



3.55. Знайдзіце колькасць простых лікаў на прамежку $[1; 27]$.

3.56. Выберыце ўсе правільныя роўнасці:

- а) $3 \% = 0,3$; б) $75 \% = \frac{3}{4}$; в) $12,5 \% = 1,25$;
 г) $280 = 2,8 \%$; д) $43 \% = 0,43$.

3.57. Вылічыце:

- а) $(125 \cdot 5^{-4})^2$; б) $\frac{3^{-4} \cdot 3^{-9}}{3^{-12}}$; в) $1000^{-6} \cdot (10^2)^9$.

3.58. З роўнасці $2m - 5n = 10$ выразіце:

- а) m праз n ; б) n праз m .

3.59. Дакажыце, што $\sqrt{26} + \sqrt{82} > 14$.

3.60. Рашыце графічна сістэму ўраўненняў $\begin{cases} x - 2y = 1, \\ x - y = 2. \end{cases}$

3.61. Скараціце дроб $\frac{a^2 - a - 12}{16 - a^2}$.

3.62. Знайдзіце значэнне выразу $|-3,21| - |-2,2| + |-7|$.

3.63. Дакажыце, што функцыя $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$ з'яўляецца цотнай.

3.64. Знайдзіце адлегласць ад пачатку каардынат да пункта перасячэння прамой $3x + 7y + 21 = 0$ з воссю абсцыс.

§ 11. Сістэмы нелінейных ураўненняў



3.65. Рашыце спосабам падстаноўкі сістэму ўраўненняў

$$\begin{cases} x - 5y = -1, \\ 2x - 7y = 6. \end{cases}$$

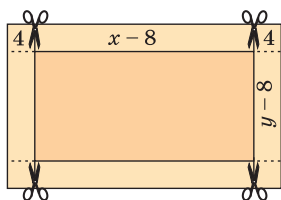
3.66. Рашыце спосабам складання сістэму ўраўненняў

$$\begin{cases} 2x - 5y = -12, \\ -2x - 7y = 36. \end{cases}$$

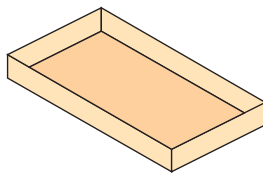
3.67. Пабудуйце графікі ўраўненняў сістэмы $\begin{cases} 2x + y = -1, \\ -2x + y = 1 \end{cases}$ і вызначце колькасць рашэнняў сістэмы.



Разгледзім задачу. З аркуша кардону прамавугольнай формы трэба вырабіць скрынку без крышкі, зрабіўшы надрэзы ў вуглах даўжынёй 4 см (рыс. 67). Знайдзіце даўжыню і шырыню аркуша, ведаючы, што яго перыметр роўны 60 см, а аб'ём скрынкі павінен быць роўны 160 см^3 .



Рыс. 67



Рашэнне. Абазначым даўжыню і шырыню аркуша адпаведна x см і y см. Паколькі ў вуглах аркуша зроблены надрэзы даўжынёй 4 см, то вышыня скрынкі роўна 4 см, а даўжыня і шырыня скрынкі роўны $(x - 8)$ см і $(y - 8)$ см адпаведна.

Па ўмове задачы перыметр аркуша прамавугольнай формы роўны 60 см, а аб'ём скрынкі роўны 160 см^3 , значыць, $(x + y) \cdot 2 = 60$ і $(x - 8) \cdot (y - 8) \cdot 4 = 160$. Абедзве атрыманыя ўмовы павінны быць выкананы, таму аб'яднаем іх у сістэму ўраўненняў

$$\begin{cases} (x + y) \cdot 2 = 60, \\ (x - 8) \cdot (y - 8) \cdot 4 = 160. \end{cases}$$

Атрыманая сістэма ўраўненняў змяшчае **нелінейнае рацыянальнае ўраўненне** $(x - 8) \cdot (y - 8) \cdot 4 = 160$. Такія сістэмы называюць **сістэмамі нелінейных ураўненняў**. Разгледзім спосабы рашэння сістэм нелінейных ураўненняў.

Спосаб падстаноўкі

Рэшым атрыманую ў задачы сістэму ўраўненняў спосабам

$$\text{падстаноўкі: } \begin{cases} (x + y) \cdot 2 = 60, \\ (x - 8) \cdot (y - 8) \cdot 4 = 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 30, \\ (x - 8)(y - 8) = 40. \end{cases}$$

З першага ўраўнення сістэмы выразім зменную x і атрымаем $x = 30 - y$.

Заменім у другім ураўненні зменную x на $30 - y$ і атрымаем ураўненне $(30 - y - 8)(y - 8) = 40$. Рэшым гэта ўраўненне:

$$(22 - y)(y - 8) = 40 \Leftrightarrow 22y - 176 - y^2 + 8y = 40 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y^2 - 30y + 216 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 12, \\ y = 18. \end{cases}$$

Атрыманыя значэнні y падставім у выраз $x = 30 - y$. Тады калі $y = 12$, то $x = 30 - 12 = 18$, а калі $y = 18$, то $x = 30 - 18 = 12$.

Рашэннямі сістэмы ўраўненняў з'яўляюцца пары лікаў $(12; 18)$ і $(18; 12)$. Такім чынам, памер прамавугольнага аркуша картону 12×18 см.



