Любой параллелограмм (включая прямоугольник и квадрат), расположенный в пространстве, на чертеже изображается параллелограммом. Изобразите прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, используя схему на рисунке 86.

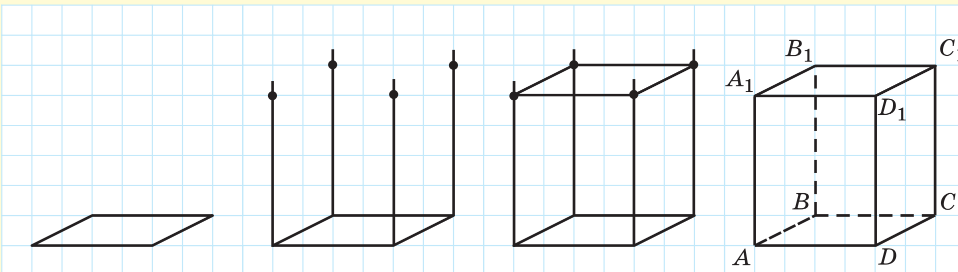


Рис. 86

3. *Три каких-то ребра параллелепипеда равны 3 см, 5 см, 8 см. Найдите сумму длин всех ребер данного параллелепипеда.*

§ 7. Теорема Фалеса

Теорема (т е о р е м а Ф а л е с а).
Если на одной стороне угла отложить равные отрезки и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие другую сторону угла, то на другой стороне угла отложатся равные отрезки.

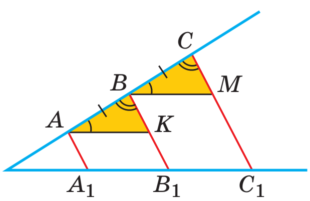


Рис. 87

Д а н о: $AB = BC$, $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$ (рис. 87).
Д о к а з а т ь: $A_1B_1 = B_1C_1$.
Д о к а з а т е л ь с т в о. Проведем $AK \parallel A_1C_1$, $BM \parallel A_1C_1$. Так как две прямые, параллельные третьей, параллельны между собой, то $AK \parallel BM$. Треугольники ABK и BCM равны по 2-му признаку равенства треугольников ($AB = BC$ по условию, $\angle BAK = \angle CBM$ как соответственные углы при параллельных прямых AK и BM и секущей AC, $\angle ABK = \angle BCM$ как соответственные углы при параллельных прямых BB_1 и CC_1 и секущей AC). Из равенства треугольников следует, что $AK = BM$. Так как четырехугольники AA_1B_1K и BB_1C_1M — параллелограммы (их противоположные стороны параллельны), то $A_1B_1 = AK$, $B_1C_1 = BM$ (как противоположные стороны параллелограмма). Значит, $A_1B_1 = B_1C_1$. Теорема доказана.

Замечания.
1. Отложенных равных отрезков может быть два, три и более.
2. Теорема Фалеса справедлива не только для сторон угла, но и для произвольных прямых.

Теорема, обратная теореме Фалеса, справедлива только для отрезков, отложенных от вершины угла, и звучит так: **«Если на сторонах угла от его вершины отложить равные отрезки** ($AB = BC$, $AB_1 = B_1C_1$), **то прямые, проходящие через их концы, будут параллельны** ($BB_1 \parallel CC_1$)**»**.

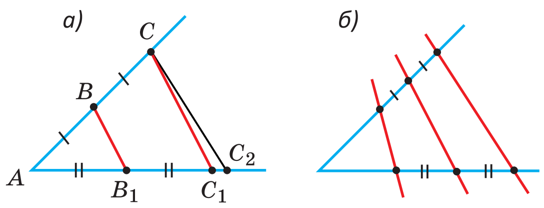
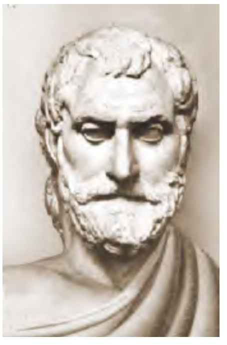


Рис. 88

Докажите эту теорему самостоятельно, используя рисунок 88, *а*) и метод от противного.

Требование обратной теоремы Фалеса о том, чтобы равные отрезки были отложены от вершины угла, обязательно. Иначе утверждение о параллельности прямых будет неверным (рис. 88, *б*).



Фалес — философ и математик, который жил в Древней Греции в г. Миле́те. Он сформулировал и доказал многие из теорем, которые в наше время изучают в школе. Фалес Милетский (VI век до н. э.) возглавлял список семи мудрецов того времени.

Именно Фалес выдвинул требование доказывать теоремы.

При помощи **Интернета** выясните, чем еще знаменит Фалес. Установите при помощи Википедии, кто был старше — Евклид или Фалес.

Задания к § 7

РЕШАЕМ ВМЕСТЕ
ключевые задачи

Задача 1. *Точка K — середина стороны AC треугольника ABC, MBNK — параллелограмм. Найти периметр треугольника ABC, если периметр параллелограмма равен* 34 *см, сторона* $AC = 16$ *см* (рис. 89).

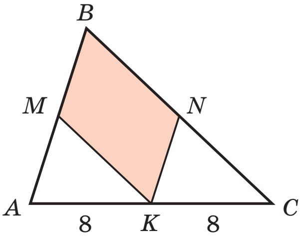


Рис. 89

Решение. У параллелограмма противоположные стороны параллельны. Поэтому $KN \parallel AB$ и $KM \parallel BC$. Так как $KN \parallel AB$ и $AK = KC$, то по теореме Фалеса $BN = NC$. Отсюда $BC = 2BN$. Аналогично, так как $KM \parallel CB$ и $AK = KC$, то $AM = MB$, $AB = 2MB$. $P_{MBNK} = 2MB + 2BN = 34$ см, откуда $AB + BC = 34$ см. $P_{ABC} = AB + BC + AC = 34 + 16 = 50$ (см).

