



2.121. Выберите все верные утверждения:

- а) 3 — делитель числа 26 373; б) 769 538 кратно 2;
 в) 0 — делитель числа 17; г) 55 556 кратно 5;
 д) 12 345 678 делится на 9.

2.122. Вычислите $10^3 : 0,0001 \cdot 100^{-3}$.

2.123. Решите двойное неравенство $-2 < 1 - 3x \leq 7$.

2.124. Зная, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + 4x - 7 = 0$, найдите значение выражения:

- а) $x_1 + x_2$; б) $x_1 x_2$; в) $x_1^2 + x_2^2$.

2.125. Найдите значение выражения

$$\left(\frac{15}{\sqrt{6+1}} - \frac{4}{\sqrt{6-2}} \right) \cdot (\sqrt{6} + 7).$$

2.126. Из деревни в город вышел турист. Первую половину пути он шел пешком со скоростью $5 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Оставшуюся часть пути он проехал на автобусе. Найдите среднюю скорость движения туриста на всем маршруте, если скорость автобуса равна $45 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

2.127. Найдите множество значений функции

$$y = (x - 3)^2 + (x + 1)^2.$$

2.128. Упростите выражение

$$\left(\frac{a-b}{a^2+ab} - \frac{1}{a^2-b^2} : \frac{a+b}{b^2-2ab+a^2} \right) \cdot \frac{a^2+ab}{a-b}.$$

§ 9. Построение графиков функций

$$y = f(x) \pm b, \quad y = f(x \pm a)$$



2.129. Найдите координаты точки пересечения графика функции $y = f(x)$ с осью ординат:

- а) $f(x) = -3x + 5$; б) $f(x) = x^2 + 3x - 5$.

2.130. Сравните значения функций $f(x) = x^2$; $g(x) = x^2 - 3$ и $h(x) = x^2 + 5$ при значении аргумента, равном 2.

2.131. Постройте в одной системе координат графики функций $f(x) = x^2$; $f(x) = (x - 1)^2$; $f(x) = x^2 - 3$.



Ранее вы рассматривали такие преобразования геометрических фигур, как симметрию относительно точки, симметрию относительно прямой и др.

Вам известно, что графики четных функций симметричны относительно оси ординат (например, $y = x^2$), а нечетных — относительно начала координат (например, $y = x^3$).

Геометрические представления можно применять для построения графиков одних функций, используя графики других, уже известных функций.

Рассмотрим функции $y = \sqrt{x}$ и $y = \sqrt{x} + 4$. Составим таблицу некоторых значений этих функций и построим их графики (рис. 46).

x	0	1	4	9	16
$y = \sqrt{x}$	0	1	2	3	4
$y = \sqrt{x} + 4$	4	5	6	7	8

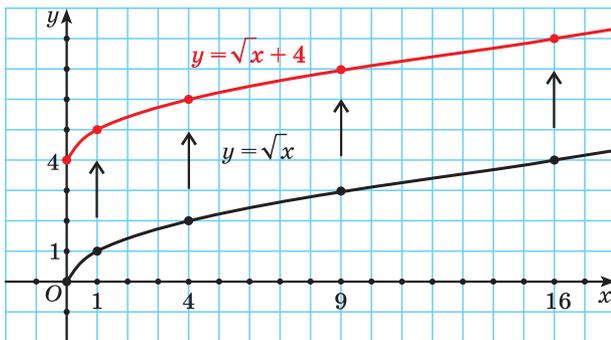


Рис. 46

Сравним расположение точек графиков этих функций, имеющих одинаковые абсциссы. Например, рассмотрим точку (1; 1) на первом графике и точку (1; 5) на втором. Эти точки лежат на прямой, параллельной оси ординат, причем точка (1; 5) находится на 4 единицы выше точки (1; 1). Точка (4; 6) лежит на 4 единицы выше точки (4; 2). Таким же образом расположены все другие точки этих графиков, имеющие одинаковые абсциссы. Можно сделать вывод, что график функции $y = \sqrt{x} + 4$ получен сдвигом (параллельным переносом) графика $y = \sqrt{x}$ на 4 единицы вверх вдоль оси ординат.

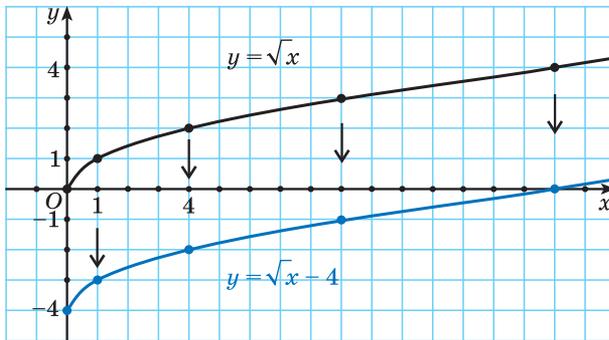


Рис. 47

Рассматривая точки графиков функций $y = \sqrt{x} - 4$ и $y = \sqrt{x}$ с одинаковыми абсциссами (рис. 47), заметим, что график функции $y = \sqrt{x} - 4$ получен сдвигом (параллельным переносом) графика $y = \sqrt{x}$ на 4 единицы вниз вдоль оси ординат.



