

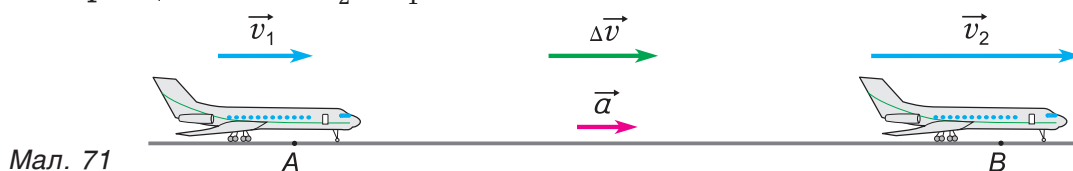


§ 10.

Паскарэнне

Усім вядома, што плаўнае тармажэнне аўтамабіля практычна неадчувальнае, а рэзкае — вельмі небяспечнае. Значыць, істотна не толькі змяненне скорасці, але і тое, *наколькі хутка* яно адбываецца. Якая фізічная велічыня характарызуе хуткасць змянення скорасці?

Разгледзім рух самалёта пры разбегу перад узлётам (мал. 71). Няхай на ўчастку AB за прамежак часу Δt скорасць самалёта раўнамерна павялічылася ад $\vec{v}_1$ да $\vec{v}_2$ (дзе $v_1 = 8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_2 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$). Адбылося змяненне скорасці на $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$.



Мал. 71

А *наколькі хутка* змянялася скорасць самалёта? Скорасць змянялася тым хутчэй, чым меншы быў затрачаны на разбег прамежак часу Δt . Таму хуткасць змянення скорасці вызначаюць як адносіну $\Delta \vec{v}$ да Δt :

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

Велічыню, роўную адносіне змянення скорасці $\Delta \vec{v}$ да прамежку часу Δt , называюць паскарэннем (абазначаюць сімвалам $\vec{a}$ — ад лацінскага *acceleratio*).

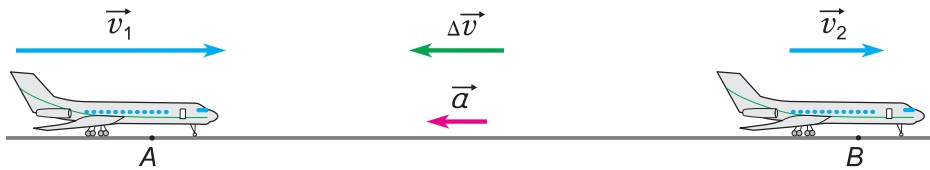
Адзінка паскарэння ў СІ — $1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Пры паскарэнні $1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ скорасць цела, якое рухаецца прамалінейна, змяняецца на $1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ за кожную секунду.

Паскарэнне — вектарная велічыня, якая мае модуль і напрамак.

Напрыклад, калі пры разбегу скорасць самалёта (мал. 71) павялічылася ад $8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ да $20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ за прамежак часу $\Delta t = 3 \text{ с}$, то модуль паскарэння самалёта $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{3 \text{ с}} = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

А як накіравана паскарэнне? З формулы $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ вынікае: *паскарэнне заўсёды накіравана па вектары змянення скорасці $\Delta \vec{v}$* .

А вось у адносінах да скорасці паскарэнне накіравана па-рознаму. Пры разбегу самалёта (мал. 71) паскарэнне накіравана па скорасці яго руху, а пры тармажэнні (мал. 72) — супраць скорасці. Пераканайцеся ў гэтым, параўнаўшы напрамкі вектараў $\vec{a}$ і $\vec{v}$ для абодвух выпадкаў.



Мал. 72



Мал. 73

Такім чынам, пры прамалінейным руху паскарэнне накіравана па скорасці, калі скорасць павялічваецца, і супраць скорасці, калі скорасць памяншаецца.

Толькі пры раўнамерным прамалінейным руху паскарэнне ў любы момант часу роўна нулю. Пытанне аб паскарэнні пры *крывалінейным руху* мы разгледзім у § 14.

