



§ 23.

Закон сусветнага прыцягнення

У 7-м класе вы даведаліся аб сусветным прыцягненні. Сіламі прыцягнення (гравітацыйнымі сіламі) прыцягваюцца адно да аднаго ўсе фізічныя целы: атамы, малекулы, целы звычайных памераў, планеты, зоркі. Чаму мы не заўважаем узаемнага прыцяжэння прадметаў вакол нас? З якой сілай Сонца прыцягвае Зямлю?

Адказы на такія пытанні дае закон сусветнага прыцягнення, сфармуляваны І. Ньютанам у 1667 г.

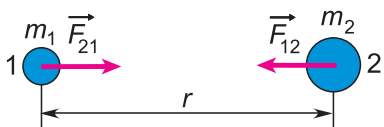
Усе целы прыцягваюць адно другое сіламі, прама прапарцыянальнымі здабытку мас гэтых цел і адваротна прапарцыянальнымі квадрату адлегласці паміж імі:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (1)$$

дзе m_1 і m_2 — масы цел, r — адлегласць паміж цэламі, G — гравітацыйная пастаянная.

Формула (1) дае дакладнае значэнне F для матэрыяльных пунктаў і аднародных цел, якія маюць форму шара (тады r — адлегласць паміж іх цэнтрамі). Сілу прыцягнення для цел адвольнай формы вылічваюць, умоўна падзяляючы кожнае цела на малыя часткі і падсумоўваючы сілы прыцяжэння частак аднаго цела да частак другога.

Сілы прыцягнення $\vec{F}_{12}$ і $\vec{F}_{21}$ (мал. 160) накіраваны па лініі, якая злучае целы, у процілеглыя бакі. Модулі сіл роўныя: $F_{12} = F_{21} = F$.

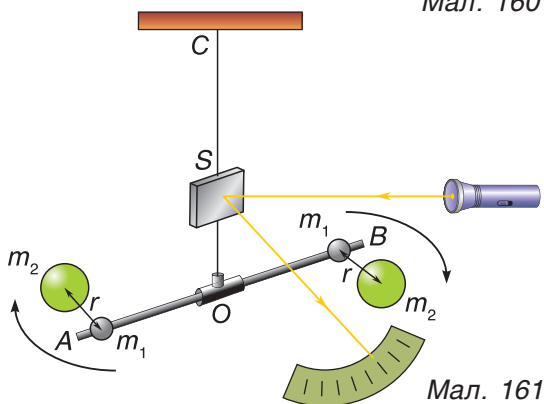


Мал. 160

Згодна з формулай (1) гравітацыйная пастаянная G лікава роўна сіле прыцяжэння двух матэрыяльных пунктаў масамі па 1 кг, якія знаходзяцца на адлегласці 1 м адзін ад аднаго.

Значэнне гравітацыйнай пастаяннай можна вызначыць эксперыментальна. Упершыню такі дослед быў праведзены Генры Кавендзішам у 1798 г.

Схема ўстаноўкі паказана на малюнку 161. На стрыжні AB замацаваны два аднолькавыя свінцовыя шарыкі масай $m_1 = 775$ г. Стрыжань падвешаны на тонкай пругкай металічнай нітцы OC



Мал. 161

з лёгкім люстэркам S . Такое ўстройства называецца *круцільнымі вагамі*.

Прыцяжэнне шарыкаў да цяжкіх нерухомах свінцовых шароў масамі $m_2 = 49,5$ кг выклікае паварот стрыжня AB і закручванне ніткі OC . Вугал закручвання надзвычай малы. Яго вызначалі з дапамогай праменя святла, адбітага ад люстэрка S , і шкалы. Па вугле закручвання ніткі знаходзілі сілу прыцяжэння.

Ведаючы масы m_1 і m_2 , адлегласць r (гл. мал. 161) і модуль сілы прыцяжэння F , па формуле (1) можна знайсці гравітацыйную пас-

таянную $G = \frac{F \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2}$. Сучасныя эксперыменты даюць значэнне

$$G = 6,6741 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \approx 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}.$$

Значэнне гравітацыйнай пастаяннай вельмі малое. У сувязі з гэтым малая і сіла прыцяжэння аднаго цела да другога ў навакольным асяроддзі. Сілы ж прыцяжэння гэтых цел да Зямлі не малыя, паколькі маса Зямлі велізарная (каля $6 \cdot 10^{24}$ кг).