График функции

$$y = f(x) + b$$

можно получить сдвигом графика функции $y = f(x)$ вдоль оси ординат на b единиц вверх, если $b > 0$ (рис. 48, а).

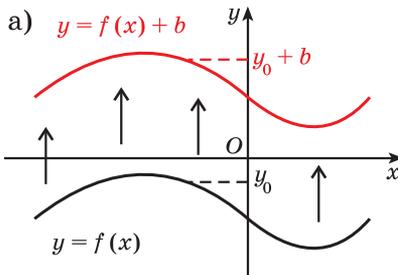


График функции

$$y = f(x) - b$$

можно получить сдвигом графика функции $y = f(x)$ вдоль оси ординат на b единиц вниз, если $b > 0$ (рис. 48, б).

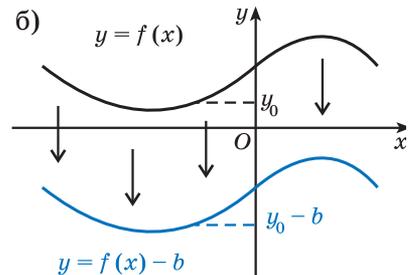


Рис. 48

Например, на рисунке 49 показано построение графиков функций $y = x^3 + 2$ и $y = \frac{1}{x} - 2$.

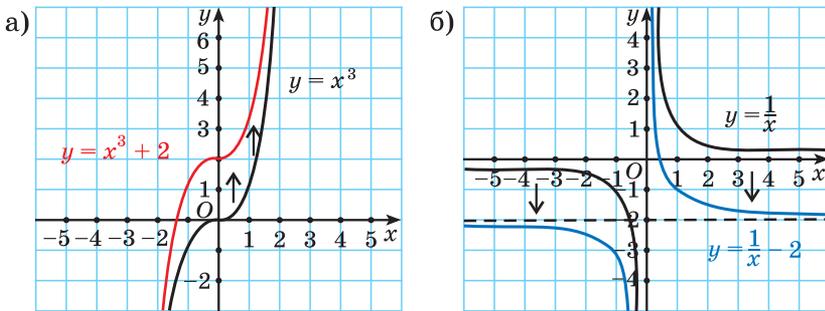


Рис. 49

Рассмотрим функции $y = x^3$ и $y = (x - 4)^3$. Составим таблицу некоторых значений этих функций и построим их графики (рис. 50).

x	-2	0	1	2	4	5
$y = x^3$	-8	0	1	8	64	125
$y = (x - 4)^3$	-216	-64	-27	-8	0	1

Определим значения аргумента, при которых обе функции принимают одинаковые значения. Например, значение $y = 0$ первая функция принимает при $x = 0$, а вторая — при $x = 4$. Значение $y = 1$ первая функция принимает при $x = 1$, а вторая — при $x = 5$.

Можно заметить, что функция $y = (x - 4)^3$ принимает те же значения, что и функция $y = x^3$, на 4 единицы «позже».

Графически это означает, что график функции $y = (x - 4)^3$ получен сдвигом (параллельным переносом) графика функции $y = x^3$ на 4 единицы вправо вдоль оси абсцисс (см. рис. 50).

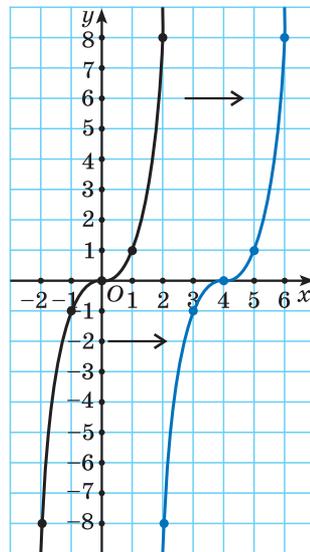


Рис. 50

Рассматривая графики функций $y = x^3$ и $y = (x + 4)^3$, заметим, что вторая функция принимает те же значения, что и первая, на 4 единицы «раньше».

Графически это означает, что для получения графика функции $y = (x + 4)^3$ точки графика функции $y = x^3$ сдвигают на 4 единицы влево вдоль оси абсцисс (рис. 51).

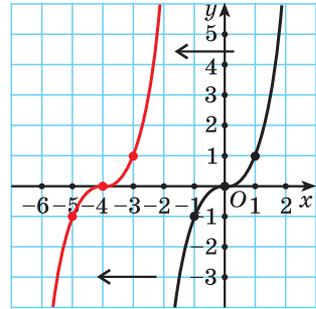


Рис. 51



График функции

$$y = f(x - a)$$

можно получить сдвигом графика функции $y = f(x)$ вдоль оси абсцисс на a единиц вправо, если $a > 0$ (рис. 52, а).

