

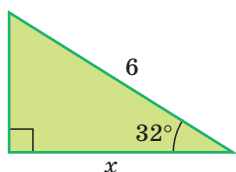
§ 2. Рашэнне прамавугольнага трохвугольнiка

1. Алгарытм рашэння прамавугольнага трохвугольнiка

Пад рашэннем прамавугольнага трохвугольнiка разумеюць знаходжанне яго невядомых старон i вуглоў па некаторых элементах, якiя вызначаюць гэты трохвугольнiк. Разгледзiм тры задачы:

- 1) знаходжанне катэта па гiпатэнузе i вострым вугле;
- 2) знаходжанне катэта па другiм катэце i вострым вугле;
- 3) знаходжанне гiпатэнузы па катэце i вострым вугле.

Задача 1. Гiпатэнуза прамавугольнага трохвугольнiка роўна 6, востры вугал роўны 32° (рыс. 23). Знайсцi катэт, прылеглы да дадзенага вугла. Адказ акруглiць да 0,1.



Рыс. 23

Рашэнне. Прымем даўжыню шуканага катэта за x .

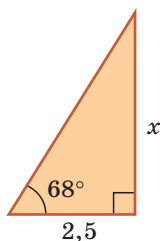
$$\left(\text{Вядома: } \cos \alpha = \frac{\text{прылеглы катэт}}{\text{гiпатэнуза}} \right)$$

$$\cos 32^\circ = \frac{x}{6}, \quad x = 6 \cdot \cos 32^\circ, \quad x \approx 6 \cdot 0,8480 \approx 5,1.$$

$$\text{(крок 1)} \quad \text{(крок 2)} \quad \text{(крок 3)}$$

Адказ: 5,1.

Задача 2. Катэт прамавугольнага трохвугольнiка роўны 2,5, а прылеглы да яго вугал роўны 68° (рыс. 24). Знайсцi другi катэт. Адказ акруглiць да 0,1.



Рыс. 24

Рашэнне. Прымем даўжыню шуканага катэта за x .

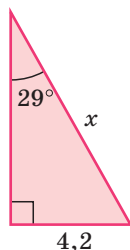
$$\left(\text{Вядома: } \operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{процiлеглы катэт}}{\text{прылеглы катэт}} \right)$$

$$\operatorname{tg} 68^\circ = \frac{x}{2,5}, \quad x = 2,5 \cdot \operatorname{tg} 68^\circ, \quad x \approx 2,5 \cdot 2,4751 \approx 6,2.$$

$$\text{(крок 1)} \quad \text{(крок 2)} \quad \text{(крок 3)}$$

Адказ: 6,2.

Задача 3. Катэт прамавугольнага трохвугольнiка роўны 4,2, процiлеглы яму вугал роўны 29° (рыс. 25). Знайсцi гiпатэнузу трохвугольнiка. Адказ акруглiць да 0,1.



Рыс. 25

Рашэнне. Прымем даўжыню гiпатэнузы за x .

$$\left(\text{Вядома: } \sin \alpha = \frac{\text{процiлеглы катэт}}{\text{гiпатэнуза}} \right)$$

$$\sin 29^\circ = \frac{4,2}{x}, \quad x \cdot \sin 29^\circ = 4,2,$$

$$x = \frac{4,2}{\sin 29^\circ} \approx \frac{4,2}{0,4848} \approx 8,7.$$

Адказ: 8,7.

А цяпер выканайце **Тэст 1**.

Тэст 1

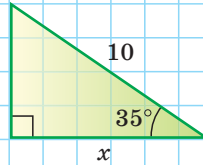
Катэт x роўны:

а) $10 \sin 35^\circ$;

б) $\frac{10}{\cos 35^\circ}$;

в) $10 \cos 35^\circ$;

г) $10 \operatorname{ctg} 35^\circ$.



