



§ 21.

Рух цела пад дзеяннем сілы цяжару

Законы падзення цел цікавілі людзей са старажытных часоў. Лічылася відавочным, што цяжкія целы падаюць хутчэй, чым лёгкія. А што паказвае дослед?

Змесцім на дно шкляной трубкі шрацінку, кавалачак корку і птушынае пяро. Перавернем трубку. Хутчэй за ўсё падае шрацінка, павольней за ўсё — пяро (мал. 150, а). Ці азначае гэта, што цяжкія целы падаюць хутчэй, чым лёгкія? Не спяшайцеся з адказам. Аднапмуем з трубкі паветра (мал. 150, б) і перавернем яе зноў (мал. 150, в). Цяпер шрацінка, корак і пяро дасягаюць дна адначасова!

Целы падаюць па-рознаму не з-за адрознення мас, а з-за адрознення сіл супраціўлення паветра, якія дзейнічаюць на іх. Такі вывад зрабіў Галілей яшчэ ў XVI ст.

Рух цела, на якое дзейнічае толькі сіла цяжару, называецца свабодным падзеннем.

Чаму шрацінка, корак, пяро, што свабодна падалі, рухаліся аднолькава?

Знойдзем паскарэнне свабоднага падзення $\vec{a}_{\text{св}}$ цела масай m . На яго дзейнічае толькі сіла цяжару $\vec{F}_{\text{ц}}$, модуль якой роўны mg . Па другім законе Ньютана $\vec{a}_{\text{св}} = \frac{\vec{F}_{\text{ц}}}{m}$. Значыць, паскарэнне ўсіх цел, што свабодна падаюць, накіравана па вертыкалі ўніз, а яго модуль

$$a_{\text{св}} = \frac{mg}{m} = g. \quad (1)$$

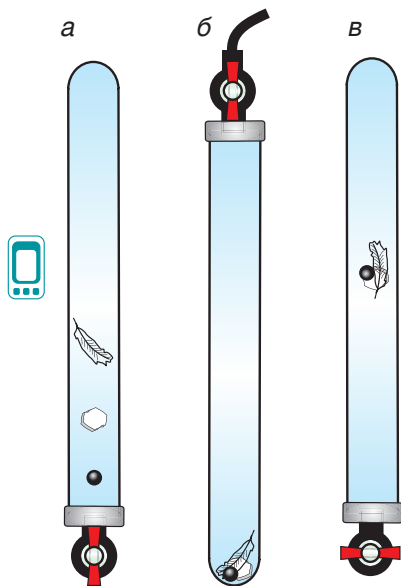
Паскарэнне свабоднага падзення для ўсіх цел (у адным і тым жа месцы) аднолькавае.

У чым прычына такой дзіўнай заканамернасці? У тым, што маса з'яўляецца адначасова:

- мерай *гравітацыйных* уласцівасцей цел (сіла цяжару прама прапарцыянальна масе);
- мерай інертнасці цел (паскарэнне адваротна прапарцыянальна масе) (гл. § 16).

Менавіта таму ў формуле (1) маса m трапляе і ў лічнік, і ў назоўнік і скарачаецца.

У 7-м класе каэфіцыент g мы выражалі ў $\frac{\text{Н}}{\text{кг}}$, а згодна з формулай (1) g вымяраецца ў $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. У гэтым няма супярэчнасці. Дакажыце самастойна, што $\frac{\text{Н}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.



Мал. 150

Для дапытлівых

На шыраце Мінска $g = 9,813 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, на экватары — $g = 9,780 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, на полюсах — $g = 9,832 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Прычынай залежнасці паскарэння свабоднага падзення ад геаграфічнай шыраты з’яўляецца вярчэнне Зямлі вакол сваёй восі, а таксама «сплясканасць» Зямлі каля полюсаў. Пры аддаленні ад паверхні Зямлі паскарэнне свабоднага падзення паступова памяншаецца.

Характарыстыкі руху цел, якія свабодна падаюць (траекторыя, час палёту і г. д.), залежаць ад становішча пункта кідання і ад пачатковай скорасці.

Разгледзім розныя рухі металічнага шарыка: а) вертыкальна ўніз (мал. 151); б) гарызантальна (мал. 152).

1. Шарык падае з вышыні h без пачатковай скорасці ($\vec{v}_0 = \vec{0}$).