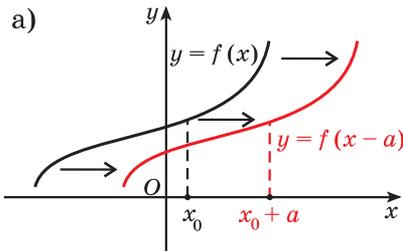
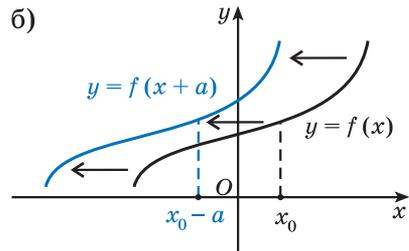


Рис. 52

График функции

$$y = f(x + a)$$

можно получить сдвигом графика функции $y = f(x)$ вдоль оси абсцисс на a единиц влево, если $a > 0$ (рис. 52, б).



Например, на рисунке 53 показано построение графиков функций $y = 2(x - 6)^2$ и $y = \frac{1}{x + 2}$.

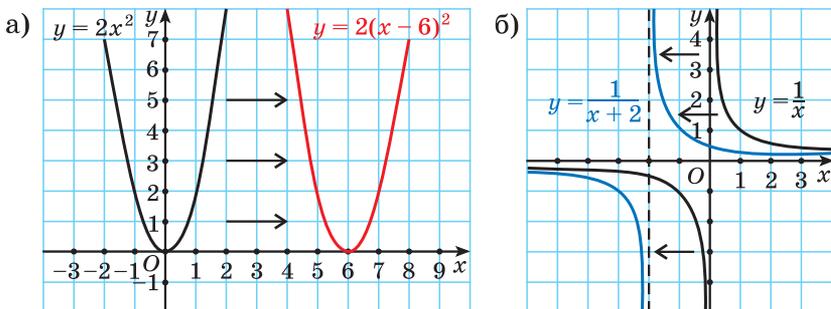


Рис. 53



Построение графиков функций $y = f(x) \pm b$, $y = f(x \pm a)$

1. График функции $y = f(x) - 3$ получен из графика функции $y = f(x)$ сдвигом вдоль оси: а) ординат на 3 единицы вверх; б) абсцисс на 3 единицы вправо; в) абсцисс на 3 единицы влево; г) ординат на 3 единицы вниз. Выберите правильный ответ.

Так как рассматриваются функции $y = f(x)$ и $y = f(x) - b$ при $b = 3$, то график функции $y = f(x) - 3$ получен сдвигом графика функции $y = f(x)$ вдоль оси ординат на 3 единицы вниз.
Правильный ответ г).

2. График какой из функций получен из графика функции $y = 2x^2$ его сдвигом вдоль оси абсцисс на 3 единицы вправо: а) $y = 2x^2 + 3$; б) $y = (2x + 3)^2$; в) $y = (2x - 3)^2$; г) $y = 2(x - 3)^2$?

Рассматриваются функции $y = f(x)$ и $y = f(x - a)$ при $a = 3 > 0$. Сдвигом графика функции $y = 2x^2$ вдоль оси абсцисс на 3 единицы вправо получен график функции $y = 2(x - 3)^2$.
Ответ: г).

3. Установите зависимость между графиками функций (рис. 54) и их аналитическим представлением: а) $y = x^3$; б) $y = (x + 1)^3$; в) $y = (x - 2)^3$; г) $y = x^3 - 3$.

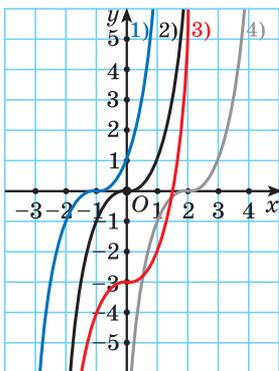


Рис. 54

а) Графиком функции $y = x^3$ является кубическая парабола 2).
б) Так как график функции $y = (x + 1)^3$ получается из графика функции $y = x^3$ сдвигом его на 1 единицу влево вдоль оси абсцисс, то графиком функции $y = (x + 1)^3$ является кубическая парабола 1).
в) Функции $y = (x - 2)^3$ соответствует график 4), поскольку график функции $y = (x - 2)^3$ получается сдвигом графика функции $y = x^3$ на 2 единицы вправо вдоль оси абсцисс.
г) Функции $y = x^3 - 3$ соответствует график 3), поскольку график функции $y = x^3 - 3$ получается сдвигом графика функции $y = x^3$ на 3 единицы вниз вдоль оси ординат.

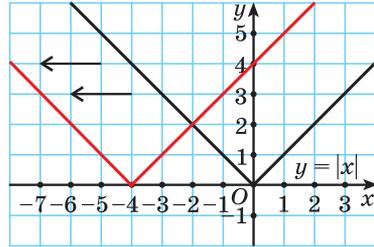
4. С помощью преобразований графика функции $y = |x|$ постройте график функции:

а) $y = |x + 4|$;

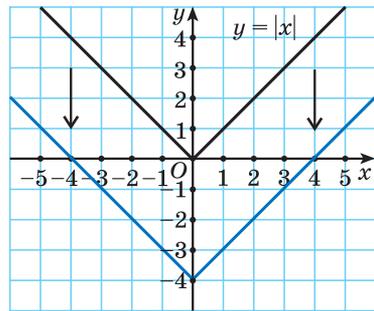
б) $y = |x| - 4$;

в) $y = |x - 3| + 2$.