Закон сусветнага прыцягнення тлумачыць вельмі многае ў навакольным свеце. З дапамогай дадзенага закону можна знайсці паскарэнне свабоднага падзення цел на розных планетах, вызначыць масу Сонца, Зямлі і іншых планет, вылічыць скорасць руху арбітальнай станцыі і г. д.

Паскарэнне свабоднага падзення на планетах. Мы ведаем, што на паверхні Зямлі $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Чаму яно роўна на іншых планетах?

Разгледзім цела масай m , якое знаходзіцца на адлегласці r ад цэнтра планеты масай M і радыусам R (мал. 162). Сіла прыцяжэння $\vec{F}$ цела да планеты надае яму паскарэнне $\vec{g}_r = \frac{\vec{F}}{m}$. З закону сусветнага прыцягнення $F = G \frac{Mm}{r^2}$. Тады $g_r = G \frac{M}{r^2}$.

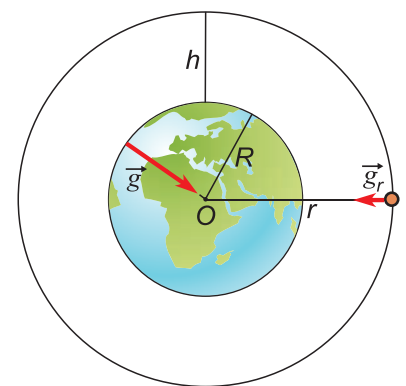
Паколькі $r = R + h$, дзе h — адлегласць да паверхні планеты, то:

$$g_r = G \frac{M}{(R + h)^2}. \quad (2)$$

З ростам вышыні h паскарэнне свабоднага падзення спадае. На паверхні планеты, г. зн. пры $h = 0$, згодна з формулай (2)

$$g = G \frac{M}{R^2}. \quad (3)$$

Паскарэнне свабоднага падзення на паверхні планеты прама прапарцыянальна масе планеты і адваротна прапарцыянальна квадрату яе радыуса.



Мал. 162

▼ Для дапытлівых

Разгледзьце табліцу 3 і параўнайце паскарэнне свабоднага падзення на Юпітэры і на Месяцы з паскарэннем свабоднага падзення g на Зямлі.

Табліца 3. Масы, радыусы і паскарэнні свабоднага падзення для некаторых планет і іх спадарожнікаў

Планеты Пара- метры для параў- нання	Меркурый	Венера	Зямля	Месяц	Юпітэр
Маса M , кг	$3,33 \cdot 10^{23}$	$4,87 \cdot 10^{24}$	$5,97 \cdot 10^{24}$	$7,35 \cdot 10^{22}$	$1,90 \cdot 10^{27}$
Радыус R , км	2440	6050	6370	1740	69 900
g , $\frac{M}{c^2}$	3,7	8,9	9,8	1,6	24

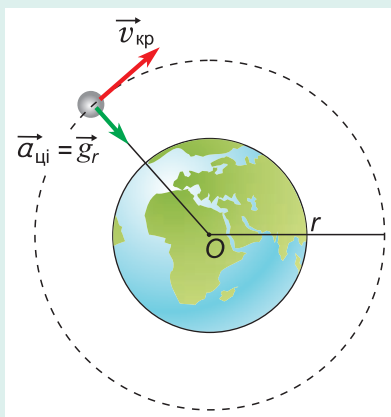
«Узважванне» Зямлі. Выразім з формулы (3) масу планеты:

$$M = \frac{gR^2}{G}. \quad (4)$$

З формулы (4) вынікае: ведаючы паскарэнне свабоднага падзення на паверхні планеты, яе радыус і гравітацыйную пастаянную, можна вызначыць масу планеты. Напрыклад, маса Зямлі

$$M_3 = \frac{gR_3^2}{G} = \frac{9,8 \frac{M}{c^2} \cdot (6,37 \cdot 10^6)^2 \text{ м}^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}} = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ кг}.$$