Каб рашыць сістэму ўраўненняў спосабам падстаноўкі, трэба:

- ① З аднаго ўраўнення сістэмы выразіць адну са зменных.
- ② Замяніць у другім ураўненні гэту зменную на яе выраз.
- ③ Рашыць атрыманае ўраўненне.
- ④ Знойдзеныя значэнні адной зменнай падставіць у выраз для другой зменнай і знайсці значэнне другой зменнай.
- ⑤ У выглядзе ўпарадкаваных пар лікаў запісаць адказ.

Рашыце сістэму ўраўненняў

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 17, \\ x - 4y = 0. \end{cases}$$

- ① З другога ўраўнення сістэмы выразім зменную x :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 17, \\ x = 4y. \end{cases}$$

- ② Заменім у першым ураўненні зменную x на $4y$: $\begin{cases} (4y)^2 + y^2 = 17, \\ x = 4y. \end{cases}$

- ③ Рэшым ураўненне $(4y)^2 + y^2 = 17$ і атрымаем: $16y^2 + y^2 = 17$; $17y^2 = 17$; $y^2 = 1$; $y_1 = 1$, $y_2 = -1$.

- ④ Знойдзеныя значэнні y падставім у выраз $x = 4y$.

Калі $y_1 = 1$, то $x_1 = 4 \cdot 1 = 4$.

Калі $y_2 = -1$, то $x_2 = 4 \cdot (-1) = -4$.

- ⑤ Адказ: $(4; 1)$, $(-4; -1)$.

Спосаб складання



Каб рашыць сістэму ўраўненняў спосабам складання, трэба:

- ① Адно з ураўненняў сістэмы пакінуць без змяненняў, а другое замяніць сумай ураўненняў сістэмы.
- ② З атрыманага ўраўнення (сумы) знайсці значэнні адной са зменных.
- ③ Падставіць гэтыя значэнні зменнай у пакінутае без змяненняў ураўненне сістэмы і знайсці значэнні другой зменнай.
- ④ Запісаць адказ.

Рашыце сістэму ўраўненняў

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ x^2 - y^2 = 3. \end{cases}$$

- ① $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ 2x^2 = 8. \end{cases}$

- ② $2x^2 = 8 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = -2. \end{cases}$

- ③ Пры $x = 2$ атрымаем:

$$4 + y^2 = 5 \Leftrightarrow y^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1, \\ y = -1. \end{cases}$$

- Пры $x = -2$ атрымаем:

$$4 + y^2 = 5 \Leftrightarrow y^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1, \\ y = -1. \end{cases}$$

- ④ Адказ: $(2; 1)$, $(2; -1)$, $(-2; 1)$, $(-2; -1)$.

Графічны метад рашэння сістэм нелінейных ураўненняў

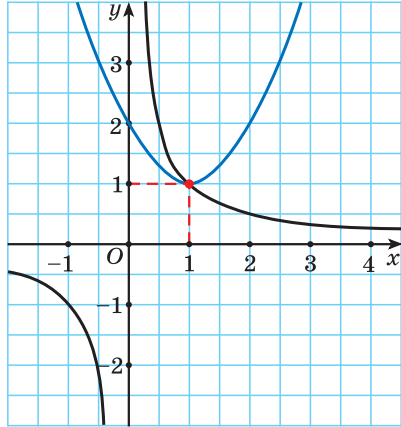
Рэшым сістэму ўраўненняў $\begin{cases} xy = 1, \\ y = x^2 - 2x + 2 \end{cases}$ графічным ме-

тадам. Для гэтага пабудуем у адной сістэме каардынаты графікі кожнага з ураўненняў сістэмы.

Першае ўраўненне сістэмы раўназначна ўраўненню $y = \frac{1}{x}$, графікам якога з'яўляецца гіпербала, што праходзіць праз пункты $(1; 1)$, $(0,5; 2)$ (рыс. 68).

Графікам другога ўраўнення сістэмы $y = x^2 - 2x + 2$ з'яўляецца парабала з вяршыняй у пункце $(1; 1)$, якая перасякае вось ардынат у пункце $(0; 2)$.

Адзіны пункт перасячэння гіпербалы $y = \frac{1}{x}$ і парабалы $y = x^2 - 2x + 2$ мае каардынаты $(1; 1)$.



Рыс. 68

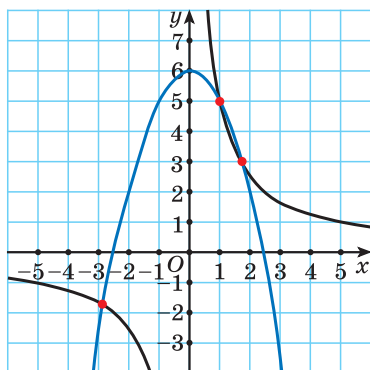


Паколькі графічны метад рашэння сістэм ураўненняў не з'яўляецца дакладным, атрыманы вынік неабходна праверыць.

Падставім пару лікаў $(1; 1)$ у кожнае з ураўненняў сістэмы $\begin{cases} xy = 1, \\ y = x^2 - 2x + 2 \end{cases}$ і атрымаем правільныя роўнасці. Такім чынам, дадзеная сістэма мае адзінае рашэнне $(1; 1)$.

У разгледжанай сістэме рашэннем аказалася пара цэлых лікаў, якую лёгка было знайсці з дапамогай пабудаваных графікаў. У іншых выпадках знайсці дакладныя значэнні зменных па графіку можа быць цяжка. Але, як правіла, з дапамогай графічнага метаду можна вызначыць колькасць рашэнняў сістэмы ўраўненняў.

