . Знайдзіце перыметр паралелаграма, калі  $BH = 5$  см,  $BK = 7$  см,  $AD = 14$  см.

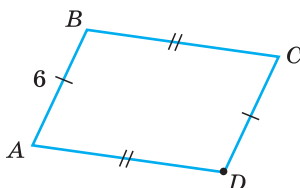
**173.**  $ABCD$  — паралелаграм (рыс. 164),  $BC = 10$  см,  $CK \perp AD$ ,  $CK = 7$  см. Знайдзіце плошчу трохвугольніка  $ABD$ .

**174.** На рысунку 165  $AB = CD$ ,  $AD = BC$ . Знайдзіце адлегласць ад пункта  $D$  да прамой  $AB$ , калі  $S_{ABCD} = 54 \text{ см}^2$ ,  $AB = 6$  см.

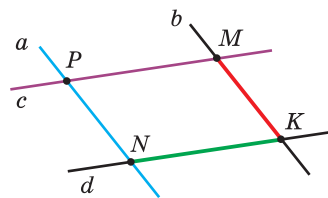
**175.** На рысунку 166  $a \parallel b$ ,  $c \parallel d$ ,  $MK = 16$ ,  $NK = 24$ . Адлегласць паміж прамымі  $a$  і  $b$  роўна 18. Знайдзіце адлегласць паміж прамымі  $c$  і  $d$ .



Рыс. 164



Рыс. 165



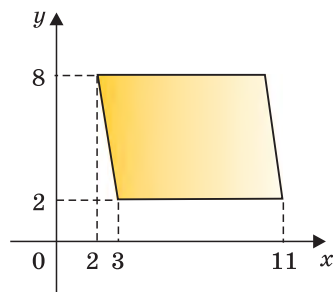
Рыс. 166

**176.** а) Большая старана паралелаграма роўна 18 см, вышыні адносяцца як 1 : 2. Знайдзіце перыметр паралелаграма.

б) Перыметр паралелаграма роўны 48 см, адна з яго старон у 2 разы большая за другую. Вышыня, апущаная на большую старану, роўна 4,5 см. Знайдзіце плошчу паралелаграма.

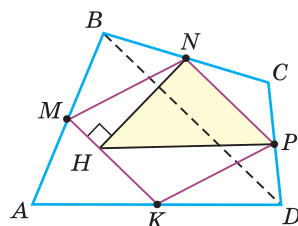
**177.** Вызначыце, колькі квадратных адзінак складае плошча паралелаграма, паказаная на каардынатнай плоскасці (рыс. 167).

**178.** Дадзены паралелаграм  $ABCD$ ,  $BK$  — бісектрыса вугла  $B$  (пункт  $K$  ляжыць на старане  $AD$ ),  $CD = 12$  см,  $KD = 5$  см, адлегласць ад пункта  $K$  да прамой  $BC$  роўна 9 см. Знайдзіце плошчу паралелаграма.



Рыс. 167

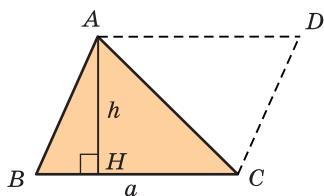
- 179.** Адлегласць ад вяршыні  $B$  паралелаграма  $ABCD$  да прамой  $AD$  роўна 6 см, а да прамой  $AC$  — 4 см,  $\angle CAD = 30^\circ$ . Знайдзіце плошчу паралелаграма.
- 180.** Плошча паралелаграма роўна  $112 \text{ см}^2$ . Знайдзіце плошчу чатырохвугольніка, вяршыні якога з'яўляюцца сярэдзінамі старон дадзенага паралелаграма.
- 181.** Дадзены паралелаграм  $ABCD$ ,  $DK$  — бісектрыса вугла  $D$  (пункт  $K$  ляжыць на старане  $BC$ ),  $\angle BKD = 105^\circ$ ,  $BK = 4 \text{ см}$ ,  $KC = 12 \text{ см}$ . Знайдзіце плошчу паралелаграма.
- 182.** Перыметр паралелаграма  $ABCD$  роўны 48 см, яго вышыні роўны 10 см і 6 см. Знайдзіце плошчу паралелаграма.
- 183.** Вугал паміж вышынямі  $BK$  і  $BM$  паралелаграма  $ABCD$  роўны  $45^\circ$ . Вышыня  $BK$  дзеліць старану  $AD$  у адносіне  $1 : 2$ , лічачы ад пункта  $A$ . Сярэдняя лінія трапецыі  $KBCD$  роўна 7,5 см. Знайдзіце плошчу паралелаграма.
- 184.** Пункты  $M$ ,  $N$ ,  $P$ ,  $K$  — сярэдзіны старон чатырохвугольніка  $ABCD$  (рыс. 168). Плошча чатырохвугольніка  $MNP$  роўна  $144 \text{ см}^2$ . Вядома, што  $BD = 24 \text{ см}$ ,  $NH \perp MK$ . Дакажыце, што  $\angle NHP = \angle NPH$ .



Рыс. 168

## § 15. Плошча трохвугольніка, прамавугольнага трохвугольніка, ромба

**Тэарэма.** Плошча трохвугольніка роўна палавіне здабытку асновы на вышыню, г. зн.  $S_{\triangle} = \frac{1}{2}ah_a$ .



Рыс. 169

**Доказ.** Няхай у трохвугольніку  $ABC$  старана  $BC = a$ , вышыня  $AH = h$ . Правядзём  $AD \parallel BC$ ,  $CD \parallel AB$  і дабудуем трохвугольнік  $ABC$  да паралелаграма  $BADC$  (рыс. 169). Аснова  $a$  і вышыня  $h$  у паралелаграма тыя ж, што ў трохвугольніка  $ABC$ . Трохвугольнікі  $ABC$  і  $CDA$  роўныя, а значыць, роўныя іх плошчы. Тады плошча трохвугольніка  $ABC$  роўна палавіне плошчы паралелаграма  $BADC$ , г. зн.  $S_{ABC} = \frac{1}{2}S_{BADC} = \frac{1}{2}ah$ .

Тэарэма даказана.