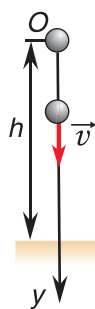
Рух шарыка будзе прамалінейным, роўнапаскораным (мал. 151).

Праекцыя скорасці v_y на вось Oy і каардыната роўныя:

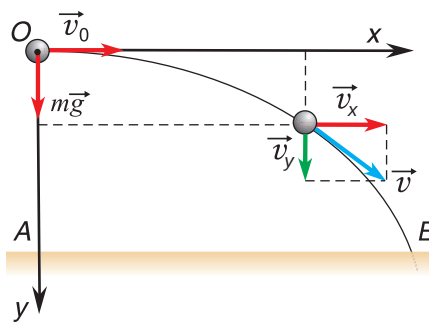
$$v_y = gt; \quad y = \frac{gt^2}{2}. \quad (2)$$

З формул (2) можна вызначыць любую характарыстыку руху шарыка. Напрыклад, прыраўнаваўшы $y = h$, знойдзем час падзення $t_{\text{падз}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Затым, падставіўшы $t_{\text{падз}}$ у формулу для v_y , вызначым скорасць шарыка ў канцы падзення $v_{\text{падз}} = \sqrt{2gh}$.

2. Шарык кінуты гарызантальна. На малюнку 152 бачна, што шарык, кінуты гарызантальна, рухаецца па крывалінейнай траекто-



Мал. 151



Мал. 152

рыі OB . Пры гэтым ён удзельнічае адначасова ў двух рухах: перамяшчаецца ўправа па гарызанталі і зніжаецца па вертыкалі.

Для апісання руху шарыка ўвядзём дзве каардынатыныя восі (Ox і Oy). У час палёту на шарык дзейнічае адна пастаянная сіла $m\vec{g}$, накіраваная па восі Oy . Такім чынам, праекцыі паскарэння шарыка:

$$a_x = 0; \quad a_y = g.$$

У выніку:

- праекцыя скорасці шарыка v_x і яго каардыната x змяняюцца па законах раўнамернага руху з пачатковай скорасцю v_0 :

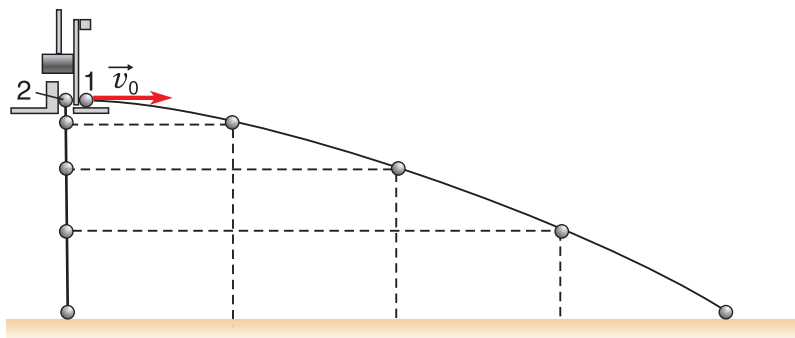
$$v_x = v_0; \quad x = v_0 t; \quad (3)$$

- праекцыя скорасці v_y і каардыната y змяняюцца па законах роўнапаскоранага руху без пачатковай скорасці. Для іх выконваюцца тыя ж формулы (2), што і для шарыка ў папярэднім прыкладзе.

Адсюль вынікае, што час палёту шарыка ў выпадках, паказаных на малюнках 151 і 152, аднолькавы! Ён роўны $t_{\text{падз}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ і не залежыць ад пачатковай скорасці.

Пацвердзім гэта доследам з дапамогай устаноўкі, паказанай на малюнку 153. У выніку ўдару малатком па пласціне шарык 1 набывае гарызантальную пачатковую скорасць $\vec{v}_0$. У той жа момант шарык 2 пачынае падзенне па вертыкалі без пачатковай скорасці. Шарыкі дасягаюць гарызантальнай паверхні адначасова.

Дадатковую інфармацыю даюць фатаграфіі шарыкаў, зробленыя праз роўныя прамежкі часу (мал. 153). Яны пацвярджаюць, што рух абодвух шарыкаў па вертыкалі быў роўнапаскораным (і аднолькавым), а рух шарыка 1 па гарызанталі — раўнамерным.