Паскарэнне — адна з самых практычна важных велічынь у механіцы. Кантраляваць паскарэнне неабходна пры кіраванні аўтамабілем, самалётам, касмічным караблём і г. д. Для вымярэння паскарэння выкарыстоўваюцца акселерометры (мал. 73) (лац. *accelero* — паскараю і грэч. *metreo* — вымяраю).

▼ Для дапытлівых

Формула $\bar{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ вызначае *сярэдняе* паскарэнне за прамежак часу Δt . Але яе можна выкарыстоўваць і для вызначэння *імгненнага* паскарэння $\vec{a}$. Трэба толькі (як і пры пераходзе ад сярэдняй скорасці да імгненнай, гл. § 8, с. 34) вылічваць паскарэнне за як мага меншы прамежак часу: $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (\Delta t \rightarrow 0)$.

▣ Галоўныя вывады

1. Паскарэнне характарызуе хуткасць змянення скорасці.
2. Паскарэнне накіравана па вектары змянення скорасці.
3. Калі паскарэнне накіравана па скорасці, то скорасць руху павялічваецца, калі супраць скорасці — то яна памяншаецца.

? Кантрольныя пытанні

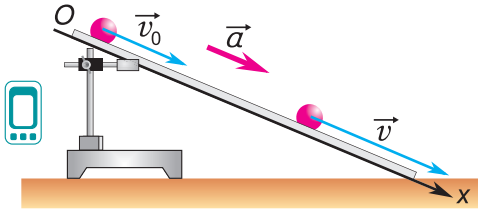
1. Што такое паскарэнне? У якіх адзінках яно вымяраецца?
2. Як накіравана паскарэнне $\vec{a}$ адносна скорасці $\vec{v}$ пры прамалінейным руху? Адносна яе змянення $\Delta \vec{v}$?
3. Ці можа паскарэнне быць не роўным нулю ў той момант, калі скорасць роўна нулю? Адказ абгрунтуйце.



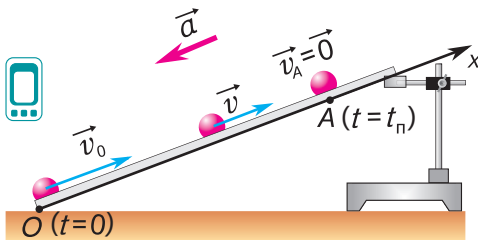


§ 11.

Скорасць пры роўнапераменным руху



Мал. 74



Мал. 75

Самы прасты з усіх нераўнамерных рухаў — прамалінейны рух з пастаянным паскарэннем, які называецца **роўнапераменным**. Як змяняецца скорасць цела пры роўнапераменным руху?

Разгледзім рух сталёнага шарыка па нахіленым жолабе (мал. 74, 75). Дослед паказвае, што паскарэнне шарыка практычна пастаяннае:

$$\vec{a} = \overline{\text{const}}, \quad (1)$$

а, значыць, рух шарыка можна лічыць роўнапераменным.

1. Няхай у пачатковы момант t_0 шарык знаходзіцца ў пункце O і мае пачатковую скорасць $\vec{v}_0$, накіраваную ўздоўж жолаба ўніз (мал. 74).

Знойдзем залежнасць скорасці руху шарыка $\vec{v}$ ад часу t . З азначэння паскарэння $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ вынікае: $\Delta \vec{v} = \vec{a} \Delta t$, або $\vec{v} - \vec{v}_0 = \vec{a}(t - t_0)$.

Адсюль, прыняўшы $t_0 = 0$, атрымаем:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t. \quad (2)$$

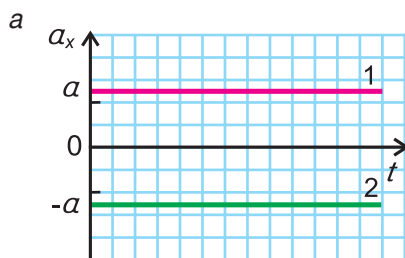
Такая залежнасць у матэматыцы называецца **лінейнай**. Значыць, пры руху з пастаянным паскарэннем скорасць цела лінейна залежыць ад часу. З роўнасцей (1) і (2) вынікаюць формулы для праекцый:

$$a_x = \text{const}. \quad (3)$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t. \quad (4)$$

Улічым, што вось Ox накіравана ўздоўж жолаба ўніз. Тады $a_x = a > 0$, $v_{0x} = v_0 > 0$. Па формулах (3) і (4) пабудуем графікі праекцый паскарэння a_x і скорасці v_x (мал. 76, а, б, графікі 1 і 1'). Рух шарыка — **роўнапаскораны**.