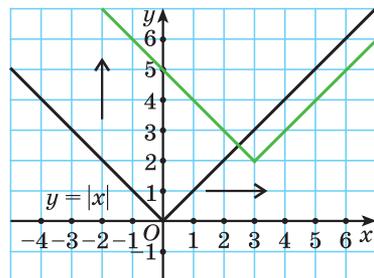
а) Выполним сдвиг графика функции $y = |x|$ на 4 единицы влево вдоль оси абсцисс и получим график функции $y = |x + 4|$.



б) Выполним сдвиг графика функции $y = |x|$ на 4 единицы вниз вдоль оси ординат и получим график функции $y = |x| - 4$.



в) Выполним сдвиг графика функции $y = |x|$ на 3 единицы вправо вдоль оси абсцисс и на 2 единицы вверх вдоль оси ординат и получим график функции $y = |x - 3| + 2$.





Запишите формулы, соответствующие графикам функций, полученным сдвигами графика функции $y = f(x)$ (рис. 55).

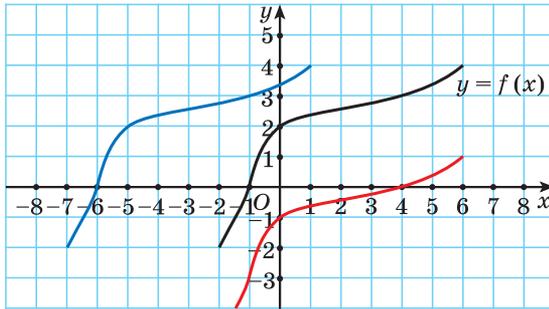


Рис. 55



2.132. График функции $y = (x + 2)^3$ получен из графика функции $y = x^3$ сдвигом вдоль оси:

- а) ординат на 2 единицы вверх;
- б) абсцисс на 2 единицы вправо;
- в) абсцисс на 2 единицы влево;
- г) ординат на 2 единицы вниз.

Выберите правильный ответ.

2.133. График какой из данных функций получен из графика функции $y = \sqrt{x}$ его сдвигом вдоль оси ординат на 5 единиц вверх:

- а) $y = \sqrt{x - 5}$;
- б) $y = \sqrt{x} + 5$;
- в) $y = \sqrt{x + 5}$;
- г) $y = \sqrt{x} - 5$?

2.134. Воспользуйтесь правилами преобразования графиков и запишите уравнение параболы, которую можно получить сдвигом параболы $y = x^2$ вдоль оси:

- а) абсцисс на 7 единиц влево;
- б) ординат на 4 единицы вниз;
- в) ординат на 9 единиц вверх;
- г) абсцисс на 1 единицу вправо;
- д) абсцисс на 2 единицы влево и вдоль оси ординат на 3 единицы вверх;
- е) абсцисс на 5 единиц вправо и вдоль оси ординат на 6 единиц вниз.

2.135. График какой из функций: $y = 3(x - 1)^2$ или $y = (3x - 1)^2$ — получен из графика функции $y = 3x^2$ сдвигом его на 1 единицу вправо вдоль оси абсцисс?

2.136. Выберите функцию, график которой получен из графика функции $y = -5x^2$ сдвигом его на 3 единицы вниз вдоль оси ординат:

- а) $y = -5x^2 + 3$; б) $y = -5(x + 3)^2$;
в) $y = -5x^2 - 3$; г) $y = -(5x + 3)^2$.

2.137. Графики функций, изображенных на рисунке 56, получены из графика функции $y = |x|$ сдвигами его вдоль координатных осей. Запишите формулы этих функций.

2.138. Как нужно преобразовать график функции $y = \frac{4}{x}$, чтобы получить график функции:

- а) $y = \frac{4}{x} + 2$; б) $y = \frac{4}{x} - 5$;
в) $y = \frac{4}{x+3}$; г) $y = \frac{4}{x-7}$;
д) $y = \frac{4}{x+1} - 6$; е) $y = \frac{4}{x-5} + 8$?

2.139. Используя правила преобразования графиков, определите, графика какой из данных функций нет на рисунке 57:

- а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = \sqrt{x+2} - 3$;
в) $y = \sqrt{x-3} - 2$; г) $y = \sqrt{x-3} + 2$?

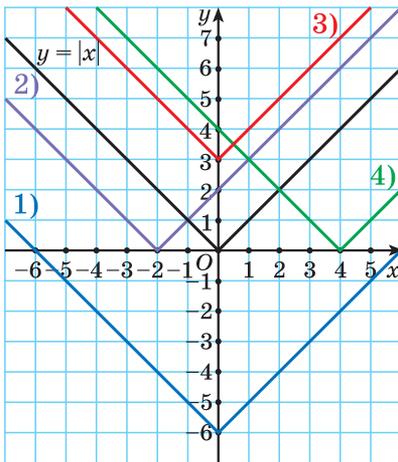


Рис. 56

2.140. С помощью каких преобразований графика функции $y = x^2$ можно построить график функции:

- а) $y = (x - 2)^2$;
б) $y = (x + 4)^2$;

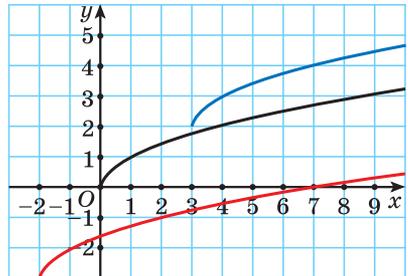


Рис. 57

- в) $y = x^2 - 3$; г) $y = x^2 + 1$;
 д) $y = (x - 4)^2 - 5$; е) $y = (x + 3)^2 + 1$?