Мал. 153

Знойдзем гарызантальную далёкасць палёту шарыка — адлегласць l ад пункта A да месца падзення шарыка — пункта B (гл. мал. 152). На малюнку бачна, што адлегласць l роўна значэнню каардынаты x у момант падзення:

$$l = v_0 t_{\text{падз}} = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

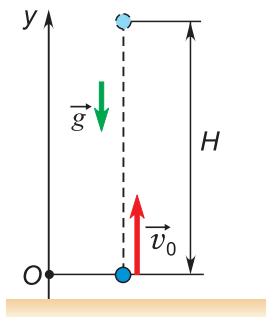
Скорасць руху шарыка ў кожным пункце накіравана па датычнай да траекторыі. З дапамогай формул (2) і (3) знаходзім залежнасць модуля скорасці ад часу: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$. У канцы палёту $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$. Дакажыце гэта самастойна.

Вызначым цяпер форму траекторыі. Выразім час t з формулы (3) $t = \frac{x}{v_0}$ і падставім яго ў выраз для y з формулы (2) ($y = \frac{gt^2}{2}$). Знаходзім: $y = \frac{gx^2}{2v_0^2}$ (ураўненне парабалы). Такім чынам, траекторыя руху цела, кінутага гарызантальна, ёсць ўчастак парабалы з вяршыняй у пункце кідання.

3. Шарык кінуты вертыкальна ўверх. Шарык пры пад'ёме рухаецца прамалінейна і роўназапаволена (мал. 154). Праекцыя скорасці руху v_y і каардыната y шарыка вызначаюцца па формулах

$$v_y = v_0 - gt; \quad y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}. \quad (4)$$

Прыраўнаваўшы $v_y = 0$, знойдзем час пад'ёму: $t_{\text{п}} = \frac{v_0}{g}$. Прыраўнаваўшы $y = 0$, атрымаем поўны час палёту: $t_{\text{пал}} = \frac{2v_0}{g}$. Падставіўшы $t_{\text{п}}$ у формулу для каардынаты y з (4), вызначым максімальную вышыню пад'ёму: $H = \frac{v_0^2}{2g}$.



Мал. 154

Галоўныя вывады

1. Свабодным падзеннем называюць рух цела, на якое дзейнічае толькі сіла цяжару.
2. Паскарэнні ўсіх цел, якія свабодна падаюць, у адным і тым жа месцы аднолькавыя. Паблізу ад паверхні Зямлі модуль паскарэння свабоднага падзення пастаянны і роўны $g \approx 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.
3. Цела, якое свабодна падае, удзельнічае адначасова ў двух рухах: у роўнапераменным па вертыкалі і ў раўнамерным — па гарызанталі.
4. Траекторыя руху цела, кінутага гарызантальна, з'яўляецца ўчасткам парабалы (калі супраціўленне паветра можна не ўлічваць).

Кантрольныя пытанні

1. Пры якіх умовах падзенне цел у паветры можна лічыць свабодным?
2. Чаму пры звычайным ціску паветра ў трубецы пры падзенні павольней, чым шрацінка (гл. мал. 150, а)? Рух якога з цел бліжэйшы да свабоднага падзення?
3. Чаму паскарэнне свабоднага падзення не залежыць ад масы цела, якое рухаецца?
4. Што агульнага ў руху цел, кінутых вертыкальна і гарызантальна?
5. Што такое гарызантальная далёкасць палёту? Як яе знайсці?



Прыклады рашэння задач

1. З балкона дзясятага паверха дзяўчынка кінула свайму брату звязку ключоў, надаўшы ёй пачатковую скорасць $\vec{v}_0$, накіраваную вертыкальна ўніз. Да моманту прызямлення скорасць звязкі стала роўнай $\vec{v}_1$. Вызначыце вышыню, з якой былі скінуты ключы, і час іх падзення, калі $v_0 = 5,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_1 = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Супраціўленне паветра не ўлічваць; $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дадзена:

$$v_0 = 5,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_1 = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$t_1 = ?$$

$$h = ?$$

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 155).