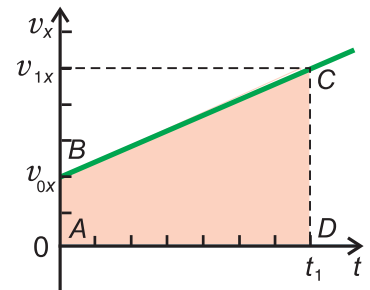
2. Нададзім цяпер пачатковую скорасць $\vec{v}_0$ шарыку, які знаходзіцца ў ніжнім пункце жолаба (мал. 75).



Мал. 76

Графік 2' показує: пакуль шарык рухаўся ўверх, праекцыя скорасці v_x была дадатнай. Яна памяншалася і ў пункце павароту A ($t = t_n$) стала роўнай нулю. Затым напрамак скорасці шарыка змяніўся на процілеглы і пры $t > t_n$ праекцыя скорасці v_x стала адмоўнай.

У § 7 мы даказалі, што пры раўнамерным руху плошча фігуры паміж графікам v_x і воссю часу (мал. 52, с. 29) лікава роўна праекцыі перамяшчэння Δr_x . Гэта правіла прымяняльнае і для роўнапераменнага руху. Тады згодна з малюнкам 77 праекцыя перамяшчэння Δr_x вызначаецца плошчай трапецыі $ABCD$. Гэта плошча роўна паўсуме асноў трапецыі, памножанай на яе вышыню t_1 :


$$\Delta r_x = \frac{v_{0x} + v_{1x}}{2} t_1. \quad (5)$$
$$\langle v_x \rangle = \frac{v_{0x} + v_{1x}}{2}. \quad (6)$$
$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\vec{v}_0 + \vec{v}_1}{2}. \quad (7)$$

Галоўныя вывады

1. Пры руху з пастаянным паскарэннем скорасць лінейна залежыць ад часу.
2. Сярэдняя скорасць роўна пераменнага руху роўна паўсуме пачатковай і канечнай скарасцей.
3. Плошча пад графікам праекцыі скорасці роўна пераменнага руху лікава роўна праекцыі перамяшчэння.

? Кантрольныя пытанні

1. Як залежыць скорасць ад часу пры руху з пастаянным паскарэннем?
2. Што ўяўляе сабой графік праекцыі скорасці пры роўнапераменным руху?
3. Ці можа пры роўнапераменным руху паўтарыцца значэнне модуля скорасці цэла? Прыкладзіце прыклады.
4. Як, ведаючы праекцыі v_x і a_x , вызначыць, паскорана ці запаволена рухаецца цэла?
5. У якіх выпадках праекцыі вектараў v_x , v_{0x} і a_x роўны модулям вектараў v , v_0 і a ?
6. Што адбываецца са скорасцю і з паскарэннем у пункце павароту (мал. 76, б)?

→ Дамашняе заданне

Дакажыце, што плошча фігуры, абмежаванай графікам праекцыі паскарэння a_x і воссю часу t (гл. мал. 76, а), узятая са знакам «+» пры $a_x > 0$ і са знакам «-» пры $a_x < 0$, лікава роўна змяненню праекцыі скорасці Δv_x за час ад 0 да t .



Прыклад рашэння задачы

На ўчастку шляху $s = 50$ м вадзіцель раўнамерна знізіў скорасць руху аўтамабіля ад $v_1 = 72 \frac{\text{км}}{\text{г}}$ да $v_2 = 18 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Вызначыце характар руху аўтамабіля. Знайдзіце напрамак і модуль паскарэння яго руху.

