

§ 2. Асноўная ўласцівасць рацыянальнага дробу. Скарачэнне рацыянальных дробаў



1.30. Раскладзіце на множнікі мнагачлен:

а) $2x^4y^2 - x^3y$; б) $x^3 - 3x^2 + x - 3$.

1.31. Скараціце дробы: $\frac{4}{10}$, $\frac{12}{16}$, $\frac{25}{35}$, $\frac{180}{300}$.

1.32. Знайдзіце A і B , калі роўнасць $x^2 - 2x - 8 = (x - A)(x + B)$ з'яўляецца тоеснасцю.



Дзеянні з рацыянальнымі дробамі выконваюцца па тых жа правілах, што са звычайнымі дробамі. Так, згодна з асноўнай уласцівасцю звычайных дробаў, калі лічнік і назоўнік дробу памножыць або падзяліць на адзін і той жа лік, не роўны нулю, то атрымаецца дроб, роўны дадзенаму.

Напрыклад, $\frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 7}{12 \cdot 7} = \frac{35}{84}$; $\frac{26}{39} = \frac{26 : 13}{39 : 13} = \frac{2}{3}$.

Аналагічную ўласцівасць можна сфармуляваць для рацыянальных дробаў.

Калі лічнік і назоўнік дробу памножыць або падзяліць на адзін і той жа выраз, не роўны нулю, то атрымаецца дроб, тоесна роўны дадзенаму.

Гэту ўласцівасць называюць **асноўнай уласцівасцю дробу**.



Для любога рацыянальнага дробу $\frac{A}{B}$ справядлівая тоеснасць $\frac{A}{B} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C}$, дзе $C \neq 0$.

Памножым лічнік і назоўнік дробу $\frac{3a^2}{4b}$ на адначлен $5b^2$ і атрымаем: $\frac{3a^2}{4b} = \frac{3a^2 \cdot 5b^2}{4b \cdot 5b^2} = \frac{15a^2b^2}{20b^3}$. У гэтым выпадку гавораць, што дроб $\frac{3a^2}{4b}$ прывялі да новага назоўніка $20b^3$.

Прыклад 1. Прывядзіце дроб:

а) $\frac{5x}{2y^2}$ да назоўніка $6y^3$;

б) $\frac{a+1}{a}$ да назоўніка $a^2 - a$;

в) $\frac{5}{x-4}$ да назоўніка $x^2 - 16$.

Рашэнне. а) $\frac{5x}{2y^2} = \frac{5x \cdot 3y}{2y^2 \cdot 3y} = \frac{15xy}{6y^3};$

б) $\frac{a+1}{a} = \frac{(a+1) \cdot (a-1)}{a \cdot (a-1)} = \frac{a^2-1}{a^2-a};$

в) $\frac{5}{x-4} = \frac{5 \cdot (x+4)}{(x-4) \cdot (x+4)} = \frac{5(x+4)}{x^2-16}.$

Калі асноўную ўласцівасць дробу запісаць справа налева, то атрымаецца роўнасць $\frac{A \cdot C}{B \cdot C} = \frac{A}{B}.$

Гэта роўнасць дазваляе дроб $\frac{A \cdot C}{B \cdot C}$ замяніць на тоесна роўны яму дроб $\frac{A}{B}$, падзяліўшы лічнік і назоўнік дробу $\frac{A \cdot C}{B \cdot C}$ на множнік C .

Напрыклад, падзелім лічнік і назоўнік дробу $\frac{15a^2b^2}{20b^3}$ на адначлен $5b^2$ і атрымаем: $\frac{15a^2b^2}{20b^3} = \frac{15a^2b^2 : (5b^2)}{20b^3 : (5b^2)} = \frac{3a^2}{4b}.$ У гэтым выпадку гавораць, што дроб $\frac{15a^2b^2}{20b^3}$ скарацілі на множнік $5b^2$.



Скараціць рацыянальны дроб — гэта значыць лічнік і назоўнік дробу падзяліць на іх агульны множнік.

Напрыклад, скароцім дроб $\frac{15x^2y}{12xy^2}.$ Для гэтага трэба знайсці множнік, на які можна падзяліць лічнік і назоўнік дробу. Адначлены $15x^2y$ і $12xy^2$ маюць агульны множнік $3xy$, на які можна скараціць дадзены дроб:

$$\frac{15x^2y}{12xy^2} = \frac{15x^2y : (3xy)}{12xy^2 : (3xy)} = \frac{5x}{4y}.$$



Каб скараціць рацыянальны дроб, трэба:

① Раскласці (калі магчыма) лічнік і назоўнік дробу на множнікі.

② Вызначыць агульны множнік лічніка і назоўніка дробу.

③ Падзяліць лічнік і назоўнік дадзенага дробу на агульны множнік.

Скараціце дроб $\frac{a^3-2a^2}{3a^2b}.$

① $\frac{a^3-2a^2}{3a^2b} = \frac{a^2(a-2)}{3a^2b}.$

② a^2 — агульны множнік лічніка і назоўніка дробу.

③ $\frac{a^3-2a^2}{3a^2b} = \frac{a^2(a-2)}{3a^2b} = \frac{a-2}{3b}.$

Прыклад 2. Скараціце дроб:

а) $\frac{2xy - x}{4xy - x^2}$; б) $\frac{a^2 - 16}{a^2 - 8a + 16}$.