2. Правілы рашэння прамавугольнага трохвугольніка

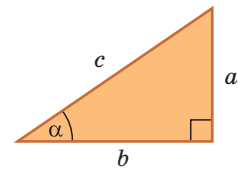
Пераўтворым формулы сінуса, косінуса, тангенса і катангенса і запішам вынікі для трохвугольніка на рысунку 26:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}, \quad a = c \cdot \sin \alpha, \quad c = \frac{a}{\sin \alpha};$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}, \quad b = c \cdot \cos \alpha, \quad c = \frac{b}{\cos \alpha};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}, \quad a = b \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad b = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha};$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}, \quad b = a \cdot \operatorname{ctg} \alpha, \quad a = \frac{b}{\operatorname{ctg} \alpha}.$$



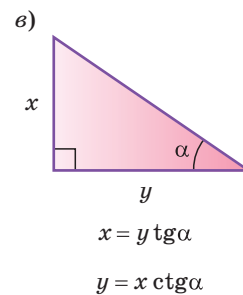
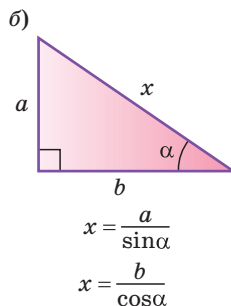
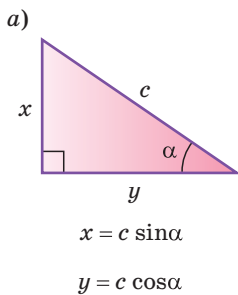
Рыс. 26

Зручна карыстацца наступнымі правіламі:

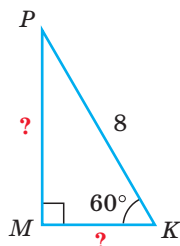
Катэт роўны гіпатэнузе, памножанай на сінус процілеглага або на косінус прылеглага вугла (рыс. 27, а).

Гіпатэнуза роўна катэту, падзеленаму на сінус процілеглага або на косінус прылеглага вугла (рыс. 27, б).

Катэт роўны другому катэту, памножанаму на тангенс процілеглага або на катангенс прылеглага да першага катэта вугла (рыс. 27, в).



Рыс. 27



Рыс. 28

Прыклад.

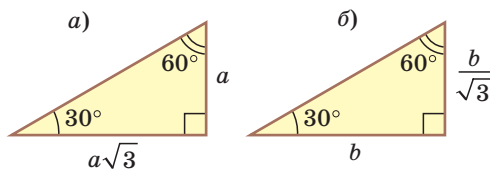
У $\triangle MPK$ вядома: $\angle M = 90^\circ$, $\angle K = 60^\circ$, $PK = 8$ (рыс. 28).

$$MP = PK \cdot \sin K = 8 \cdot \sin 60^\circ = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}.$$

$$MK = PK \cdot \cos K = 8 \cdot \cos 60^\circ = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4.$$

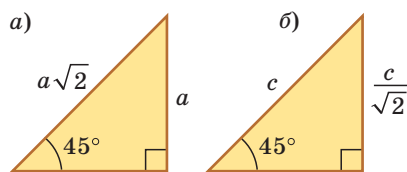
Карысна запомнiць!

Калi ў прамавугольным трохвугольнiку з вуглом 30° (або 60°) дадзены меншы катэт a , то большы катэт $b = a\sqrt{3}$ (рыс. 29, а). А калi дадзены большы катэт b , то меншы катэт $a = \frac{b}{\sqrt{3}}$ (рыс. 29, б).



Рыс. 29

Калi ў прамавугольным трохвугольнiку з вуглом 45° дадзены катэт a , то гіпатэнуза $c = a\sqrt{2}$ (рыс. 30, а), а калi дадзена гіпатэнуза c , то катэт $a = \frac{c}{\sqrt{2}}$ (рыс. 30, б).



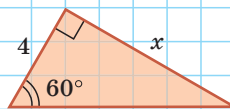
Рыс. 30

А цяпер выканайце **Тэст 2**.

Тэст 2

Даўжыня стараны x роўна:

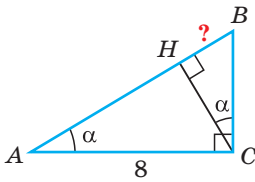
- а) 8; б) $4\sqrt{3}$; в) $\frac{4}{\sqrt{3}}$; г) 6.



Заданнi да § 2

РАШАЕМ РАЗАМ
ключавыя задачы

Задача 1. У прамавугольным трохвугольнiку ABC вядома: $\angle C = 90^\circ$, $AC = 8$, $\angle A = \alpha$, CH — вышыня, праведзеная да гіпатэнузы (рыс. 31). Знайсцi праекцыю $HВ$ катэта BC на гіпатэнузу.