Постройте эти графики.

2.141. Представьте функцию $y = x^2 + 8x + 10$ в виде $y = (x - m)^2 + n$ и постройте ее график.

2.142. С помощью преобразований графика функции $y = x^3$ постройте график функции:

- а) $y = (x - 2)^3$; б) $y = x^3 - 3$;
 в) $y = (x + 1)^3 - 2$; г) $y = (x - 3)^3 + 1$.

2.143. В одной системе координат постройте графики функций:

- а) $f(x) = |x|$; б) $f(x) = |x - 2|$; в) $f(x) = |x + 3|$;
 г) $f(x) = |x| - 4$; д) $f(x) = |x| + 1$; е) $f(x) = |x - 4| + 3$.

2.144. На рисунке 58 изображен график функции $y = f(x)$. Постройте график функции:

- а) $y = f(x - 2)$; б) $y = f(x + 3)$;
 в) $y = f(x) - 1$; г) $y = f(x) + 4$.

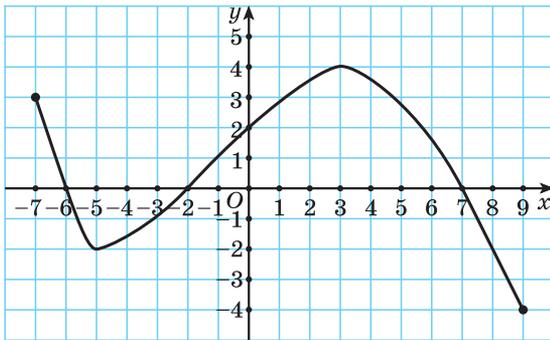


Рис. 58

2.145. С помощью преобразований графика функции $y = f(x)$, изображенного на рисунке 59, постройте график функции:

- а) $y = f(x + 4) - 3$;
 б) $y = f(x - 2) + 5$.

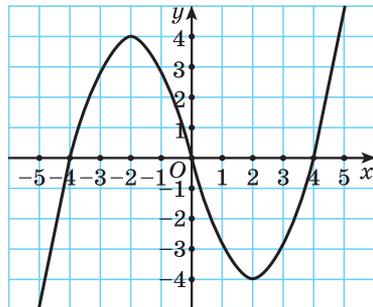


Рис. 59

2.146. Выберите функцию, график которой получен из графика функции $y = \frac{8}{x}$ сдвигом

его на 2 единицы вправо вдоль оси абсцисс и на 3 единицы вверх вдоль оси ординат:

$$\text{а) } y = \frac{8}{x+2} + 3; \quad \text{б) } y = \frac{8}{x-2} + 3; \quad \text{в) } y = \frac{8}{x+3} - 2;$$

$$\text{г) } y = \frac{8}{x+2} - 3; \quad \text{д) } y = \frac{8}{x-3} + 2.$$

Постройте график этой функции.

2.147. С помощью преобразований графика функции $y = -x^2$ постройте графики функций, предварительно представив их в виде $y = -(x - m)^2 + n$:

$$\text{а) } y = -x^2 + 6x - 9; \quad \text{б) } y = -x^2 - 10x - 23;$$

$$\text{в) } y = -x^2 + 2x + 6; \quad \text{г) } y = -x^2 - 4x + 1.$$

2.148*. График функции $y = f(x)$ получен из графика функции $g(x) = 2x^2$ сдвигом его на 3 единицы вправо вдоль оси абсцисс. Найдите ординату точки пересечения графика функции $y = f(x)$ и прямой $x = 15$.

2.149*. График функции $y = f(x)$ получен из графика функции $g_1(x) = -3x^2$ сдвигом его на 3 единицы вправо вдоль оси абсцисс и на 2 единицы вверх вдоль оси ординат. А график функции $y = h(x)$ получен из графика функции $g_2(x) = \frac{1}{2}x^2$ сдвигом его на 4 единицы влево вдоль оси абсцисс и на 1 единицу вниз вдоль оси ординат. Имеют ли общие точки графики функций $y = f(x)$ и $y = h(x)$?

2.150*. Функция $y = f(x)$ определена на множестве действительных чисел и $E(f) = [-1; 7]$. Найдите множество значений функции:

$$\text{а) } y = f(x - 2); \quad \text{б) } y = f(x) + 4;$$

$$\text{в) } y = f(x - 1) - 3; \quad \text{г) } y = f(x - 3) + 5.$$

2.151*. Функция $y = f(x)$ на промежутке $(-\infty; 4]$ возрастает, а на промежутке $[4; +\infty)$ убывает. Найдите промежуток возрастания функции:

$$\text{а) } y = f(x + 1); \quad \text{б) } y = f(x) - 7;$$

$$\text{в) } y = f(x - 3); \quad \text{г) } y = f(x + 2) - 4.$$

2.152*. Можно ли определить, является ли функция:

$$\text{а) } y = f(x) + 8; \quad \text{б) } y = f(x) - 3;$$

в) $y = f(x + 7)$; г) $y = f(x - 2)$ — четной, если известно, что функция $y = f(x)$ является четной?