Рашэнне. а) ① Раскладзём лічнік і назоўнік дробу на множнікі:

$$\frac{2xy - x}{4xy - x^2} = \frac{x(2y - 1)}{x(4y - x)}.$$

② Лічнік і назоўнік дробу маюць агульны множнік x .

③ Падзелім лічнік і назоўнік дадзенага дробу на агульны множнік, г. зн. скароцім дроб:

$$\frac{2xy - x}{4xy - x^2} = \frac{\cancel{x}(2y - 1)}{\cancel{x}(4y - x)} = \frac{2y - 1}{4y - x}.$$

б) ① З дапамогай формул скарачанага множання раскладзём лічнік і назоўнік дробу на множнікі:

$$\frac{a^2 - 16}{a^2 - 8a + 16} = \frac{(a - 4)(a + 4)}{(a - 4)^2}.$$

② Агульны множнік лічніка і назоўніка роўны $a - 4$.

③ Скароцім дадзены дроб на агульны множнік $a - 4$:

$$\frac{a^2 - 16}{a^2 - 8a + 16} = \frac{\cancel{(a - 4)}(a + 4)}{\cancel{(a - 4)}^2} = \frac{a + 4}{a - 4}.$$



З асноўнай уласцівасці дробу вынікае, што $\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B}$ і $\frac{-A}{B} = \frac{A}{-B}$ (і ў тым і ў другім выпадку другі дроб атрыманы з першага множаннем лічніка і назоўніка на -1).

Прыклад 3. Прывядзіце дроб $\frac{3 - x}{-7x - 6}$ да назоўніка $7x + 6$.

Рашэнне. Выкарыстаем роўнасць $\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B}$ і атрымаем:

$$\frac{3 - x}{-7x - 6} = \frac{-(3 - x)}{-(-7x - 6)} = \frac{x - 3}{7x + 6}.$$

Прыклад 4. Скараціце дроб:

а) $\frac{a^2 - 2}{2a - a^3}$; б) $\frac{y^2 - 25}{5y - y^2}$.

$$\begin{aligned} \frac{7m^4n^2}{28m^3n^4} &= \frac{7m^3n^2 \cdot m}{7m^3n^2 \cdot 4n^2} = \frac{m}{4n^2} \\ \frac{6a - 30b}{6a} &= \frac{6 \cdot (a - 5b)}{6 \cdot a} = \frac{a - 5b}{a} \\ \frac{x^2 - 9}{x^2 + 3x} &= \frac{(x - 3) \cdot (x + 3)}{x \cdot (x + 3)} = \frac{x - 3}{x} \end{aligned}$$

Рашэнне. а) Раскладзём назоўнік дробу на множнікі і атрымаем:

$$\frac{a^2 - 2}{2a - a^3} = \frac{a^2 - 2}{a(2 - a^2)}.$$

Выразы $a^2 - 2$ і $2 - a^2$ адрозніваюцца толькі знакамі. Каб скараціць дроб, памяняем знакі аднаго з множнікаў $a^2 - 2$ або $2 - a^2$:

$$\frac{a^2 - 2}{2a - a^3} = \frac{a^2 - 2}{a(2 - a^2)} = \frac{a^2 - 2}{-a(a^2 - 2)} = \frac{1}{-a}.$$

Атрыманы адказ можна запісаць у выглядзе $\frac{1}{-a} = -\frac{1}{a}$. У гэтым выпадку гавораць, што знак «мінус» паставілі перад дробам.

$$\frac{-A}{B} = \frac{A}{-B} = -\frac{A}{B}$$

б) Раскладзём лічнік і назоўнік дробу на множнікі і атрымаем:

$$\frac{y^2 - 25}{5y - y^2} = \frac{(y - 5)(y + 5)}{y(5 - y)}.$$

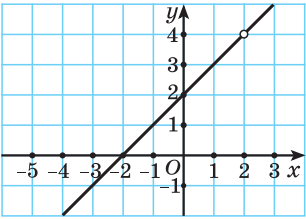
Памяняем знакі аднаго з множнікаў $y - 5$ або $5 - y$ і паставім знак «мінус» перад дробам:

$$\frac{y^2 - 25}{5y - y^2} = \frac{(y - 5)(y + 5)}{y(5 - y)} = \frac{(y - 5)(y + 5)}{-y(y - 5)} = -\frac{(y - 5)(y + 5)}{y(y - 5)} = -\frac{y + 5}{y}.$$

 Асноўная ўласцівасць рацыянальнага дробу	
1. Прывядзіце дроб $\frac{3x - 1}{2x + 3}$ да назоўніка: а) $4x + 6$; б) $4x^2 - 9$.	а) Памножым лічнік і назоўнік дробу на 2 і атрымаем: $\frac{2 \cdot (3x - 1)}{2 \cdot (2x + 3)} = \frac{6x - 2}{4x + 6}.$ б) Памножым лічнік і назоўнік дробу на $(2x - 3)$ і атрымаем: $\frac{(3x - 1) \cdot (2x - 3)}{(2x + 3) \cdot (2x - 3)} = \frac{(3x - 1) \cdot (2x - 3)}{4x^2 - 9}.$
Скарачэнне рацыянальных дробаў	
2. Скараціце дроб $\frac{15x^4 y^2}{25x^2 y^3}$.	Дроб можна скараціць на $5x^2 y^2$ — агульны множнік лічніка і назоўніка дробу: $\frac{15x^4 y^2}{25x^2 y^3} = \frac{15x^4 y^2 : (5x^2 y^2)}{25x^2 y^3 : (5x^2 y^2)} = \frac{3x^2}{5y}.$