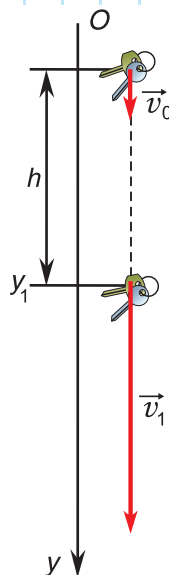
Скорасць $\vec{v}_1 = \vec{v}_0 + \vec{g}t_1$, дзе t_1 — час падзення. У праекцыі на вось Oy атрымаем: $v_1 = v_0 + gt_1$. Тады час падзення:

$$t_1 = \frac{v_1 - v_0}{g} = \frac{25 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 5,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 2,0 \text{ с.}$$

Вышыня, з якой скінуты ключы, роўна значэнню каардынаты y_1 у момант іх прызямлення:

$$h = y_1 = v_0 t_1 + \frac{gt_1^2}{2} = 5,0 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 2,0 \text{ с} + 5,0 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 4,0 \text{ с}^2 = 30 \text{ м.}$$

Адказ: $t_1 = 2,0 \text{ с}$; $h = 30 \text{ м}$.



Мал. 155

2. Хлопчык, стоячы на беразе, кідае ў возера каменьчык. Пункт кідання знаходзіцца на вышыні $h = 1,8 \text{ м}$ над паверхняй вады. Пачатковая скорасць каменьчыка $\vec{v}_0$ накіравана гарызантальна. Каменьчык падае ў ваду на адлегласці $l = 4,8 \text{ м}$ ад берага. Вызначыце час палёту каменьчыка, модуль яго пачатковай скорасці і модуль скорасці, з якой ён увайшоў у ваду. Супраціўленне паветра не ўлічваць; $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дадзена:

$h = 1,8 \text{ м}$

$l = 4,8 \text{ м}$

$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

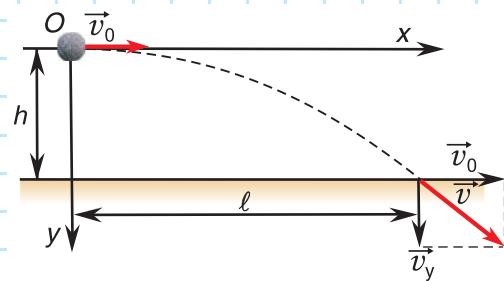
$v_0 = ?$

$v = ?$

$t = ?$

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 156).

Каменьчык удзельнічае адначасова ў двух рухах: раўнамерным са скорасцю $\vec{v}_0$ па гарызанталі і роўнапа-

Мал. 156

скораным без пачатковай скорасці па вертыкалі. У канцы палёту праекцыі скорасці на восі Ox і Oy і каардынаты каменьчыка:

$$v_x = v_0; \quad x = l = v_0 t; \quad v_y = gt; \quad y = h = \frac{gt^2}{2}.$$

Адсюль

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,8 \text{ м}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} = 0,6 \text{ с}; \quad v_0 = \frac{l}{t} = \frac{4,8 \text{ м}}{0,6 \text{ с}} = 8,0 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} = \sqrt{64 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} + 36 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\text{Адказ: } t = 0,6 \text{ с}; \quad v_0 = 8,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad v = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Практыкаванне 17

У задачах дадзенага практыкавання не ўлічваць супраціўленне паветра і прыняць $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

1. З якой скорасцю трэба кінуць мяч вертыкальна ўверх, каб ён вярнуўся назад праз час $t = 2,0 \text{ с}$? Якой вышыні ён дасягне?

2. Мяч кінуты вертыкальна ўверх з вышыні $h = 18,2 \text{ м}$ са скорасцю, модуль якой $v_0 = 6,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Праз які час ён апынецца на ўзроўні пункта кідання? Колькі часу пасля гэтага ён яшчэ будзе падаць? З якой скорасцю прыземліцца?

3. Шарык коціцца ў напрамку да краю пісьмовага стала са скорасцю, модуль якой $v = 20 \frac{\text{см}}{\text{с}}$. Вышыня стала $h = 125 \text{ см}$. На якой адлегласці ад стала ўпадзе шарык?

4. Садоўнік палівае дрэвы з дапамогай шланга, з якога б'е гарызантальны струмень на вышыні $h = 1,25 \text{ м}$ ад паверхні паліву. З якой скорасцю павінны выцякаць струмень, каб садоўнік мог паліць дрэва, аддаленае ад шланга на адлегласць $l = 3,00 \text{ м}$?