2.153*. График функции $y = f(x)$ симметричен относительно прямой $x = 3$. Определите, какая из данных функций является четной:

- а) $y = f(x - 3)$; б) $y = f(x) - 3$;
 в) $y = f(x) + 3$; г) $y = f(x + 3)$.



2.154. График функции $y = x^2 - 4$ получен из графика функции $y = x^2$ сдвигом вдоль оси:

а) ординат на 4 единицы вверх; б) абсцисс на 4 единицы вправо; в) абсцисс на 4 единицы влево; г) ординат на 4 единицы вниз. Выберите правильный ответ.

2.155. Определите, график какой из данных функций получен из графика функции $y = |x|$ сдвигом его вдоль оси абсцисс на 3 единицы влево:

- а) $y = |x - 3|$; б) $y = |x| + 3$;
 в) $y = |x + 3|$; г) $y = |x| - 3$.

2.156. Запишите формулу функции, график которой можно получить сдвигом кубической параболы $y = x^3$ вдоль оси:

а) абсцисс на 2 единицы вправо; б) ординат на 3 единицы вниз; в) ординат на 5 единиц вверх; г) абсцисс на 9 единиц влево; д) абсцисс на 3 единицы влево и вдоль оси ординат на 5 единиц вверх; е) абсцисс на 6 единиц вправо и вдоль оси ординат на 7 единиц вниз.

2.157. Выберите функцию, график которой получен из графика функции $y = 4x^2$ сдвигом его на 2 единицы вправо вдоль оси абсцисс:

- а) $y = 4(x + 2)^2$; б) $y = 4x^2 - 2$;
 в) $y = 4(x - 2)^2$; г) $y = (4x - 2)^2$.

2.158. Используя правила преобразования графиков, запишите формулы функций, графики которых изображены на рисунке 60, если они получены из графика функции $y = \sqrt{x}$ сдвигом его вдоль координатных осей.

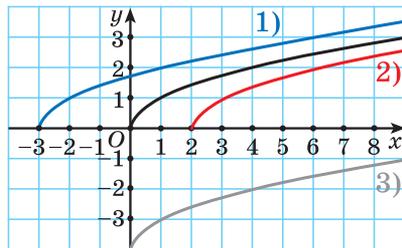


Рис. 60

2.159. С помощью каких преобразований графика функции $y = -\frac{2}{x}$ можно получить график функции:

- а) $y = -\frac{2}{x} - 1$; б) $y = -\frac{2}{x+5}$;
 в) $y = -\frac{2}{x} + 7$; г) $y = -\frac{2}{x-8}$?

Запишите формулу функции, график которой можно получить из графика функции $y = -\frac{2}{x}$ сдвигом его на 3 единицы влево вдоль оси абсцисс и на 5 единиц вниз вдоль оси ординат.

2.160. На рисунке 61, а изображен график функции $y = ax^2$ ($a \neq 0$). Среди рисунков 61, б—г выберите изображение графика функции $y = a(x-2)^2 - 1$.

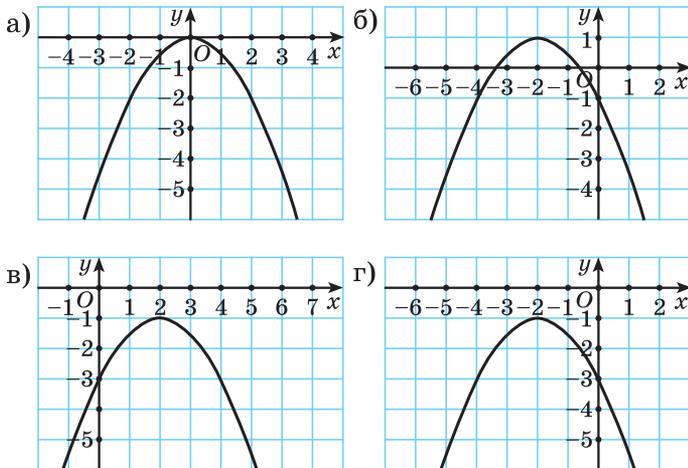


Рис. 61

2.161. Примените правила преобразования к графику функции $y = x^2$ и постройте график функции:

- а) $y = (x-3)^2$; б) $y = x^2 + 4$; в) $y = (x+2)^2 - 1$.

2.162. В одной системе координат постройте графики функций:

- а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = \sqrt{x+2}$; в) $y = \sqrt{x} - 3$;
 г) $y = \sqrt{x+1} - 4$; д) $y = \sqrt{x-5} + 1$.