3. Скараціце дроб: а) $\frac{18mn - 27n}{9mn}$; б) $\frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2 - 2nm}$; в) $\frac{x^2 - y^2}{3y - 3x}$; г) $\frac{16 - x^2}{(x - 4)^2}$.	а) Раскладзём на множнікі лічнік дробу і скароцім дроб: $\frac{18mn - 27n}{9mn} = \frac{9n(2m - 3)}{9mn} = \frac{2m - 3}{m}.$ б) З дапамогай формул скарачанага множання раскладзём на множнікі лічнік і назоўнік дробу і атрымаем: $\frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2 - 2nm} = \frac{(m - n)(m + n)}{(m - n)^2} = \frac{m + n}{m - n}.$ в) Раскладзём на множнікі лічнік і назоўнік дробу: $\frac{x^2 - y^2}{3y - 3x} = \frac{(x - y)(x + y)}{3(y - x)}.$ Множнікі $x - y$ і $y - x$ адрозніваюцца толькі знакамі. Памяняем знакі аднаго з множнікаў $x - y$ або $y - x$ і паставім знак «мінус» перад дробам: $\begin{aligned} \frac{x^2 - y^2}{3y - 3x} &= \frac{(x - y)(x + y)}{3(y - x)} = \\ &= \frac{(x - y)(x + y)}{-3(x - y)} = -\frac{(x - y)(x + y)}{3(x - y)} = \\ &= -\frac{x + y}{3}. \end{aligned}$ г) Пасля раскладання на множнікі лічніка дробу маем: $\frac{16 - x^2}{(x - 4)^2} = \frac{(4 - x)(4 + x)}{(x - 4)^2}.$ Выкарыстаем тое, што $(a - b)^2 = (b - a)^2$, г. зн. $(x - 4)^2 = (4 - x)^2$, і атрымаем: $\frac{(4 - x)(4 + x)}{(x - 4)^2} = \frac{(4 - x)(4 + x)}{(4 - x)^2} = \frac{4 + x}{4 - x}.$
4. Скараціце дроб: а) $\frac{12a^2 - 9ab + 4ac - 3bc}{20a^2 + 3bc - 15ab - 4ac}$; б) $\frac{ay - bx + by - ax}{x^2 - y^2}$.	а) З дапамогай спосабу групёўкі раскладзём лічнік і назоўнік дробу на множнікі і скароцім дроб: $\frac{12a^2 - 9ab + 4ac - 3bc}{20a^2 + 3bc - 15ab - 4ac} =$

	$ \begin{aligned} &= \frac{(12a^2 - 9ab) + (4ac - 3bc)}{(20a^2 - 15ab) + (3bc - 4ac)} = \\ &= \frac{3a(4a - 3b) + c(4a - 3b)}{5a(4a - 3b) - c(4a - 3b)} = \\ &= \frac{(4a - 3b)(3a + c)}{(4a - 3b)(5a - c)} = \frac{3a + c}{5a - c}. \end{aligned} $ б) $\frac{ay - bx + by - ax}{x^2 - y^2} =$ $ \begin{aligned} &= \frac{(ay + by) + (-ax - bx)}{x^2 - y^2} = \\ &= \frac{(ay + by) - (ax + bx)}{(x - y)(x + y)} = \frac{y(a + b) - x(a + b)}{(x - y)(x + y)} = \\ &= \frac{(y - x)(a + b)}{(x - y)(x + y)} = -\frac{(x - y)(a + b)}{(x - y)(x + y)} = -\frac{a + b}{x + y}. \end{aligned} $
5. Скараціце дроб $\frac{(1 - 3x)^2}{3x^2 + 5x - 2}.$	Для раскладання на множнікі назоўніка дробу выкарыстаем формулу раскладання квадратнага трохчлена на множнікі: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$ Знойдзем карані квадратнага трохчлена $3x^2 + 5x - 2$. Для гэтага рэшым квадратнае ўраўненне $3x^2 + 5x - 2 = 0$. $D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 49,$ $x_1 = \frac{-5 - 7}{2 \cdot 3} = -2, \quad x_2 = \frac{-5 + 7}{2 \cdot 3} = \frac{1}{3},$ тады $3x^2 + 5x - 2 = 3(x + 2)\left(x - \frac{1}{3}\right) =$ $= (x + 2)(3x - 1).$ Скароцім дроб: $\frac{(1 - 3x)^2}{3x^2 + 5x - 2} = \frac{(3x - 1)^2}{(x + 2)(3x - 1)} = \frac{3x - 1}{x + 2}.$
6. Спрасціце выраз $\frac{2x^2y - xy^2}{2x - y}$ і знайдзіце яго значэнне пры $x = 2,56$, $y = 10$.	Спрасцім выраз, скараціўшы дроб: $\frac{2x^2y - xy^2}{2x - y} = \frac{xy(2x - y)}{2x - y} = xy.$ Падставім $x = 2,56$ і $y = 10$ у выраз xy і атрымаем $xy = 2,56 \cdot 10 = 25,6$.