Напрыклад, вызначым колькасць рашэнняў сістэмы ўраўненняў $\begin{cases} xy = 5, \\ y = -x^2 + 6. \end{cases}$ Пабудуем у адной сістэме каардынаты



Рыс. 69

графікі кожнага з ураўненняў сістэмы (рыс. 69). Графікам першага ўраўнення сістэмы з'яўляецца гіпербала, якая праходзіць праз пункты (1; 5), (5; 1). Графік другога ўраўнення — парабола, галіны якой накіраваны ўніз, з вершыняй у пункце (0; 6). Графікі перасякаюцца ў трох пунктах, значыць, сістэма ўраўненняў мае тры рашэнні.

Мадэляванне рэальных працэсаў з дапамогай сістэм нелінейных ураўненняў

Сістэмы нелінейных ураўненняў таксама з'яўляюцца матэматычнымі мадэлямі пры рашэнні задач.

Напрыклад, рэшым задачу. Лекавымі травамі было вырашана засеяць прамавугольны ўчастак плошчай 180 м^2 . Пры ўзворванні ўчастка адну яго старану паменшылі на 3 м, а другую — на 2 м. Яго плошча стала роўна 120 м^2 . Якімі былі першапачатковыя памеры ўчастка?

Рашэнне. У задачы размова ідзе аб даўжыні і шырыні прамавугольнага ўчастка і яго плошчы.

Калі адну старану ўчастка абазначыць праз x , а другую — праз y , то плануемая плошча ўчастка роўна $xy \text{ м}^2$. Па ўмове яна роўна 180 м^2 , значыць, атрымаецца ўраўненне $xy = 180$.

Пасля памяншэння памераў участка плошча стане роўна $(x - 3)(y - 2) \text{ м}^2$. Па ўмове задачы складзём ураўненне $(x - 3)(y - 2) = 120$.

$$\text{Аб'яднаем абодва ўраўненні ў сістэму} \quad \begin{cases} xy = 180, \\ (x - 3)(y - 2) = 120. \end{cases}$$

Атрымалі матэматычную мадэль задачы ў выглядзе сістэмы нелінейных ураўненняў. Рэшым яе спосабам падстаноўкі:

$$\begin{cases} xy = 180, \\ (x - 3)(y - 2) = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 180, \\ xy - 2x - 3y + 6 = 120 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 180, \\ 3y + 2x = 66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 180, \\ x = 33 - 1,5y \end{cases} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 1,5y^2 - 33y + 180 = 0, \\ x = 33 - 1,5y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 12, \\ y = 10, \\ x = 33 - 1,5y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15, \\ y = 12, \\ x = 18, \\ y = 10. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Умову задачы задавальняюць знойдзеныя рашэнні сістэмы: стораны ўчастка роўны або 15 м і 12 м, або 18 м і 10 м.

Адказ: 15 м, 12 м або 18 м, 10 м.



Рашэнне сістэм нелінейных ураўненняў

1. Рашыце сістэму ўраўненняў:

а) $\begin{cases} x + y = 3, \\ x^2 + y^2 = 9; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y^2 + xy = -10, \\ 5y - 2xy = 17. \end{cases}$

а) Рэшым сістэму спосабам падстаноўкі:

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} x + y = 3, \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y, \\ (3 - y)^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y, \\ -6y + 2y^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y, \\ \begin{cases} y = 0, \\ y = 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, \\ y = 0, \\ x = 0, \\ y = 3. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Адказ: (3; 0), (0; 3).

б) Прыменім спосаб складання. Памножым першае ўраўненне на 2, складзём з другім і атрымаем:

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} 2y^2 + 2xy = -20, \\ 5y - 2xy = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2 + 5y = -3, \\ 5y - 2xy = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2 + 5y + 3 = 0, \\ 5y - 2xy = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1, \\ y = -1,5, \\ 5y - 2xy = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} y = -1, \\ 5y - 2xy = 17, \\ y = -1,5, \\ 5y - 2xy = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1, \\ x = 11, \\ y = -1,5, \\ x = 8\frac{1}{6}. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Адказ: $(11; -1)$, $(8\frac{1}{6}; -1,5)$.

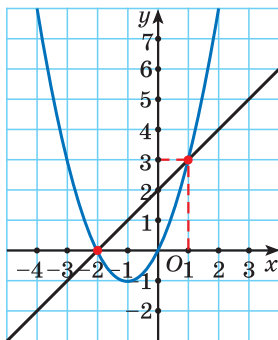
2. Рашыце графічна сістэму ўраўненняў

$$\begin{cases} y - x - 2 = 0, \\ y - (x + 1)^2 = -1. \end{cases}$$

Пабудуем графікі ўраўненняў сістэмы

$$\begin{cases} y - x - 2 = 0, \\ y - (x + 1)^2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 2, \\ y = (x + 1)^2 - 1. \end{cases}$$

Графік першага ўраўнення — прамая, якая праходзіць праз пункты $(-2; 0)$, $(1; 3)$. Графік другога ўраўнення — парабала з вяршыняй у пункце $(-1; -1)$, якая перасякае вось абсцыс у пунктах $(-2; 0)$ і $(0; 0)$ і праходзіць праз пункт $(1; 3)$.



Прамая перасякаецца з парабалай у пунктах з каардынатамі $(-2; 0)$, $(1; 3)$.