Скорасць руху спадарожніка Зямлі па кругавой арбіце. За межамі атмасферы сілы супраціўлення руху спадарожніка адсутнічаюць. На яго дзейнічае толькі сіла прыцяжэння да Зямлі. Таму спадарожнік рухаецца з паскарэннем $\vec{g}_r$. Яно накіравана да цэнтра арбіты і з'яўляецца цэнтраімклівым паскарэннем: $\vec{g}_r = \vec{a}_{\text{цi}}$ (мал. 163).



Мал. 163

Як мы ведаем з кінематыкі, $a_{\text{цi}} = \frac{v_{\text{кр}}^2}{r}$, дзе $v_{\text{кр}}$ — модуль скорасці руху спадарожніка па кругавой арбіце. Значыць, $g_r = \frac{v_{\text{кр}}^2}{r}$, адкуль

$$v_{\text{кр}} = \sqrt{g_r r}. \quad (5)$$

Скорасць руху цела па кругавой арбіце, блізкай да паверхні планеты ($r \approx R$), называецца **першай касмічнай скорасцю**. З формулы (5) значэнне першай касмічнай скорасці для Зямлі:

$$v_1 = \sqrt{gR_3} = \sqrt{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}} = 7,9 \frac{\text{км}}{\text{с}} \approx 8 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Другой касмічнай скорасцю v_2 называюць найменшую пачатковую скорасць, набыўшы якую цела зможа пакінуць планету. Можна даказаць, што $v_2 = \sqrt{2}v_1$. Для Зямлі $v_2 \approx 11 \frac{\text{км}}{\text{с}}$.

Скорасць руху па кругавой арбіце радыусам r можна выразіць праз масу планеты і радыус арбіты. Падставіўшы g_r з формулы (2) у формулу (5), атрымаем:

$$v_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{GM}{r}}. \quad (6)$$

Бачна, што скорасць $v_{\text{кр}}$ памяншаецца пры павелічэнні радыуса арбіты.

З формулы (6) можна знайсці масу M . Значыць, спадарожнікі планеты могуць «расказаць» аб масе планеты, а планеты — аб масе Сонца!

■ Галоўныя вывады

1. Усе целы прыцягваюць адно другое сіламі, прама прапарцыянальнымі здабытку мас гэтых цел і адваротна прапарцыянальнымі квадрату адлегласці паміж імі.
2. Гравітацыйная пастаянная паказвае, з якой сілай прыцягваюцца матэрыяльныя пункты масамі па 1 кг на адлегласці 1 м адзін ад аднаго.
3. Паскарэнне свабоднага падзення на паверхні планеты прама прапарцыянальна яе масе і адваротна прапарцыянальна квадрату радыуса планеты.

? Кантрольныя пытанні

1. Чаму мы не заўважаем узаемнага прыцяжэння прадметаў вакол нас?
2. Як змяняецца сіла прыцягнення пры павелічэнні адлегласці паміж цэламі?
3. Які фізічны сэнс мае гравітацыйная пастаянная G ? Як знайсці яе на доследзе?

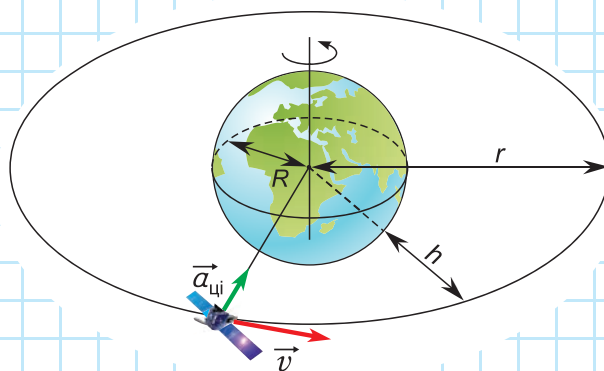


Прыклад рашэння задачы

Геастацыянарным называюць спадарожнік, які пастаянна знаходзіцца над пэўным пунктам паверхні Зямлі. Такія спадарожнікі шырока выкарыстоўваюцца як спадарожнікі сувязі. Вызначыце радыус арбіты геастацыянарнага спадарожніка і яго вышыню над паверхняй Зямлі.