7. Сярод дадзеных рацыянальных дробаў выберыце дроб, тоесна роўны дробу $\frac{a-b}{3b-a}$: а) $\frac{a-b}{a-3b}$; б) $\frac{b-a}{3b-a}$; в) $\frac{b-a}{a-3b}$.	Выканаем пераўтварэнні: $\frac{a-b}{3b-a} = \frac{-(a-b)}{-(3b-a)} = \frac{-a+b}{-3b+a} = \frac{b-a}{a-3b}.$ Дробу $\frac{a-b}{3b-a}$ тоесна роўны дроб в).
8. Прывядзіце дроб: а) $\frac{b}{7-b}$ да назоўніка $b-7$; б) $\frac{8-a}{-6a-b}$ да назоўніка $6a+b$.	Памножым лічнік і назоўнік дробу на -1 і атрымаем: а) $\frac{b}{7-b} = \frac{-b}{-(7-b)} = \frac{-b}{-7+b} = \frac{-b}{b-7} = -\frac{b}{b-7}$; б) $\frac{8-a}{-6a-b} = \frac{-(8-a)}{-(-6a-b)} = \frac{-8+a}{6a+b} = \frac{a-8}{6a+b}.$
9*. Пабудуйце графік функцыі $y = \frac{x^2-4}{x-2}$.	Абсягам вызначэння дадзенай функцыі з'яўляецца мноства ўсіх рэчаісных лікаў, акрамя ліку 2. Скароцім дроб $\frac{x^2-4}{x-2}$ і атрымаем: $\frac{x^2-4}{x-2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = x+2.$ Неабходна пабудаваць графік функцыі $y = x+2$ пры $x \neq 2$. Графікам дадзенай функцыі з'яўляецца прамая $y = x+2$ без пункта (2; 4). 



1. Вызначце агульны множнік лічніка і назоўніка рацыянальнага дробу:

а) $\frac{7a^2b^4}{14a}$; б) $\frac{6a+15b}{3c}$; в) $\frac{ax+bx}{cx+dx}.$

2. Сярод дадзеных роўнасцей выберыце роўнасці, правільныя пры ўсіх значэннях зменных, якія ўваходзяць у іх, з абсягу вызначэння дробу:

а) $\frac{2a}{2b} = \frac{a}{b}$; б) $\frac{x^2}{3x} = \frac{x}{3}$; в) $\frac{3a}{a} = 2a$; г) $\frac{3a}{a} = 3.$

3. На які выраз трэба памножыць лічнік і назоўнік дробу $\frac{x-y}{x-1}$, каб атрымаць дроб з назоўнікам $x^2 - x$?



1.33. Выкарыстаўшы асноўную ўласцівасць дробу, прывядзіце дроб:

- а) $\frac{x}{y}$ да назоўніка $5y; y^2; -y; yz; 2xy$;
 б) $\frac{a-b}{ab}$ да назоўніка $3ab; a^2b; ab^3; -ab; a^2b^2$;
 в) $\frac{c}{c-d}$ да назоўніка $7c-7d; d(c-d); d-c; (c-d)^2; c^2-d^2$;
 г) $\frac{m-2}{m+2}$ да назоўніка $3m+6; -m-2; m^2+2m; (m+2)^2; m^2-4$.

1.34. Прывядзіце да назоўніка:

- а) $6a^6$ дроб $\frac{5}{a}; \frac{b}{2a^2}; \frac{a-b}{6a^5}$;
 б) $(x-4)^3$ дроб $\frac{3}{x-4}; \frac{x-1}{4-x}; \frac{5}{x^2-8x+16}$;
 в) $3m^2-3n^2$ дроб $\frac{m}{m+n}; \frac{7}{3m+3n}; \frac{m-2n}{n-m}$.

1.35. Ці праўда, што адначлен $5a^2b^2$ з'яўляецца агульным множнікам лічніка і назоўніка дробу:

- а) $\frac{10a^2b^2c}{15a^2b^2d}$; б) $\frac{25a^3b^2}{15a^2b^3}$; в) $\frac{5a^4b}{35a^2b^5}$; г) $\frac{20a^2b^4d^3}{5a^5b^2}$?

1.36. Вывзначце выраз, на які можна падзяліць лічнік і назоўнік дробу, каб скараціць дроб:

- а) $\frac{7a}{14b}$; б) $\frac{12a^2}{4a^3}$; в) $\frac{8ab}{20a^2b}$; г) $\frac{18a^4b^2c}{12a^2b^2c^3}$.

1.37. Вывзначце агульны множнік лічніка і назоўніка дробу і скараціце дроб:

- а) $\frac{15a}{3}$; б) $\frac{6}{18b}$; в) $\frac{8c}{9c}$; г) $\frac{15d}{35d}$;
 д) $\frac{8a}{20b}$; е) $\frac{5xy}{4x}$; ж) $\frac{7m}{21mn}$; з) $\frac{5xy}{45yz}$.

1.38. Скараціце рацыянальны дроб, прымяніўшы алгарытм:

- а) $\frac{ab^2}{ab}$; б) $\frac{xyz}{x^2y^2}$; в) $\frac{6m^2n^2}{18mn}$; г) $\frac{3ab}{12ab^3}$;
 д) $\frac{a^4bc}{ab^2}$; е) $\frac{m^2n^3k^5}{m^5n^3k}$; ж) $\frac{36x^8y^5z}{24x^{10}y^2z^4}$; з) $\frac{3a^6b^9c^4}{a^5b^{10}c^3}$.