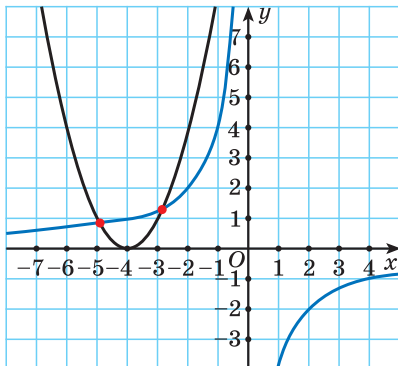
З дапамогай праверкі пераконваемся, што пары лікаў $(-2; 0)$ і $(1; 3)$ з'яўляюцца рашэннямі дадзенай сістэмы.

Адказ: $(-2; 0)$, $(1; 3)$.

3. Колькі рашэнняў мае сістэма ўраўненняў

$$\begin{cases} xy = -4, \\ y = (x + 4)^2? \end{cases}$$

Пабудуем у адной сістэме каардынат графікі ўраўненняў сістэмы. Графікам першага ўраўнення сістэмы з'яўляецца гіпербала, якая праходзіць праз пункты $(-1; 4)$, $(-4; 1)$. Графік другога ўраўнення — парабала з вяршыняй у пункце $(-4; 0)$, якая перасякае вось ардынаты у пункце $(0; 16)$.



	На рысунку бачны толькі два пункты перасячэння графікаў. Але, улічыўшы тое, што парабола перасякае вось ардынаты, а гіпербола не перасякае, робім вывад, што графікі перасякаюцца яшчэ ў адным пункце. Такім чынам, графікі перасякаюцца ў трох пунктах, а, значыць, сістэма мае тры рашэнні.
4*. Рашыце сістэму ўраўненняў $\begin{cases} (x+y)xy = 20; \\ x+y-xy = 1. \end{cases}$	Рэшым сістэму метадам замены зменных. Увядзём новыя зменныя: $x+y=t$, $xy=k$. Тады сістэма прыме выгляд $\begin{cases} tk = 20, \\ t - k = 1. \end{cases}$ Рэшым яе спосабам падстаноўкі: $\begin{cases} tk = 20, \\ t - k = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (k+1)k = 20, \\ t = k+1 \end{cases} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \begin{cases} k^2 + k - 20 = 0, \\ t = k+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -5, \\ k = 4, \\ t = k+1 \end{cases} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \begin{cases} k = -5, \\ t = -4, \\ k = 4, \\ t = 5. \end{cases}$ Падставім $x+y=t$, $xy=k$ і атрымаем: $\begin{cases} xy = -5, \\ x+y = -4, \\ xy = 4, \\ x+y = 5. \end{cases}$ Рашыўшы кожную з дзвюх сістэм сукупнасці спосабам падстаноўкі, атрымаем наступныя рашэнні зыходнай сістэмы ўраўненняў: $(-5; 1); (1; -5); (4; 1); (1; 4)$. Адказ: $(-5; 1); (1; -5); (4; 1); (1; 4)$.
Мадэляванне рэальных працэсаў з дапамогай сістэм нелінейных ураўненняў	

Задача 1. Сума квадратаў лічбаў двухзначнага ліку роўна 13. Калі ад гэтага ліку адняць 9, то атрымаецца лік, запісаны тымі ж лічбамі, але ў адваротным парадку. Знайдзіце дадзены лік.

Рашэнне. Абазначым лічбу дзясяткаў дадзенага ліку праз x , а лічбу адзінак праз y , тады дадзены лік будзе мець выгляд $10x + y$. Лікам, запісаным тымі ж лічбамі, але ў адваротным парадку, будзе $10y + x$. Па ўмове задачы: $x^2 + y^2 = 13$ і $10x + y - 9 = 10y + x$. Складзём і рэшым сістэму ўраўненняў:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ 10x + y - 9 = 10y + x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3, \\ y = 2, \\ x = y + 1. \end{cases}$$

Па ўмове задачы падыходзіць толькі $y = 2$, $x = 3$.

Адказ: 32.

Задача 2.* З пасёлка A ў пасёлак B выйшаў пешаход. Адначасова з ім з пасёлка B у пасёлак A выехаў веласіпедыст. Праз 50 мін яны сустрэліся. Колькі часу спатрэбілася б пешаходу для таго, каб прайсці ўвесь шлях з A ў B , калі вядома, што веласіпедыст пераадолеў бы той жа шлях на 4 г хутчэй, чым пешаход?

Рашэнне. Складзём табліцу залежнасцей паміж велічынямі.

Працэс	Скорасць руху	Пройдзены шлях	Час руху
Рух пешахода з пасёлка A ў пасёлак B	v_1	1	$t_1 = \frac{1}{v_1}$
Рух веласіпедыста з пасёлка B у пасёлак A	v_2	1	$t_2 = \frac{1}{v_2}$
Рух пешахода і веласіпедыста насустрач адзін аднаму	$v_1 + v_2$	1	$\frac{1}{v_1 + v_2}$

Па ўмове задачы веласіпедыст пераадолеў бы той жа шлях на 4 г хутчэй за пешахода, таму атрымаем ураўненне $\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} = 4$.

Пры руху насустрач адзін аднаму пешаход і веласіпедыст сустрэліся праз 50 мін = $\frac{5}{6}$ г, г. зн. $\frac{1}{v_1 + v_2} = \frac{5}{6}$.