2.163. На рисунке 62 изображен график функции $y = f(x)$. Перенесите рисунок в тетрадь и постройте график функции:

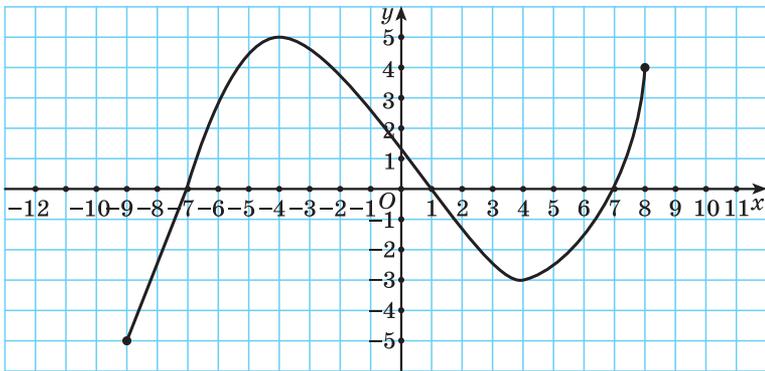


Рис. 62

- а) $y = f(x + 4)$; б) $y = f(x - 2)$;
 в) $y = f(x) + 3$; г) $y = f(x) - 5$.

2.164. С помощью преобразований графика функции $y = f(x)$, изображенного на рисунке 63, постройте график функции:

- а) $y = f(x - 3) + 2$;
 б) $y = f(x + 4) - 1$.

2.165. Постройте график функции $y = \frac{6}{x+3} - 2$, преобразовав график функции $y = \frac{6}{x}$.

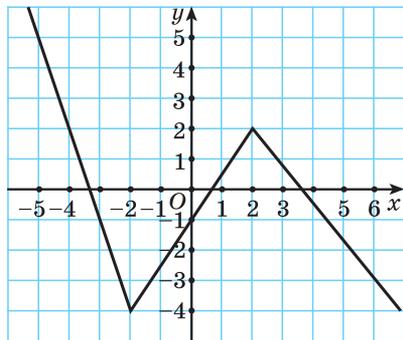


Рис. 63

2.166. С помощью преобразований графика функции $y = x^2$ постройте графики функций, предварительно представив их в виде $y = (x - m)^2 + n$:

- а) $y = x^2 - 4x + 4$; б) $y = x^2 - 10x + 20$;
 в) $y = x^2 + 6x + 10$; г) $y = x^2 - 8x + 1$.

2.167*. График функции $y = f(x)$ получен из графика функции $g(x) = x^3$ сдвигом его на 5 единиц вниз вдоль оси ординат. Найдите ординату точки пересечения графика функции $y = f(x)$ и прямой $x = -4$.

2.168*. График функции $y = f(x)$ получен из графика функции $g(x) = -2x^2$ сдвигом его на 6 единиц вправо вдоль оси абсцисс и на 8 единиц вверх вдоль оси ординат. Найдите нули функции $y = f(x)$.

2.169*. Функция $y = f(x)$ определена на множестве действительных чисел и $E(f) = [0; 8]$. Найдите множество значений функции:

а) $y = f(x + 3)$;

б) $y = f(x) - 5$;

в) $y = f(x + 6) + 9$;

г) $y = f(x - 7) - 1$.

2.170*. Известно, что функция $y = f(x)$ является четной. Верно ли, что четной является функция $y = f(x) + b$, где $b \neq 0$?



2.171. Найдите число, обратное числу 3,5.

2.172. Двухтомник стоит 25,6 р. Первый том дешевле второго на 40 %. Сколько рублей стоит первый том?

2.173. Оцените периметр прямоугольника (P) со сторонами a и b , если известно, что $7 \leq a < 8$; $14 < b \leq 15$.

2.174. Упростите выражение $\sqrt{a^2 - 4ab + 4b^2} + \sqrt{4a^2}$ при $a < 0$, $b > 0$.

Итоговая самооценка

После изучения этой главы я должен:

- знать определение функции, ее области определения и множества значений, способы задания функций;
- уметь находить значения функции по значению аргумента; значения аргумента по значению функции; область определения и множество значений функций, заданных различными способами;
- знать определение нулей функции, промежутков знакопостоянства функции;
- уметь находить нули функции, промежутки знакопостоянства функции, заданной различными способами;
- знать определения возрастающей и убывающей функции на промежутке, определение монотонной функции на промежутке;
- уметь находить промежутки монотонности функции, заданной различными способами;
- знать определение четной и нечетной функции;
- уметь применять алгоритм исследования функции на четность (нечетность);
- уметь выполнять построение графика функции $y = f(x) \pm b$, зная график функции $y = f(x)$;
- уметь выполнять построение графика функции $y = f(x \pm a)$, зная график функции $y = f(x)$.

Я проверяю свои знания

1. Найдите $f(-2)$, если:

а) $f(x) = 2x + 3$;

б) $f(x) = -x^2 - 1$;

в) $f(x) = \frac{1}{2-x}$;

г) $f(x) = \sqrt{7-x}$.

2. Выберите функции, графикам которых принадлежит точка $N(-12; 1)$:

а) $y = -12x$;

б) $y = -x + 12$;

в) $y = -\frac{12}{x}$;

г) $y = x + 13$;

д) $y = x^2 + 145$.