1.39. Скараціце рацыянальны дроб:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{a^4}{-a^5}; & \text{б) } \frac{-x^8}{x^6}; & \text{в) } \frac{cd^2}{-c^3}; \\ \text{г) } \frac{-mn}{m^3}; & \text{д) } \frac{-4a^2b^3}{6ab}; & \text{е) } \frac{-15x^2y^5z^6}{-20x^3y^4z^5}. \end{array}$$

1.40. Скараціце рацыянальны дроб, прымяніўшы алгарытм:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{4(x-y)}{8x}; & \text{б) } \frac{15m}{3(m+n)}; & \text{в) } \frac{8(a+b)}{3(a+b)}; \\ \text{г) } \frac{3a^2(x-1)}{5a(x-1)}; & \text{д) } \frac{5(c-3)}{(c-3)^2}; & \text{е) } \frac{7a(b+4)^3}{(b+4)^5}. \end{array}$$

1.41. Раскладзіце на множнікі лічнік і назоўнік дробу і скараціце дроб:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{3a-3b}{6a}; & \text{б) } \frac{7x}{7x+14y}; & \text{в) } \frac{xy+xz}{xy}; \\ \text{г) } \frac{2a^2b}{2a^3b-6a^2b}; & \text{д) } \frac{3m-3n}{6(m+n)}; & \text{е) } \frac{9a^2(a-2b)}{3a-6b}; \\ \text{ж) } \frac{3x+6y}{5x+10y}; & \text{з) } \frac{5n-m}{5n^2-mn}; & \text{і) } \frac{7a-14b}{(a-2b)^2}; \\ \text{к) } \frac{(2c+3d)^3}{2ac+3ad}; & \text{л) } \frac{3x^2y-x^2z}{(3y-z)^4}; & \text{м) } \frac{5a(c+6d)^2}{5ac+30ad}. \end{array}$$

1.42. Складзіце план рашэння і знайдзіце значэнне выразу:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{a^3+a^2}{a^2} \text{ пры } a=8,9; & \text{б) } \frac{3x^2}{x^4-x^2} \text{ пры } x=2\sqrt{3}; \\ \text{в) } \frac{b^5-b^3}{b^2-1} \text{ пры } b=0,25; & \text{г) } \frac{y^3-y^2}{y^2+y^3} \text{ пры } y=\frac{1}{12}. \end{array}$$

1.43. Раскладзіце на множнікі лічнік і назоўнік дробу і скараціце дроб:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{4a-12b}{5a-15b}; & \text{б) } \frac{2x-10y}{x^2-5xy}; & \text{в) } \frac{c^2-3c}{cd-3d}; \\ \text{г) } \frac{x^2+xy}{y^2+xy}; & \text{д) } \frac{m^2-16}{2m+8}; & \text{е) } \frac{a^2-5a}{a^2-25}; \\ \text{ж) } \frac{x^2+4x+4}{2x+4}; & \text{з) } \frac{m^2-6mn}{m^2-12mn+36n^2}; & \text{і) } \frac{25c^2-1}{25c^2+10c+1}; \\ \text{к) } \frac{b^2-6b+9}{b^2-9}; & \text{л) } \frac{x^2+8xy+16y^2}{x^2-16y^2}; & \text{м) } \frac{12a^2-3}{4a^2-4a+1}. \end{array}$$

1.44. Замяніце выраз роўным яму так, каб перад дробам не было знака «мінус»:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} -\frac{m-n}{m+n}; & \text{б)} -\frac{x+y}{y-z}; & \text{в)} -\frac{c-d}{cd}; \\ \text{г)} -\frac{a-b}{2ab}; & \text{д)} -\frac{5bc}{-b-c}; & \text{е)} -\frac{7z}{y-x}. \end{array}$$

1.45. Двума спосабамі замяніце выраз роўным яму так, каб перад дробам стаяў знак «мінус»:

$$\text{а)} \frac{x-y}{y-z}; \quad \text{б)} \frac{-m-n}{m-k}; \quad \text{в)} \frac{c-d}{-b-c}; \quad \text{г)} \frac{a+b}{a-c}.$$

1.46. Сярод дадзеных дробаў выберыце дроб, тоесна роўны дробу $\frac{(2a-5b)^3}{a-7b}$:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \frac{(5b-2a)^3}{a-7b}; & \text{б)} -\frac{(5b-2a)^3}{7b-a}; \\ \text{в)} \frac{(5b-2a)^3}{7b-a}; & \text{г)} -\frac{(2a-5b)^3}{a-7b}. \end{array}$$

1.47. Скараціце дроб:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} \frac{m-n}{n-m}; & \text{б)} \frac{c-d}{3(d-c)}; & \text{в)} \frac{5x-5y}{7y-7x}; \\ \text{г)} \frac{a^2-5ab}{20b-4a}; & \text{д)} \frac{3m-9m^2}{12m^2-4m}; & \text{е)} \frac{b^5-b^4}{b^5-b^6}; \\ \text{ж)} \frac{36-x^2}{5x-30}; & \text{з)} \frac{5a-a^2}{a^2-25}; & \text{і)} \frac{m^2-6m+9}{6-2m}; \\ \text{к)} \frac{16-y^2}{y^2-8y+16}; & \text{л)} \frac{x^2-2x+1}{2-2x^2}; & \text{м)} \frac{25-a^2}{2a^2-20a+50}. \end{array}$$