Складзём і рэшым сістэму ўраўненняў:

$$\begin{cases} \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} = 4, \\ \frac{1}{v_1 + v_2} = \frac{5}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{v_2 - v_1}{v_1 v_2} = 4, \\ v_1 + v_2 = \frac{6}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = \frac{1}{5}, \\ v_2 = 1, \end{cases} \text{ адкуль } \begin{cases} t_1 = 5, \\ t_2 = 1. \end{cases}$$

Адказ: 5 г.

Задача 3*. Дзве брыгады, працуючы разам, рамантавалі дарогу на працягу 6 дзён, а затым другая брыгада асобна скончыла рамонт за 10 дзён. За колькі дзён магла б адрамантаваць дарогу адна першая брыгада, калі яна можа выканаць гэту працу на 6 дзён хутчэй, чым адна другая?

Рашэнне. Складзём табліцу залежнасцей паміж велічынямі.

Працэс	Скорасць працы	Час	Вынік
Праца першай брыгады	v_1	6	$6v_1$
Праца другой брыгады	v_2	16	$16v_2$
Праца першай брыгады па рамонце ўсёй дарогі	v_1	$t_1 = \frac{1}{v_1}$	1
Праца другой брыгады па рамонце ўсёй дарогі	v_2	$t_2 = \frac{1}{v_2}$	1

Абазначым аб'ём усёй працы праз 1, тады атрымаем ураўненне $6v_1 + 16v_2 = 1$.

Ведаючы, што адна першая брыгада можа выканаць гэту працу на 6 дзён хутчэй, чым адна другая, запішам ураўненне $\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} = 6$.

$$\begin{aligned} &\text{Складзём і рэшым сістэму ўраўненняў: } \begin{cases} \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} = 6, \\ 6v_1 + 16v_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{v_1 - v_2}{v_1 v_2} = 6, \\ 6v_1 + 16v_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = \frac{1}{18}, \\ v_2 = \frac{1}{24}, \end{cases} \text{ адкуль } \begin{cases} t_1 = 18, \\ t_2 = 24. \end{cases} \end{aligned}$$

Адказ: 18 г.



1. Якія з наступных сістэм ураўненняў:

а) $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2, \\ \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = 5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + y = 1, \\ -3xy = 4; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2x = -5y + 20, \\ y^2 = 4; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = 5 \end{cases}$ — з'яўляюцца сістэмамі нелінейных ураўненняў?

2. Якая пара лікаў з'яўляецца рашэннем сістэмы ўраўненняў

$\begin{cases} 2x - 3y = 0, \\ x^2 - y^2 = 5; \end{cases}$ а) $(-3; -2)$; б) $(3; 2)$; в) $(3; -2)$; г) $(-3; 2)$?



3.68. Прымяніце алгарытм і рашыце сістэму ўраўненняў спосабам падстаноўкі:

а) $\begin{cases} x^2 - y = 4, \\ y = x + 2; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x = y - 4, \\ y^2 + 3x = 6; \end{cases}$

в) $\begin{cases} xy = 21, \\ x + y = 10; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x^2 + 3xy = 1, \\ x - y = 1. \end{cases}$

3.69. Рашыце сістэму ўраўненняў спосабам складання:

а) $\begin{cases} x^2 - y = 0, \\ 2x + y = 15; \end{cases}$

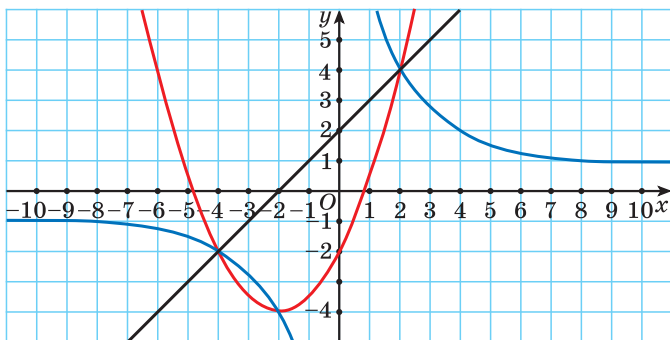
б) $\begin{cases} x^2 - y = 18, \\ x^2 + y = -16; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 3x - y = 7, \\ x^2 - y = 7; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 2x^2 - 3y = 6, \\ 2x + y = -2. \end{cases}$

3.70. Здабытак двух натуральных лікаў роўны 143, а іх рознасць роўна 2. Знайдзіце гэтыя лікі.

3.71. На рысунку 70 паказаны відарысы графікаў функцый $y = \frac{8}{x}$, $y = x + 2$ і $y = \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 4$.



Рыс. 70

З дапамогай рысунка рашыце сістэму ўраўненняў:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} xy = 8, \\ y = x + 2; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4, \\ y - x = 2; \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4, \\ xy = 8. \end{cases} & \end{array}$$

3.72. Рашыце графічна сістэму ўраўненняў:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} y - 3x = 0, \\ xy = 12; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} y = x^2, \\ 2x + y = 3; \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} x - y = 0, \\ y + x^2 = 6x; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} y = x^3, \\ y - 4x = 0. \end{cases} \end{array}$$

3.73. Сярэдняе арыфметычнае двух лікаў роўна 7, а рознасць квадратаў гэтых лікаў роўна 14. Знайдзіце гэтыя лікі.

3.74. Выкарыстайце сістэму ўраўненняў для рашэння задачы. Дачны ўчастак мае форму прамавугольніка і абгароджаны плотам даўжынёй 120 м. Знайдзіце памеры ўчастка, калі яго плошча роўна 8 а.