3. Выберите функцию, график которой изображен на рисунке 64:

а) $y = |x + 2| + 1$;

б) $y = -|x - 2| - 1$;

в) $y = |x - 2| - 1$;

г) $y = |x + 2| - 1$;

д) $y = |x - 1| - 2$.

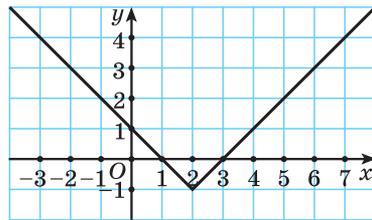


Рис. 64

4. Каким свойством обладает график четной функции? Нечетной функции? Известно, что функция $y = f(x)$ является четной, а функция $y = q(x)$ — нечетной, и $f(5) = 7$, $q(-1) = 6$. Найдите значение выражения $2f(-5) + q(1)$.

5. Найдите промежутки знакопостоянства функции:

а) $f(x) = 5x - 9$;

б) $g(x) = x^2 - 11x + 30$;

в) $h(x) = \frac{9}{x}$.

6. По графику функции, изображенному на рисунке 65, найдите: а) область определения функции; б) множество значений функции; в) нули функции; г) промежутки знакопостоянства функции; д) промежутки монотонности функции.

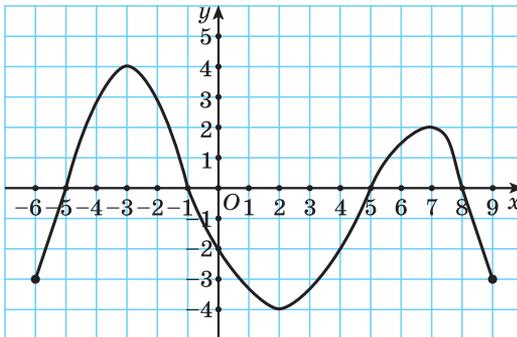


Рис. 65

7. Найдите область определения функции, заданной формулой:

а) $y = \frac{8x}{x-4}$;

б) $y = \frac{2}{x^2 + 6x + 5}$;

в) $y = \frac{x}{\sqrt{9 - 0,01x}}$;

г) $y = \sqrt{8x - x^2}$;

д) $y = \frac{x+2}{x-4} - \sqrt{16 - x^2}$;

е) $y = \sqrt{x-7} + \frac{8}{\sqrt{x^2 - 9x + 14}}$.

8. Проанализируйте условие и найдите множество значений функции:

а) $f(x) = x^2 - 6$;

б) $f(x) = |x| + 9$;

в) $f(x) = \sqrt{x+2} - 8$;

г) $f(x) = -x^2 - 6x + 19$.

9. Докажите, что функция $y = (x - 4)^2$ возрастает на промежутке $[4; +\infty)$ и убывает на промежутке $(-\infty; 4]$.

10. Найдите, при каких значениях числа a функция $f(x) = 5x^2 + 6ax - a$ не имеет нулей.

Практическая математика

1. На рисунке 66 изображен график, отражающий зависимость количества бензина n в баке автомобиля курьера от времени t .

а) Что произошло около 12.00?

б) Какое приблизительно время автомобиль курьера стоял в период с 9.00 до 19.00?



Рис. 66

в) Какая возможная часть рабочего дня курьера отражена на графике с 13.00 до 14.00?

г) Назовите правдоподобную причину, по которой график становится «круче» после 17.00.

2. Цена входного билета на стадион составляла 10 р. Руководство стадиона решило снизить цену билета так, чтобы выручка возросла на 12,5 % за счет предполагаемого увеличения числа зрителей. На какой процент увеличения числа зрителей рассчитывает руководство стадиона, если входной билет после снижения цены стал стоить 6 р.?

3. Тарифный оклад работника предприятия составляет x р. Надбавка за стаж составляет n % за каждые отработанные на предприятии n лет. По итогам работы за месяц работник может быть поощрен премией в размере y р. Из полученной суммы высчитывается взнос в пенсионный фонд в размере 1 % и профсоюзный взнос в размере 1 %, если работник является членом профсоюза. Заработная плата облагается также 13 %-м подоходным налогом. Составьте формулу для вычисления суммы, которую получит работник. По формуле найдите, сколько получит работник, отработавший на предприятии 10 лет, если $x = 400$ р., а y составляет 15 % от x .

Увлекательная математика

Исследуем, обобщаем, делаем выводы

Исследовательское задание. Всегда ли по графикам уравнений системы можно определить решения системы уравнений? Определите число решений системы уравнений

$$\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = x^2. \end{cases}$$
 Попробуйте привести пример, когда число реше-

ний системы уравнений нельзя определить по графикам уравнений.

Готовимся к олимпиадам

1. Для функций $f(x) = \frac{x-2}{3x+4}$, $g(x) = \frac{2x+3}{5x-1}$ найдите $f(g(x))$; $g(f(x))$.

2. Найдите все функции f , удовлетворяющие уравнению $f(x) + (x-2)f(1) + 3f(0) = x^3 + 2$, $x \in \mathbf{R}$.

3. Функция $f(x)$ определена для всех $x \neq 0$ и удовлетворяет уравнению $f(2x) + 3f\left(\frac{1}{2x}\right) = x^2$. Найдите $f(x)$.