1.48. Выкарыстайце скарачэнне дробу для рацыянальнага вылічэння значэння выразу:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \frac{x^2-9}{3-x} \text{ пры } x=5,65; & \text{б)} \frac{3a^2-15ab}{25b^2-a^2} \text{ пры } a=15, b=31; \\ \text{в)} \frac{m^2-9m}{81m-m^3} \text{ пры } m=21. \end{array}$$

1.49. Выкарыстайце для раскладання лічніка і назоўніка дробу на множнікі спосаб групоўкі, калі гэта неабходна, і скараціце дроб:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \frac{xy+x-3y-3}{5y+5}; & \text{б)} \frac{ab-4b-2a+8}{20-5a}; \\ \text{в)} \frac{mn-m+n-n^2}{m^2-n^2}; & \text{г)} \frac{16-a^2}{a^2-ab-4a+4b}; \end{array}$$

$$\text{д)} \frac{a^2 - ab + 2b - 2a}{a^2 - 4a + 4};$$

$$\text{е)} \frac{ax - ay - by + bx}{ay - ax - by + bx};$$

$$\text{ж)} \frac{3y - 3 + 5xy - 5x}{5x + 3 + 5xy + 3y};$$

$$\text{з)} \frac{6a^2 + 15ab - 8ac - 20bc}{12a^2 - 9ab - 16ac + 12bc}.$$

1.50. Выкарыстайце формулу раскладання квадратнага трохчлена на множнікі і скараціце дроб:

$$\text{а)} \frac{x^2 - x}{x^2 + 2x - 3};$$

$$\text{б)} \frac{x^2 - 5x + 4}{16 - x^2};$$

$$\text{в)} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 6x + 8};$$

$$\text{г)} \frac{7x^2 - 6x - 1}{7x + 1};$$

$$\text{д)} \frac{2a - 1}{10a^2 - a - 2};$$

$$\text{е)} \frac{2x^2 - 5x - 3}{1 - 4x^2};$$

$$\text{ж)} \frac{6x^2 + x - 7}{13 - 10x^2 - 3};$$

$$\text{з)} \frac{2a^2 - 5a + 2}{ab - 2b - 3a + 6}.$$

1.51. Скараціце рацыянальны дроб:

$$\text{а)} \frac{(5m + 5n)^2}{m + n};$$

$$\text{б)} \frac{(-3a - 3b)^2}{a + b};$$

$$\text{в)} \frac{2x - 2y}{(7y - 7x)^2};$$

$$\text{г)} \frac{(-2c - 2d)^2}{c^2 - d^2};$$

$$\text{д)} \frac{9y^2 - x^2}{(2x - 6y)^2};$$

$$\text{е)} \frac{(5a + 5b)^2}{(-4a - 4b)^2}.$$

1.52*. Пабудуйце графік функцыі:

$$\text{а)} y = \frac{x^2 - 9}{x + 3};$$

$$\text{б)} y = \frac{5x^2 - 10x}{5x};$$

$$\text{в)} y = \frac{x^2 - 8x + 16}{4 - x};$$

$$\text{г)} y = \frac{x^2 + x - 12}{x + 4}.$$

1.53*. Дакажыце тоеснасць:

$$\text{а)} \frac{(m - n)^2 - (m + n)^2}{4mn} = -1;$$

$$\text{б)} \frac{x^2 + xy}{x + y} = \frac{x^3 - x}{x^2 - 1}.$$

1.54*. Скараціце дроб $\frac{3x^3 - 6x^2y + 3xy^2}{(3x - 3y)^3}.$

1.55*. Дакажыце, што значэнне дробу $\frac{(x - y)^2 - (x - 3y)^2}{2xy - 4y^2}$ не залежыць ад значэнняў зменных.

1.56*. Скараціце рацыянальны дроб $\frac{x^2 - (\sqrt{7} + \sqrt{11})x + \sqrt{77}}{x^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{7})x - \sqrt{21}}.$

1.57*. Спрасціце выраз $\frac{(4x + 5)^2 + 2(16x^2 - 25) + (4x - 5)^2}{(4x + 5)^2 - 2(16x^2 - 25) + (4x - 5)^2}.$

1.58*. Скараціце дроб:

$$\text{а)} \frac{5a^2 - 4ab - b^2}{b^2 + 7ab + 10a^2};$$

$$\text{б)} \frac{20a^2 + 8ab - b^2}{b^2 + 5ab + 6a^2}.$$

Якім спосабам раскладання мнагачленаў на множнікі выкарысталіся?

1.59*. Прывядзіце рацыянальны дроб да нескарачальнага дробу:

$$\text{а) } \frac{3x^4 - 12x^3 + 12x^2}{4x - x^3}; \quad \text{б) } \frac{x^4 + 2x^2 - 3}{x^3 - 2x^2 - x + 2}.$$

1.60*. Скараціце дроб:

$$\text{а) } \frac{b^4 + 4}{b^2 - 2b + 2}; \quad \text{б) } \frac{a^2 - a + 1}{a^4 + a^2 + 1}.$$

1.61*. Знайдзіце значэнне выразу $\frac{4xy + 81 - 4x^2 - y^2}{y + 9 - 2x} - 2x$ пры $x = 18,05$; $y = -232$.