3.75. Здабытак лічбаў двухзначнага ліку ў тры разы меншы за сам лік. Калі да гэтага ліку дадаць 18, то атрымаецца лік, запісаны тымі ж лічбамі, але ў адваротным парадку. Знайдзіце гэты лік.

3.76. Выберыце спосаб і рашыце сістэму ўраўненняў:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1,5, \\ x - y = 1; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = 1, \\ x + 5y = 3; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} x + y = 4, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 4. \end{cases} \end{array}$$

3.77. Рашыце задачу, выкарыстаўшы залежнасці паміж значэннямі велічынь для складання сістэмы ўраўненняў.

а) Першы веласіпедыст пераадольвае адлегласць 60 км на 1 г хутчэй, чым другі. Калі б першы веласіпедыст паменшыў скорасць на $2 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, а другі павялічыў сваю скорасць на 20 %, то яны затрацілі б на той жа шлях аднолькавы час. Знайдзіце скорасці веласіпедыстаў.

б) Працягласць шашы паміж гарадамі А і В складае 120 км. З горада А выехаў грузавы аўтамабіль, а праз 1 г 40 мін пасля гэтага ў тым жа напрамку выехаў рэйсавы аўтобус, які прыбыў у горад В адначасова з грузавым аўтамабілем. Знайдзіце скорасці грузавага аўтамабіля і аўтобуса,

калі вядома, што грузавы аўтамабіль за 2 г праязджае на 10 км менш, чым аўтобус за 1 г.

в) Дзве лініі па вытворчасці сокаў павінны былі выканаць заказ за 12 дзён. Пасля 8 дзён сумеснай працы першая лінія была спынена па тэхнічных прычынах, таму другая лінія скончыла астатнюю частку заказу за 7 дзён. Знайдзіце, за колькі дзён быў бы выкананы заказ, калі б працавала толькі другая лінія.

г) На выраб партыі прадукцыі першай брыгадзе патрабавалася 6 г больш, чым другой. Калі спачатку першая брыгада адпрацуе 3 г, а затым, змяніўшы яе, другая брыгада адпрацуе 4 г, то будзе выраблена толькі палова партыі прадукцыі. Ці будзе за 8-гадзінную змену выраблена ўся партыя прадукцыі, калі абедзве брыгады будуць працаваць адначасова?

3.78. Рашыце сістэму ўраўненняў:

а) $\begin{cases} 2y - x = 2, \\ 2xy = 3; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y^2 + 2x - 4y = 0, \\ 2y = x + 2; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2x^2 + xy = 40, \\ 3x - y = 10; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 16, \\ x - y = 2; \end{cases}$

д) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ x + y = 4; \end{cases}$

е) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ 3x - y = 15. \end{cases}$

3.79. Пасля дзялення двухзначнага ліку на суму яго лічбаў у дзелі атрымліваецца 7 і ў астачы 6. Пасля дзялення гэтага ж двухзначнага ліку на здабытак яго лічбаў у дзелі атрымліваецца 3 і ў астачы 11. Знайдзіце гэты двухзначны лік.

3.80. З дапамогай паказаных на рысунку 71 графікаў функцый $y = 4 - x^2$, $y = 2x + 4$ і $y = \sqrt{x + 1}$ складзіце сістэму ўраўненняў, якая:

а) мае два рашэнні;

б) мае адно рашэнне;

в) не мае рашэнняў.

3.81. Рашыце сістэму ўраўненняў $\begin{cases} xy = 12, \\ x - 2y - 2 = 0 \end{cases}$ графічна і аналітычна.

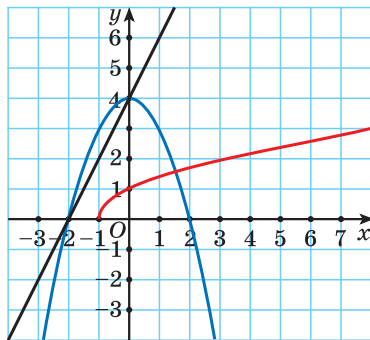


Рис. 71

3.82. Першы ўпакоўшчык сабраў 60 святочных набораў на 3 г хутчэй, чым другі. Вядома, што, працуючы разам, яны збіраюць 30 набораў за 1 г. Высветліце, ці паспее другі ўпакоўшчык сабраць 150 набораў за 3 працоўныя дні, калі ён працуе па 4 г у дзень.

3.83. Выканайце аналіз умовы і рашыце сістэму ўраўненняў:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \begin{cases} xy - x^2 = 1, \\ y + 4x = 6; \end{cases} & \text{б)} \begin{cases} y - x = 5, \\ x^2 - 2xy - y^2 = 17; \end{cases} \\ \text{в)} \begin{cases} x + y = -2, \\ x^2 + y^2 - xy = 16; \end{cases} & \text{г)} \begin{cases} (x-1)(y-1) = 2, \\ x + y = 5; \end{cases} \\ \text{д)} \begin{cases} x^2 + y^2 + 6x + 2y = 0, \\ x + y = -8; \end{cases} & \text{е)} \begin{cases} 2x^2 + x = 2xy - 9, \\ 2y - 3x = 1. \end{cases} \end{array}$$

3.84. Знайдзіце два лікі, сума, рознасць і здабытак якіх знаходзяцца ў адносіне 5 : 1 : 18.