Рашэнне

Арбіта геастацыянарнага спадарожніка — акружнасць, якая ляжыць у экватарыяльнай плоскасці Зямлі (мал. 164). Перыяд абарачэння такога спадарожніка супадае з перыядам вярчэння Зямлі вакол сваёй восі ($T = 24$ г).



Мал. 164

Хоць геастацыянарны спадарожнік нерухомы адносна Зямлі, ён рухаецца паскорана адносна інерцыяльнай сістэмы, звязанай з зоркамі. Яго цэнтраімклівае паскарэнне (мал. 164) $a_{цi} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ створана сілай прыцягнення Зямлі. Прыраўнаваўшы $a_{цi}$ да паскарэння свабоднага падзення $g_r = g \frac{R^2}{r^2}$, атрымаем:

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} = g \frac{R^2}{r^2}.$$

Адсюль радыус арбіты $r = \sqrt[3]{\frac{gR^2 T^2}{4\pi^2}}$. Падставіўшы $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, радыус Зямлі $R = 6,4 \cdot 10^6$ м, перыяд абарачэння $T = 24 \cdot 3600$ с = $8,64 \cdot 10^4$ с, знойдзем: $r = 4,2 \cdot 10^7$ м. Пры такім радыусе арбіты адлегласць да паверхні Зямлі складзе: $h = r - R = 3,6 \cdot 10^4$ км.

Адказ: $r = 4,2 \cdot 10^7$ м, $h = 3,6 \cdot 10^4$ км.

Практыкаванне 18

1. Як зменіцца сіла прыцягнення паміж двума матэрыяльнымі пунктамі, калі адлегласць паміж імі паменшыцца ў $k = 3$ разы?

2. Ці зменіцца сіла прыцягнення паміж двума цэламі, калі масу аднаго з іх павялічыць у два разы, а адлегласць паміж імі паменшыць у 2 разы?

3. У адным з доследаў па праверцы закону сусветнага прыцягнення модуль сілы прыцяжэння паміж свінцовым шарам масай $m_1 = 5,0$ кг і шарыкам масай $m_2 = 100$ г быў роўны $F = 6,8 \cdot 10^{-9}$ Н. Адлегласць паміж цэнтрамі шароў $r = 7,0$ см. На падставе гэтых даных вызначыце гравітацыйную пастаянную.

4. Вызначыце паскарэнне, выкліканае сілай прыцягнення, на вышыні $h = 2R_3$ ад паверхні Зямлі, калі на паверхні Зямлі яго модуль роўны $g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

5. На якой вышыні ад паверхні Зямлі сіла прыцягнення, якая дзейнічае на цела, паменшыцца ў $k = 3$ разы? Радыус Зямлі $R_3 = 6,4 \cdot 10^6$ м.



6. Вызначыце перыяд абарачэння Міжнароднай касмічнай станцыі (МКС), лічачы, што яна рухаецца па кругавой арбіце на вышыні $h = 430$ км ад паверхні Зямлі.



7. Вакол адной з планет Сонечнай сістэмы па кругавой арбіце радыусам $R = 9400$ км верціцца спадарожнік. Перыяд яго абарачэння $T = 7$ г 40 мін. Вызначыце масу планеты. Аб якой планеце ідзе размова?

8. Зямля рухаецца вакол Сонца па арбіце, блізкай да кругавой, радыусам $r = 1,5 \cdot 10^{11}$ м. Вызначыце масу Сонца.



9. Сіла гравітацыйнага прыцяжэння Месяца Зямлёй роўна палове сілы прыцяжэння Месяца Сонцам. Чаму Месяц не пакідае Зямлю?

10. У большасці пунктаў на Зямлі нітка адвесу адхіляецца ад дакладнага напрамку на цэнтр Зямлі. З чым гэта звязана?