1.62. Выкарыстаўшы асноўную ўласцівасць дробу, прывядзіце дроб:

$$\text{а) } \frac{3}{a} \text{ да назоўніка } 4a; a^2; -a; ab;$$

$$\text{б) } \frac{x+y}{x} \text{ да назоўніка } -5x; x^2; -x; xy;$$

$$\text{в) } \frac{b+3}{b-3} \text{ да назоўніка } 2b-6; b^2-3b; 3-b; (b-3)^2; b^2-9.$$

1.63. Прывядзіце дробы $\frac{4}{a+b}$; $\frac{a-8b}{b-a}$ да назоўніка $a^2 - b^2$.

1.64. Вызначце агульны множнік лічніка і назоўніка дробу:

$$\text{а) } \frac{5m}{15n}; \quad \text{б) } \frac{18m^4}{12m^6}; \quad \text{в) } \frac{3mn}{18m^2n}; \quad \text{г) } \frac{m^7n^5k}{6m^3n^4k^6}.$$

1.65. Выкарыстаўшы алгарытм, скараціце дроб:

$$\text{а) } \frac{24b}{3}; \quad \text{б) } \frac{3a}{5a}; \quad \text{в) } \frac{7cd}{3c}; \quad \text{г) } \frac{-5xy}{10x^2};$$

$$\text{д) } \frac{ab}{bc}; \quad \text{е) } \frac{3mn}{m^3n^3}; \quad \text{ж) } \frac{7x^4y^3}{21x^5y^2}; \quad \text{з) } \frac{-a^2b^4c}{-abc};$$

$$\text{і) } \frac{bc^5d}{b^2c^5}; \quad \text{к) } \frac{7x^9y^4z^7}{x^8y^5z^6}; \quad \text{л) } \frac{15a^3b^4c^5}{5a^2b^3c^4}; \quad \text{м) } \frac{8xy^2z^3}{24x^2y^4z^3}.$$

1.66. Скараціце рацыянальны дроб:

$$\text{а) } \frac{5(a+b)}{15b}; \quad \text{б) } \frac{3x}{9(x-2y)}; \quad \text{в) } \frac{4c+4d}{2c};$$

$$\text{г) } \frac{abc}{ab-ac}; \quad \text{д) } \frac{3a-3b}{12a-12b}; \quad \text{е) } \frac{3x+12}{(x+4)^2};$$

$$\text{ж) } \frac{m-6n}{m^2-6mn}; \quad \text{з) } \frac{4ab}{4a^2b-8ab}; \quad \text{і) } \frac{9x^2y-6xy^2}{3xy}.$$

1.67. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\frac{b^4 - b^3}{b^4}$ пры $b = \frac{2}{7}$; б) $\frac{a^6 + a^4}{a^2 + 1}$ пры $a = 2\sqrt{5}$.

1.68. Раскладзіце на множнікі лічнік і назоўнік дробу і скараціце дроб:

а) $\frac{5m + 10n}{3m + 6n}$; б) $\frac{8a - 2b}{4a^2 - ab}$; в) $\frac{2x^2 - xy}{2xy - y^2}$;
 г) $\frac{b^2 - 25}{3b - 15}$; д) $\frac{m^2 - 6m}{m^2 - 36}$; е) $\frac{a^2 + 8a + 16}{3a + 12}$;
 ж) $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1}$; з) $\frac{9b^2 + 6b + 1}{9b^2 - 1}$; і) $\frac{4a^2 - 9b^2}{4a^2 - 12ab + 9b^2}$.

1.69. Замяніце выраз роўным яму так, каб перад дробам не было знака «мінус»:

а) $-\frac{x-2}{x+3}$; б) $-\frac{a+6}{3-a}$; в) $-\frac{-m-5}{m-3}$; г) $-\frac{b-4}{4b}$.

1.70. Двума спосабамі замяніце выраз роўным яму так, каб перад дробам стаяў знак «мінус»:

а) $\frac{m-n}{n-k}$; б) $\frac{-a-b}{c-d}$; в) $\frac{x-y}{x+z}$.

1.71. Скараціце дроб:

а) $\frac{a-b}{6(b-a)}$; б) $\frac{4m-4n}{5n-5m}$; в) $\frac{x^2-3xy}{12y-4x}$;
 г) $\frac{a^3-a^2}{a-a^2}$; д) $\frac{c^2-49}{14-2c}$; е) $\frac{2b^2-8b}{16-b^2}$;
 ж) $\frac{10-5x}{x^2-4x+4}$; з) $\frac{m^2-12m+36}{36-m^2}$; і) $\frac{3-3x^2}{x^2-2x+1}$.

1.72. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\frac{a-4}{16-a^2}$ пры $a = -4,01$; б) $\frac{x^3-9x}{3x-x^2}$ пры $x = 2\frac{3}{7}$.

1.73. Выкарыстайце для раскладання лічніка і назоўніка дробу на множнікі спосаб групойкі, калі гэта неабходна, і скараціце дроб:

а) $\frac{ab-a-5b+5}{6b-6}$; б) $\frac{ax+7x-ay-7y}{7y-7x}$; в) $\frac{3a+4+3ab+4b}{4b-4+3ab-3a}$;
 г) $\frac{2+c-2c-c^2}{c^2-1}$; д) $\frac{9-n^2}{3m-bn+mn-3b}$; е) $\frac{x^2-xy+3y-3x}{x^2-6x+9}$.

