



## § 33.

## Механическая работа. Мощность

В 7-м классе вы познакомились с физической величиной, называемой «механическая работа». Вы узнали, что, в случае когда направление силы  $F$  совпадает с направлением движения, работа, которую совершает эта сила, определяется по формуле:

$$A = Fs.$$

А если сила направлена под углом к перемещению? Как определить работу в этом случае?

Рассмотрим пример. Трактор передвигает бетонный блок, действуя на него силой  $\vec{F}$  (рис. 242). Сила составляет угол  $\alpha$  с перемещением блока  $\Delta\vec{r}$ . Разложим силу  $\vec{F}$  на две составляющие: перпендикулярную перемещению  $\vec{F}_\perp$  и параллельную ему  $\vec{F}_r$ .

В направлении силы  $\vec{F}_\perp$  блок не перемещается. Эта сила работы не совершает. Значит, работа силы  $\vec{F}$  равна работе ее составляющей  $\vec{F}_r$ , которая направлена по движению блока:

$$A = F_r \Delta r.$$

Так как  $F_r = F \cos \alpha$  (рис. 242), то

$$A = F \Delta r \cos \alpha. \quad (1)$$

**Механическая работа равна модулю силы, умноженному на модуль перемещения и на косинус угла между силой и перемещением.**

Работа — скалярная величина.

Единицей работы в СИ является *1 джоуль* (1 Дж). Он равен работе, совершаемой силой 1 ньютон при перемещении тела на 1 метр в направлении этой силы (1 Дж = 1 Н · м).

Работа силы может быть положительной, отрицательной или равной нулю. Это зависит от угла между силой и перемещением. Из формулы (1) следует:

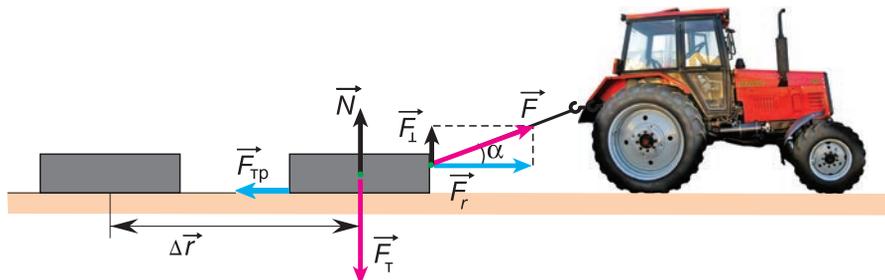


Рис. 242

- если угол  $\alpha$  острый, то  $\cos \alpha > 0$  и работа положительна;
- если прямой — равна нулю ( $\cos \alpha = 0$ );
- если тупой — отрицательна ( $\cos \alpha < 0$ ).

В нашем примере на бетонный блок, кроме силы натяжения троса  $\vec{F}$ , действуют: сила тяжести  $\vec{F}_T$ , сила реакции  $\vec{N}$  и сила трения  $\vec{F}_{тр}$  (рис. 242). Какой будет работа каждой из этих сил? Определите самостоятельно.

Построим график зависимости проекции силы  $F_r$  от модуля перемещения  $\Delta r$  при  $F_r = \text{const}$  (рис. 243). Площадь закрашенного прямоугольника численно равна работе, совершенной этой силой при перемещении  $\Delta r_1$ .

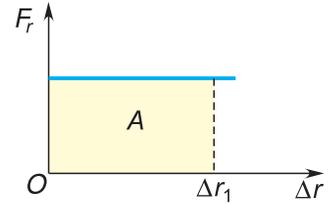


Рис. 243

А если сила — переменная величина? В этом случае работа силы также определяется площадью фигуры под графиком зависимости силы  $F_r$  от модуля перемещения  $\Delta r$  (рис. 244).

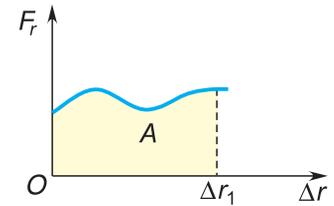


Рис. 244

Подсчитаем работу для двух практически важных случаев.

**1. Работа по подъему тела.** Тело массой  $m$  равномерно поднимают вверх. Для этого к нему прикладывают силу  $\vec{F} = m\vec{g}$  (рис. 245). Работа силы, необходимой для равномерного подъема груза по вертикали на высоту  $h$ , равна

$$A = mgh. \tag{2}$$

**2. Работа по деформированию пружины.** Растянем пружину жесткостью  $k$  внешней силой  $\vec{F}$  (рис. 246, а). При упругих деформациях модуль внешней силы прямо пропорционален растяжению пружины  $x$ , т. е.  $F = kx$ . Работа силы  $\vec{F}$  численно равна площади треугольника  $OAB$  на графике зависимости  $F$  от  $x$  (рис. 246, б):

$$A = \frac{kx^2}{2}. \tag{3}$$

Равенство (3) выполняется и для работы по сжатию пружины.