Дадзена:

$$v_1 = 72 \frac{\text{км}}{\text{г}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2 = 18 \frac{\text{км}}{\text{г}} = 5,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$s = 50 \text{ м}$$

$$a = ?$$

Рашэнне

Аўтамабіль рухаўся роўназапаволена. Паскарэнне аўтамабіля было накіравана супраць яго скорасці. Модуль паскарэння:

$$a = \frac{v_1 - v_2}{t}.$$

Пры роўнапераменным руху без змянення напрамку шлях $s = \frac{v_1 + v_2}{2} t$. Час $t = \frac{2s}{v_1 + v_2}$, паскарэнне $a = \frac{v_1 - v_2}{t} =$

$$= \frac{(v_1 - v_2)(v_1 + v_2)}{2s} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2s} = \frac{400 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - 25 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{2 \cdot 50 \text{ м}} \approx 3,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

$$\text{Адказ: } a = 3,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Практыкаванне 7

1. На колькі павялічыцца скорасць санак, на якіх дзеці з'язджаюць з горкі, за час $t = 10$ с, калі паскарэнне санак пастаяннае, а яго модуль $a = 0,80 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$?

2. Пры набліжэнні да станцыі скорасць роўназапаволенага руху лакаматыва змянілася ад $v_1 = 72 \frac{\text{км}}{\text{г}}$ да нуля за час $t = 1,5$ мін. Вызначыце паскарэнне лакаматыва. Куды яно накіравана? Пабудуйце графікі праекцый скорасці і паскарэння лакаматыва.

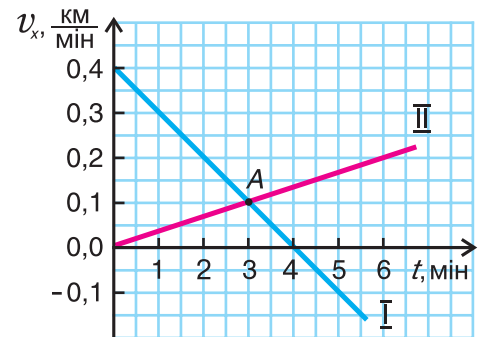
3. Маторная лодка рухалася з пастаянным паскарэннем, праекцыя якога $a_x = -0,30 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Праекцыя скорасці лодкі змянілася ад $v_{1x} = 4,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ да $v_{2x} = 1,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. За які час адбылося гэта змяненне?

4. Аўтамабіль, які меў пачатковую скорасць $\vec{v}_0$, пачаў тармажэнне. Пабудуйце графікі залежнасці ад часу праекцыі скорасці $v_x(t)$ і праекцыі паскарэння $a_x(t)$ аўтамабіля на вось Ox , накіраваную па пачатковай скорасці $\vec{v}_0$. Вядома, што $v_0 = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $a = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

5. Шарыку надалі пачатковую скорасць, накіраваную ўздоўж нахіленага жолаба ўверх (гл. мал. 75, с. 44). Праекцыя v_x скорасці шарыка змяняецца з цягам часу па законе: $v_x = A - Bt$, дзе $A = 90 \frac{\text{см}}{\text{с}}$, $B = 75 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Вызначыце паскарэнне і пачатковую скорасць руху шарыка. Якой будзе праекцыя скорасці праз час $t_1 = 0,6$ с ад пачатку руху? Праз які час шарык дасягне найвышэйшага пункта свайго пад'ёму? Пабудуйце графікі праекцый скорасці і паскарэння руху шарыка на вось Ox .



6. Па графіках праекцый скорасці руху матацыкліста I і бегуна II (мал. 78) вызначыце: а) праекцыі іх паскарэння; б) праекцыі скорасці ў момант часу $t = 3,0$ мін; в) час руху матацыкліста да прыпынку і модуль яго перамяшчэння за гэты час. Знайдзіце залежнасці праекцый скорасці v_x ад часу для кожнага з удзельнікаў руху. Што азначае пункт А перасячэння графікаў I і II?



Мал. 78