Ответ: 50 см.

Задача 2. *При помощи циркуля и линейки разделить данный отрезок на 3 равные части.*

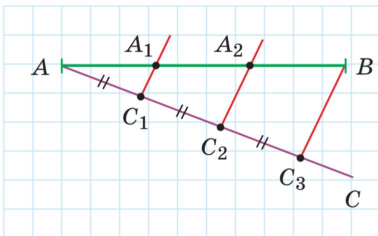


Рис. 90

Решение. Пусть дан отрезок AB (рис. 90). Проведем произвольный луч AC, при помощи циркуля отложим на нем три произвольных, но равных отрезка: $AC_1 = C_1C_2 = C_2C_3$. Проведем отрезок C_3B. Через точки C_2 и C_1 проведем прямые, параллельные прямой C_3B (вспомните, как вы это делали в 7-м классе). По теореме Фалеса $AA_1 = A_1A_2 = A_2B$.

Замечание. Указанный способ является алгоритмом деления отрезка на n равных частей.

РЕШАЕМ САМОСТОЯТЕЛЬНО

95. На рисунке 91 $BC = 9$ см. Найдите длину отрезка AC.

96. На рисунке 92 $a \parallel b \parallel c$. По данным длинам отрезков найдите величину $x + y$.

97. На рисунке 93 $ME = 32$ см, $PE = 16$ см, $NK = 19{,}5$ см. Используя значения углов на рисунке, найдите длину отрезка NG.

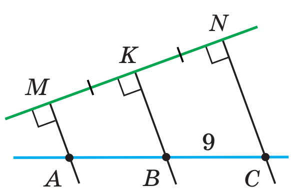


Рис. 91

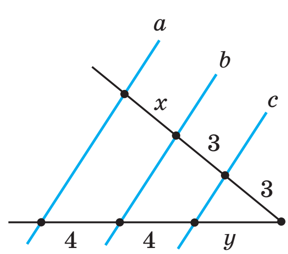


Рис. 92

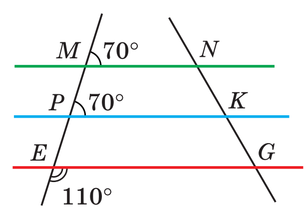


Рис. 93

98. Дан треугольник ABC (рис. 94), $AM = MB = 6$ см, $\angle MEB = \angle AKM = \angle C$, $MK = 7$ см, $KC = 5$ см. Найдите периметр треугольника ABC.

99. В треугольнике ABC проведена медиана BM, $MK \parallel BC$ и $KN \parallel AC$ (рис. 95). Найдите периметр четырехугольника $AKNC$, если $KB = 7$ см, $BN = 6$ см, $MC = 8$ см.

100. На рисунке 96 точка K — середина отрезка CD, $AC \parallel KM \parallel DB$, $AO = 21$ см, отрезок OM в 3 раза меньше отрезка MB. Найдите длину отрезка AB.

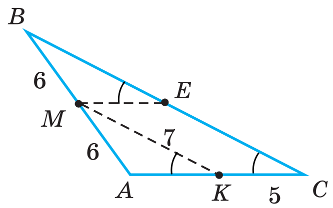


Рис. 94

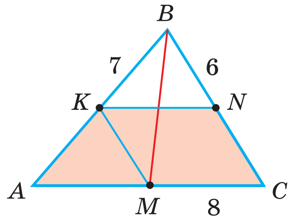


Рис. 95

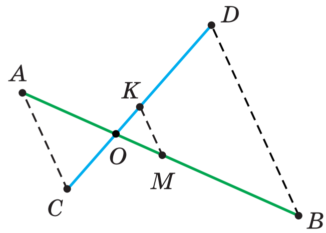


Рис. 96

101. При помощи циркуля и линейки разделите данный отрезок:

а) на 5 равных частей; б) в отношении 2 : 1.

§ 8. Средняя линия треугольника

Определение. **Средней линией треугольника** называется отрезок, который соединяет середины двух сторон треугольника.

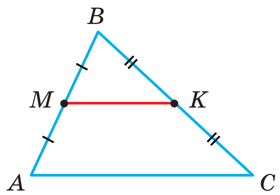


Рис. 97

На рисунке 97 точки M и K — середины сторон AB и BC соответственно треугольника ABC. Отрезок MK — средняя линия треугольника. Третью сторону AC будем называть основанием относительно средней линии MK. Так как у треугольника три стороны, то у него три средних линии.

Теорема (свойство средней линии треугольника).
Средняя линия треугольника параллельна основанию и равна его половине.

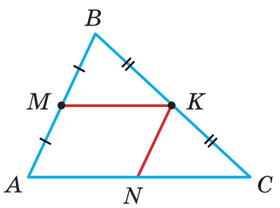


Рис. 98

Дано: $\triangle ABC$, MK — средняя линия (рис. 98).

Доказать: $MK \parallel AC$; $MK = \frac{1}{2}AC$.

Доказательство. 1) Проведем через точку M прямую, параллельную AC. По теореме Фалеса она пройдет через середину отрезка BC — точку K и будет содержать среднюю линию MK. Тогда $MK \parallel AC$.

2) Через точку K проведем прямую KN (см. рис. 98), параллельную стороне AB ($N \in AC$). По теореме Фалеса $AN = NC$. Четырехугольник $AMKN$ — параллелограмм, так как у него противоположные стороны параллельны. Но у параллелограмма противоположные стороны равны. Поэтому $MK = AN = \frac{1}{2}AC$. Теорема доказана.