Рыс. 31

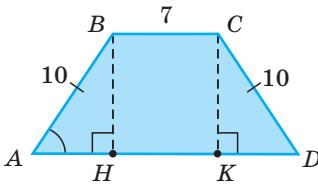
Рашэнне. Заўважым, што $\angle BCH = \angle A = \alpha$, паколькі гэтыя вуглы дапаўняюць вугал B да 90° . З $\triangle ABC$

$$\frac{BC}{AC} = \operatorname{tg} \alpha, \quad BC = AC \operatorname{tg} \alpha = 8 \operatorname{tg} \alpha. \quad \text{З } \triangle BHC \quad \frac{HB}{BC} = \sin \alpha,$$

$$HB = BC \sin \alpha = 8 \operatorname{tg} \alpha \sin \alpha.$$

Адказ: $8 \operatorname{tg} \alpha \sin \alpha$.

Задача 2. У раўнабедранай трапецыі $ABCD$ меншая аснова BC роўна 7, бакавая старана AB роўна 10, $\sin A = 0,8$. Знайсці плошчу трапецыі.



Рыс. 32

Рашэнне. Плошчу трапецыі знаходзяць па формуле $S_{\text{тр}} = \frac{a+b}{2} \cdot h$. Знайдзем большую аснову і вышыню трапецыі. Правядзём у трапецыі вышыні BH і CK (рыс. 32).

Паколькі $HBCK$ — прамавугольнік (усе вуглы прамыя), то $HK = BC = 7$. З роўнасці прамавугольных трохвугольнікаў AHB і DKC (па катэце і гіпатэнузе) $AH = KD$. З прамавугольнага трохвугольніка AHB знаходзім: $BH = AB \cdot \sin A = 10 \cdot 0,8 = 8$, адкуль $AH = 6$ (піфагорава тройка 6, 8, 10). Тады $AD = 2AH + HK = 2 \cdot 6 + 7 = 19$,

$$S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2} \cdot BH = \frac{7 + 19}{2} \cdot 8 = 104.$$

Адказ: 104.



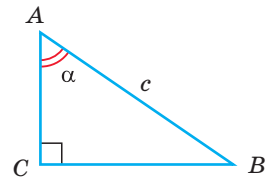
РАШАЕМ САМАСТОЙНА

22. У прамавугольным трохвугольнiку ABC (рыс. 33) $AB = c$, $\angle A = \alpha$. Знайдзіце:

- а) вугал B ; б) катэт BC ; в) катэт AC .

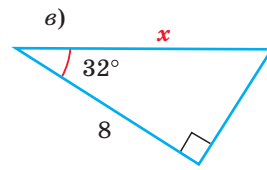
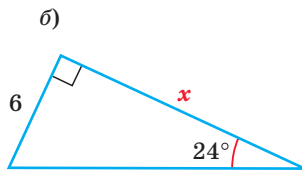
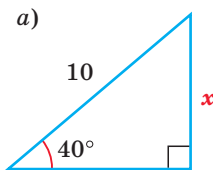
23. Дадзены прамавугольны трохвугольнік ABC , $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4$, $\angle B = \beta$. Знайдзіце:

- а) катэт BC ; б) гіпатэнузу AB ; в) S_{ABC} .



Рыс. 33

24. Знайдзіце старану прамавугольнага трохвугольніка, абазначаную літарай x на рысунках 34, а)–в). Адказы акругліце да 0,1. Пры падліках карыстайцеся калькулятарам або трыганаметрычнымі табліцамі.



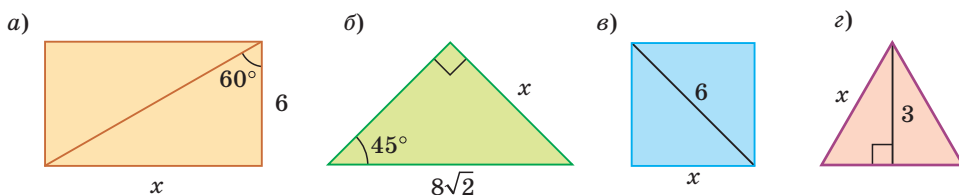
Рыс. 34

25. Знайдзiце невядомыя стараны трохвугольнiка ABC ($\angle C = 90^\circ$), калi:

- а) $AB = 10, \sin B = \frac{3}{5}$;
- б) $AB = 8, \cos B = 0,75$;
- в) $BC = 4, \sin A = \frac{2}{3}$;
- г) $AC = 1,5, \operatorname{tg} A = 2$.