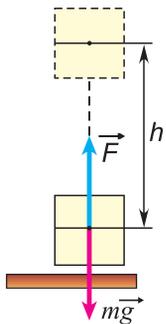


Рис. 245

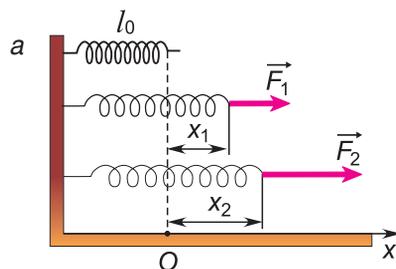
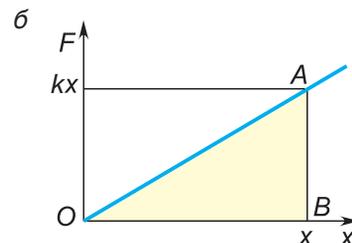


Рис. 246



### ▼ Для любознательных

Работа силы зависит от выбора системы отсчета. Рассмотрим пример. Вы находитесь в кабине движущегося лифта. Совершает ли работу действующая на вас сила тяжести? Да, если определять работу этой силы в системе отсчета, связанной с Землей. Нет, если системой отсчета является лифт. Докажите это самостоятельно.

Быстроту совершения работы характеризует *мощность*. **Мощностью называют физическую величину, равную отношению работы к промежутку времени, за который работа совершена:**

$$P = \frac{A}{\Delta t}. \quad (4)$$

Мощность численно равна работе, совершаемой за единицу времени. Единицей мощности в СИ является *1 ватт* (1 Вт) — мощность, при которой работа 1 джоуль совершается за 1 секунду. Широко используются кратные единицы мощности: киловатт (1 кВт =  $1 \cdot 10^3$  Вт), мегаватт (1 МВт =  $1 \cdot 10^6$  Вт). Мощность автомобильных двигателей до сих пор указывают в лошадиных силах (л. с.).  $1 \text{ л. с.} \approx 736 \text{ Вт}$ .

Согласно формуле (4) работа  $A = P\Delta t$ . Поэтому в качестве единицы работы часто используют *1 киловатт-час* (1 кВт · ч), равный 3 600 000 Дж.

Именно за потребленное количество киловатт-часов (а не киловатт!) электроэнергии мы платим ежемесячно.

Установим связь мощности  $P$  со скоростью движения тела  $v$ . Из формул  $A = F\Delta r \cos \alpha$  и  $P = \frac{A}{\Delta t}$  следует формула для определения мощнос-

ти:  $P = \frac{F\Delta r \cos \alpha}{\Delta t}$ . Учитывая, что  $\frac{\Delta r}{\Delta t} = v$ , получим:

$$P = Fv \cos \alpha. \quad (5)$$

Равенство (5) показывает, что при одной и той же мощности двигателя можно:

- либо двигаться с большой скоростью при сравнительно малой силе сопротивления движению (рис. 247, а);
- либо преодолевать большую силу сопротивления, двигаясь с небольшой скоростью (рис. 247, б).

Это используют водители тяжелогруженных машин. При подъеме в гору они уменьшают скорость движения машины, чтобы увеличить силу тяги двигателя.

а



б



Рис. 247

**■ Главные выводы**

1. Работа силы равна произведению модулей силы и перемещения на косинус угла между ними.
2. Если угол между силой и перемещением острый, то работа силы положительна, если тупой — отрицательна.
3. Силы, перпендикулярные перемещению тела, работу не совершают.
4. Мощность численно равна работе, совершаемой за единицу времени.
5. Мощность пропорциональна произведению действующей силы и скорости движения тела.

**? Контрольные вопросы**

1. Положительной или отрицательной будет работа силы тяжести, действующей на тело, движущееся вверх? Падающее вниз? Почему?
2. Положительной или отрицательной будет работа силы сопротивления воздуха при движении мяча вверх? При его движении вниз? Почему?
3. Чему равна суммарная работа, которую совершила сила тяжести, действующая на брошенный вверх мяч, при его движении из точки бросания в верхнюю точку и обратно?
4. Совершает ли работу нормальная составляющая силы реакции поверхности, действующая на движущееся по этой поверхности тело? Почему?
5. Можно ли при заданной мощности выиграть и в силе, и в скорости одновременно?

**✎ Примеры решения задач**

1. Из колодца глубиной  $l = 12$  м равномерно поднимают ведро воды массой  $m_1 = 10$  кг с помощью каната, каждый метр которого имеет массу  $m_0 = 0,20$  кг. Определите совершенную при этом работу. Принять  $g = 10 \frac{м}{с^2}$ .