3.85. Школьны басейн можна напаўняць вадой праз два краны. Калі іх адкрыць адначасова, басейн напоўніцца за 4 г 30 мін. Калі ж палову басейна напоўніць праз першы кран, а затым адкрыць толькі другі, то для напаўнення басейна спатрэбіцца 12 г. За які час басейн напаўняецца праз першы кран, калі вядома, што прадукцыйнасць першага крана большая?

3.86. З дапамогай графічнага метаду вызначце, колькі рашэнняў мае сістэма ўраўненняў:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \begin{cases} xy = -4, \\ y = x^2 - 2x + 1; \end{cases} & \text{б)} \begin{cases} y = x^3, \\ y - (x+2)^2 = -7; \end{cases} \\ \text{в)} \begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ xy = 6; \end{cases} & \text{г)} \begin{cases} y - |x-1| = 0, \\ 2x + y - 5 = 0. \end{cases} \end{array}$$

3.87. Рашыце сістэму ўраўненняў $\begin{cases} 2x - y = 3, \\ 4x^2 - 4xy + y^2 = 2x + 2y \end{cases}$ двума спосабамі.

3.88. Не выконваючы пабудовы, знайдзіце каардынаты пунктаў перасячэння:

- а) парабалы $y = x^2 + 1$ і прамой $x + 2y = 5$;
- б) парабалы $y = 3x^2 + 1$ і прамой $y - 2x = 2$;
- в) гіпербалы $xy = -20$ і прамой $x + y = 8$;
- г) гіпербалы $xy = 12$ і прамой $3x + 2y = 12$.

3.89. Рашыце сістэму ўраўненняў:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 - y^2 = 0, \\ x^2 + y^2 = 18; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x + 2xy = 6, \\ y - 2xy = -15; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x^2 + 3x + y^2 = 2, \\ x^2 + 3x - y^2 = -6; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2x^2 + xy - 2x - y = 5, \\ 2x^2 - 3xy - 2x + 3y = 1. \end{cases}$$

3.90*. Прымяніце метад замены зменных і рашыце сістэму ўраўненняў:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{5}{6}, \\ x^2 - y^2 = 5; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{4x}{y} + \frac{y}{x} = 5, \\ xy = 4; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} (x + y)^2 - 2(x + y) = 15, \\ x + xy + y = 11; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} x + y + xy = 11, \\ x^2y + xy^2 = 30; \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 18, \\ x^2 + y^2 + xy = 19. \end{cases}$$

3.91*. Выкарыстайце залежнасць паміж велічынямі ва ўмове для рашэння задачы з дапамогай сістэмы ўраўненняў. Два веласіпедысты рухаюцца па замкнутае дарожцы велатрэка ў адным напрамку. Першы даганяе другога кожныя 12 мін. Вядома, што першы веласіпедыст праходзіць круг велатрэка на 10 с хутчэй, чым другі. Знайдзіце, колькі секунд патрабуецца другому веласіпедысту, каб прайсці круг велатрэка.

3.92*. Рашыце сістэму ўраўненняў:

$$\text{а) } \begin{cases} 4x^2 - 2xy + y^2 = 4, \\ 6x^2 - 3xy - y^2 = -4; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 - 5xy + 6y^2 = 0, \\ 3x^2 + 2xy - y^2 = 15. \end{cases}$$

3.93*. Рашыце ўраўненне $x^2 + 4y^2 + |3x - y + 10| = 4xy$.



3.94. Рашыце сістэму ўраўненняў спосабам падстаноўкі:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 - y = 15, \\ y = x + 5; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = y - 1, \\ y^2 + 2x = 6; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x - y = 1, \\ x^2 + xy = 1; \end{cases}$$

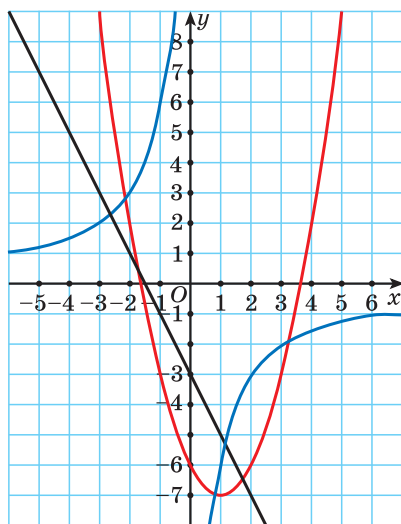
$$\text{г) } \begin{cases} xy = 18, \\ x + y = 9. \end{cases}$$

3.95. Рашыце сістэму ўраўненняў спосабам складання:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} x^2 + y = 0, \\ 2x - y = 8; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} x^2 + y = 30, \\ x^2 - y = -22; \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} 2x + y = 1, \\ x^2 + y = 1; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} y^2 + 4x = 18, \\ y - 2x = -9. \end{cases} \end{array}$$

3.96. На рысунку 72 паказаны графікі функцый $y = -\frac{6}{x}$, $y = -2x - 3$ і $y = (x - 1)^2 - 7$. З дапамогай графікаў вызначце, колькі рашэнняў мае сістэма ўраўненняў:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} xy = -6, \\ y = -2x - 3; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} y = (x - 1)^2 - 7, \\ y + 2x = -3; \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} y = (x - 1)^2 - 7, \\ xy = -6. \end{cases} & \end{array}$$



Рыс. 72

3.97. Рашыце графічна сістэму ўраўненняў:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} 2x - y = 0, \\ xy = 8; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} y = x^2, \\ y - x = 6. \end{cases} \end{array}$$

Выканайце праверку.

3.98. Здабытак двух натуральных лікаў роўны 180, а іх рознасць роўна 3. Знайдзіце гэтыя лікі.