1.74. Выкарыстайце формулу раскладання квадратнага трохчлена на множнікі і скараціце дроб:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{x^2+4x+3}{x^2-1}; & \text{б) } \frac{x^2+6x+9}{x^2-2x-15}; & \text{в) } \frac{6x^2+11x-2}{6x-1}; \\ \text{г) } \frac{5x^2-3x-2}{4-25x^2}; & \text{д) } \frac{3x^2+16x-12}{10-13x-3x^2}; & \text{е) } \frac{a^4+2a^3-9a^2-18a}{a^2-a-6}. \end{array}$$

1.75. Скараціце рацыянальны дроб:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{(4x+4y)^2}{(x+y)^2}; & \text{б) } \frac{(m+n)^2}{(-2m-2n)^2}; \\ \text{в) } \frac{(3x-3y)^2}{x^2-y^2}; & \text{г) } \frac{4a^2-b^2}{(3b-6a)^2}. \end{array}$$

1.76*. Пабудуйце графік функцыі:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } y = \frac{x^2-1}{x-1}; & \text{б) } y = \frac{4x^2+12x}{4x}; \\ \text{в) } y = \frac{x^2-2x+1}{1-x}; & \text{г) } y = \frac{x^2-5x+6}{x-3}. \end{array}$$

1.77*. Дакажыце тое, што $\frac{(x+y)^2+(x-y)^2}{x^2+y^2} = 2$.

1.78*. Скараціце дроб $\frac{4a^3-8a^2b+4ab^2}{(2a-2b)^3}$.

1.79*. Скараціце дроб $\frac{x^4-4x^2+3}{x^3+2x^2-x-2}$. Якімі спосабамі раскладання на множнікі мнагачлена вы карысталіся?



1.80. Выканайце дзеянні:

$$\text{а) } \frac{7}{15} + 0,25; \quad \text{б) } \frac{3}{8} - \frac{5}{6}; \quad \text{в) } 1,2 + 3\frac{1}{3}; \quad \text{г) } 6\frac{3}{7} - 2\frac{7}{12}.$$

1.81. Запішыце ў стандартным выглядзе лік $0,00057 \cdot 10^{12}$ і вызначце яго парадак.

1.82. Функцыя зададзена формулай $y = 5x - 7$. Вызначце:

- а) значэнне функцыі пры значэнні аргумента, роўным 2;
- б) значэнне аргумента пры значэнні функцыі, роўным 13;
- в) ці праходзіць графік гэтай функцыі праз пункт $A(-7; -25)$.

1.83. Рэкламны адзел кампаніі плануе размясціць на адным з тэлеканалаў два відэаролікі працягласцю 30 с. Кампанія хоча самастойна выбраць час паказу ролікаў. Кошт та-

кой паслугі складае 15 % ад кошту размяшчэння кожнага роліка, роўнага 1000 р. За размяшчэнне двух ролікаў канал прапануе зніжку ў памеры 10 % ад агульнага кошту заказу. Колькі трэба будзе заплаціць кампаніі?

1.84. Вынесіце множнік за знак кораня ў выразе:

а) $\sqrt{18a^2}$ пры $a \leq 0$; б)* $\sqrt{-a^3b^4}$.

1.85. Рашыце ўраўненне з дапамогай метаду замены зменных:

а) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$; б)* $(x^2 + 2x)(x^2 + 2x - 2) = 3$.

§ 3. Складанне і адніманне рацыянальных дробаў



1.86. Знайдзіце значэнне выразу $\frac{1}{4} + \frac{5}{6} - \frac{5}{12}$.

1.87. Прывядзіце дроб $\frac{2}{x+1}$ да назоўніка $x^2 + x$.

1.88. Прывядзіце дроб $\frac{2x}{x-6}$ да назоўніка $x^2 - 36$.



Успомнім, як складаюць і аднімаюць звычайныя дробы. Напрыклад:

$$\frac{5}{18} + \frac{4}{18} = \frac{5+4}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}; \quad \frac{9}{17} - \frac{3}{17} = \frac{9-3}{17} = \frac{6}{17}.$$

Складанне і адніманне рацыянальных дробаў выконваецца па такіх жа правілах, што складанне і адніманне звычайных дробаў.



Каб скласці дробы з аднолькавымі назоўнікамі, трэба скласці іх лічнікі, а назоўнік пакінуць тым жа. Затым, калі магчыма, трэба скараціць атрыманы дроб.

Прыклад 1. Знайдзіце суму рацыянальных дробаў:

а) $\frac{7m}{4ab} + \frac{11m}{4ab}$;
б) $\frac{12-x}{x+3} + \frac{2x+8}{x+3}$.

$$\frac{A}{C} + \frac{B}{C} = \frac{A+B}{C}$$

$$\begin{aligned} \frac{a^2}{b} + \frac{a}{b} &= \frac{a^2+a}{b} \\ \frac{3m^2}{5n} + \frac{7m^2}{5n} &= \frac{10m^2}{5n} = \frac{2m^2}{n} \\ \frac{3x-1}{2x^2} + \frac{x+1}{2x^2} &= \\ &= \frac{3x-1+x+1}{2x^2} = \frac{4x}{2x^2} = \frac{2}{x} \end{aligned}$$