Дано:

$m_1 = 10$  кг

$l = 12$  м

$m_0 = 0,20$  кг

$l_0 = 1,0$  м

$g = 10 \frac{м}{с^2}$

$A = ?$

Решение

Учтем, что при подъеме ведра различные точки каната проходят разные пути (от  $s = 0$  для верхней точки каната до  $s = l$  для его нижней точки). Тогда работа против сил тяжести, действующих на ведро и канат:

$$A = m_1gl + m_2g\langle s \rangle,$$

где  $m_2 = m_0 \frac{l}{l_0}$  — масса каната,  $\langle s \rangle = \frac{l}{2}$  — среднее значение пути для точек каната.



### Примеры решения задач

Отсюда  $A = \left(m_1 + \frac{m_0 l}{2l_0}\right) gl$ .

$$A = \left(10 \text{ кг} + \frac{0,20 \text{ кг} \cdot 12 \text{ м}}{2 \cdot 1,0 \text{ м}}\right) \cdot 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot 12 \text{ м} = 1344 \text{ Дж} = 1,3 \text{ кДж}.$$

Ответ:  $A = 1,3 \text{ кДж}$ .

2. Автомобиль массой  $m = 2,0 \text{ т}$ , развивающий мощность  $P = 40 \text{ л. с.}$ , поднимается в гору с постоянной скоростью, модуль которой  $v = 3,0 \frac{\text{М}}{\text{с}}$ . Определите угол наклона горы к горизонту. Силами сопротивления движению пренебечь. Принять  $g = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$ .

Дано:

$$m = 2,0 \text{ т} = 2,0 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$P = 40 \text{ л. с.} = 2,9 \cdot 10^4 \text{ Вт}$$

$$v = 3,0 \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

$$g = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

$\alpha$  — ?

Решение

Сделаем рисунок к задаче (рис. 248).

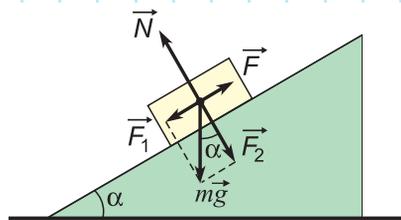


Рис. 248

Мощность двигателя  $P = Fv$ . Модуль силы  $F$  (рис. 248), движущей автомобиль, равен модулю составляющей силы тяжести:  $F_1 = mg \sin \alpha$ . Тогда мощность  $P = mgv \sin \alpha$ .

$$\text{Отсюда } \sin \alpha = \frac{P}{mgv} = \frac{2,9 \cdot 10^4 \text{ Вт}}{2,0 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot 3,0 \frac{\text{М}}{\text{с}}} = 0,5; \alpha = 30^\circ.$$

Ответ:  $\alpha = 30^\circ$ .

### Упражнение 26

1. Какова минимальная работа, необходимая для подъема штанги массой  $m = 200 \text{ кг}$  на высоту  $h = 2,00 \text{ м}$ ? Чему равна работа силы тяжести, действовавшей при этом на штангу? Ускорение свободного падения в этой и последующих задачах принять равным  $g = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$ .

2. Определите силу, с которой мальчик переместил тележку по прямолинейному участку пути  $s = 20,0 \text{ м}$ . Сила постоянна и направлена под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. Работа, совершенная силой, равна  $A = 1,73 \text{ кДж}$ .

3. Шарик массой  $m = 300$  г скатился по наклонному желобу длиной  $l = 1,6$  м с верхней точки желоба. При этом сила тяжести совершила работу  $A = 2,4$  Дж. Определите угол наклона желоба к горизонту.

4. Какую минимальную работу необходимо совершить, чтобы растянуть пружину динамометра на  $x = 10$  см, если показания динамометра при такой деформации пружины равны  $F = 4$  Н?

5. Чтобы растянуть пружину динамометра на  $x = 2$  см, необходимо совершить работу  $A_1 = 5$  Дж. Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть эту пружину еще на  $\Delta x = 2$  см?

6. Поезд, движущийся со скоростью, модуль которой  $v = 20,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ , начинает тормозить. Сила торможения постоянна, ее модуль  $F = 500$  кН. До полной остановки поезд проходит путь  $s = 400$  м. Определите массу поезда и работу силы торможения.

7. Шкаф массой  $m = 100$  кг необходимо передвинуть на расстояние  $l = 3,0$  м. Коэффициент трения скольжения шкафа по полу  $\mu = 0,20$ . Определите минимальную работу, которую при этом необходимо совершить.

8. Почему водители грузовых автомобилей преодолевают крутые подъемы на малой скорости?

9. Поддон с кирпичами массой  $m = 800$  кг равномерно поднимают краном на девятый этаж строящегося дома. Высота одного этажа  $h_0 = 3,5$  м. Модуль скорости подъема  $v = 0,20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ . Определите работу, которую совершают силы натяжения троса крана при подъеме этого поддона. Какая при этом развивается мощность?

10. Определите работу силы тяги двигателя лифта, который поднимает кабину массой  $m = 400$  кг на высоту  $h = 15$  м с ускорением, направленным вертикально вверх. Модуль ускорения  $a = 0,60 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ . Какую мощность развивает эта сила в конце подъема?

11. Всегда ли действующая на движущееся тело сила совершает механическую работу?