26. Па даных на рысунках 35, а)–г) знайдзiце старану x i плошчу S :

- а) прамавугольнiка;
- б) раўнабедранага прамавугольнага трохвугольнiка;
- в) квадрата;
- г) роўнастаронняга трохвугольнiка.





Рыс. 35

27. Бакавая старана раўнабедранага трохвугольнiка роўна 15 см, сiнус вострага вугла пры вяршыні роўны 0,8. Вылiчыце плошчу трохвугольнiка.

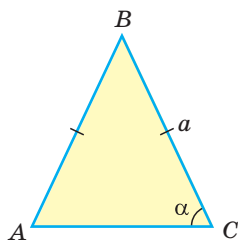
28. У раўнабедранай трапецыi $ABCD$ асновы $BC = 4$ см i $AD = 10$ см. Вядома, што $\operatorname{tg} A = \frac{2}{3}$. Знайдзiце плошчу трапецыi.

29. Дадзены паралелаграм $ABCD$. Яго вышыня BK праведзена да стараны AD , $AK : KD = 1 : 2$, $BC = 24$ см. Знайдзiце плошчу паралелаграма, калi $\cos C = \frac{4}{5}$.

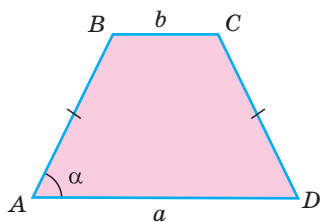
 30. У прамавугольным трохвугольнiку ABC $\angle C = 90^\circ$, вышыня CH роўна 12, медыяна CM роўна 15. Знайдзiце сiнус меншага вострага вугла трохвугольнiка ABC .

 31. а) Бакавая старана раўнабедранага трохвугольнiка ABC ($AB = BC$) роўна a , вугал пры аснове роўны α (рыс. 36). Знайдзiце плошчу трохвугольнiка ABC .

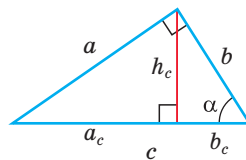
б) Дадзена раўнабедраная трапецыя $ABCD$ з асновамi $AD = a$, $BC = b$ ($a > b$) i вуглом α пры большай аснове (рыс. 37). Знайдзiце плошчу трапецыi.



Рыс. 36



Рыс. 37



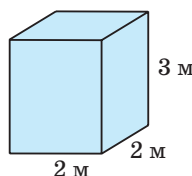
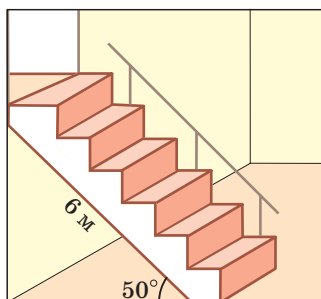
Рыс. 38

32. У трохвугольніку ABC вышыня BH і медыяна BM дзеляць $\angle ABC$ на тры роўныя вуглы. Дакажыце, што трохвугольнік ABC прамавугольны.

33. У прамавугольным трохвугольніку вядомы гіпатэнуза c і востры вугал α (рыс. 38). Знайдзіце: катэт a , катэт b , вышыню h_c , праекцыі a_c і b_c катэтаў a і b на гіпатэнузу.

Мадэляванне

Вызначце, ці можна размясціць пад лесвіцай даўжынёй 6 м, якая ўтварае з падлогай вугал 50° (рыс. 39), скрыню з памерамі $2 \times 2 \times 3$ (м). Разгледзьце розныя варыянты размяшчэння скрыні (яе можна класці набок).

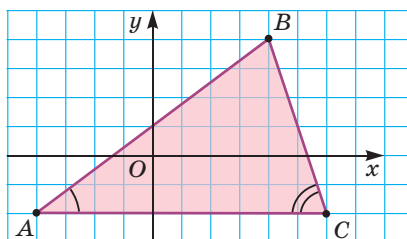


Рыс. 39

Гімнастыка розуму

Па даных на рысунку 40 знайдзіце:

- $\operatorname{tg} C$;
- $\sin A$;
- $\operatorname{ctg} B$.



Рыс. 40



Пры дапамозе **Інтэрнэту** высветліце, што азначае тэрмін «трыганаметрыя», калі ён узнік. У якіх сферах дзейнасці выкарыстоўваецца трыганаметрыя?