3.99. Будаўнічая пляцоўка прамавугольнай формы абгароджана плотам даўжынёй 1 км. Знайдзіце памеры пляцоўкі, калі яе плошча роўна $60\,000 \text{ м}^2$.

3.100. Сума квадратаў лічбаў двухзначнага ліку роўна 25. Калі ад гэтага ліку адняць 9, то атрымаецца лік, запісаны тымі ж лічбамі, але ў адваротным парадку. Знайдзіце гэты лік.

3.101. Спосабам падстаноўкі рашыце сістэму ўраўненняў:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} x - y = -1, \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2}; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{8}, \\ x + y = 12. \end{cases} \end{array}$$

3.102. Рашыце задачу, выкарыстаўшы залежнасці паміж велічынямі для складання сістэмы ўраўненняў:

а) Працягласць шашы паміж пунктамі A і B роўна 20 км. З пункта A выехаў веласіпедыст, а праз 45 мін пасля гэтага ў тым жа напрамку з пункта A выехаў матацыкліст, які дагнаў веласіпедыста, не даехаўшы 5 км да пункта B . Знайдзіце скорасці веласіпедыста і матацыкліста, калі за 1 г веласіпедыст праязджае на 48 км менш, чым матацыкліст за 2 г.

б) Дзве студэнцкія брыгады выканалі заданне за 2 дні. У першы дзень яны выканалі $\frac{1}{3}$ задання, прычым першая брыгада працавала 2 г, а другая — на 1 г больш. У другі дзень першая брыгада працавала 5 г, а другая — на 30 мін менш. Знайдзіце, за колькі гадзін магла б выканаць заданне другая брыгада, калі б працавала адна.

3.103. Рашыце сістэму ўраўненняў:

$$\text{а) } \begin{cases} x - y = 7, \\ xy = 18; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} xy = 24, \\ x + 2y = 14; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x^2 - y^2 = 24, \\ x + y = 4; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} x - y = 2; \\ x^2 + y^2 = 20. \end{cases}$$

3.104. Рашыце сістэму ўраўненняў:

$$\text{а) } \begin{cases} 6x^2 + y^2 - 5y = 0, \\ 3x + y = 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x + y = 3, \\ x^2 + y^2 - xy = 3; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7, \\ 2x = y - 7; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} (x - 2)(y + 2) = -1, \\ x - y = 2. \end{cases}$$

3.105. З дапамогай графічнага метаду вызначце, колькі рашэнняў мае сістэма ўраўненняў
$$\begin{cases} xy = 12, \\ y - (x + 5)^2 = -3. \end{cases}$$

3.106. Не выконваючы пабудовы, знайдзіце каардынаты пунктаў перасячэння:

а) парабалы $y = 2x^2 + 2$ і прамой $2x + y = 14$;

б) гіпербалы $xy = -2$ і прамой $x - y = 3$.

3.107. Рашыце сістэму ўраўненняў:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 - y^2 = 0, \\ x^2 + y^2 = 8; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 2, \\ 2x^2 - y^2 + 2x - y = 4. \end{cases}$$

3.108*. Прымяніце метады замены зменных і рашыце сістэму ўраўненняў:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{3x}{y} - \frac{y}{x} = -2, \\ y^2 - x^2 = 8; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x - y + xy = 10, \\ x^2 y - xy^2 = 24. \end{cases}$$



3.109. З дадзеных дробаў выберыце дроб, які нельга запісаць у выглядзе канечнага дзесятковага дробу:

$$\text{а) } \frac{3}{40}; \quad \text{б) } \frac{1}{625}; \quad \text{в) } \frac{5}{32};$$

$$\text{г) } \frac{7}{100}; \quad \text{д) } \frac{1}{24}; \quad \text{е) } \frac{7}{20}.$$

3.110. Знайдзіце рашэнне сістэмы няроўнасцей

$$\begin{cases} 2x - 1 \geq 5, \\ x - 2 > -1. \end{cases}$$

3.111. Знайдзіце рашэнне сукупнасці няроўнасцей

$$\begin{cases} 2x - 1 \geq 5, \\ x - 2 > -1. \end{cases}$$

3.112. Вызначце, рацыянальным ці ірацыянальным лікам з'яўляецца значэнне выразу $m^2 - 2m\sqrt{5} + 2$ пры $m = \sqrt{5} - 3$.

3.113. Знайдзіце НАД і НАК лікаў 175 і 280.

3.114. Спрасціце выраз

$$\left(\frac{4}{b^2 + b} - \frac{2}{b^2 - 1} + \frac{1}{b^2 - b} \right) \cdot (1 + 2b + b^2).$$

3.115. Знайдзіце значэнне выразу:

$$\text{а) } 2^{12} \cdot 0,5^{13}; \quad \text{б) } 3^7 : 0,3^6.$$

3.116. Графік функцыі $y = f(x)$ атрыманы з графіка функцыі $g(x) = -5x^2$ зрухам яго на 4 адзінкі ўправа ўздоўж восі абсцыс і на 2 адзінкі ўніз уздоўж восі ардынат. А графік функцыі $y = h(x)$ атрыманы з графіка функцыі $p(x) = 0,1x^2$ зрухам яго на 3 адзінкі ўлева ўздоўж восі абсцыс і на 1 адзінку ўгору ўздоўж восі ардынат. Ці маюць агульныя пункты графікі функцый $y = f(x)$ і $y = h(x)$?