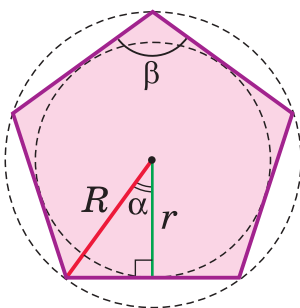


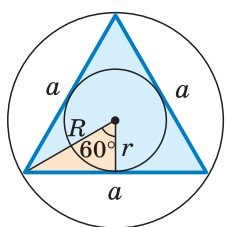
Правільныя многавугольнікі

УСЕ СТОРАНЫ РОЎНЫЯ І ЎСЕ ВУГЛЫ РОЎНЫЯ

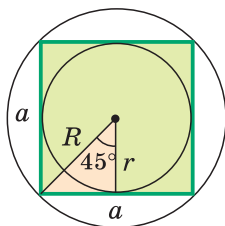
*акружнасць
можна
апісаць,
унісаць,
цэнтры
супадаюць*



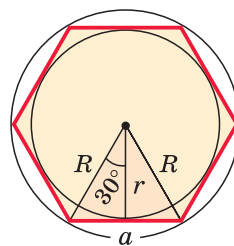
$$\beta = \frac{180^\circ(n-2)}{n}$$



$n = 3$

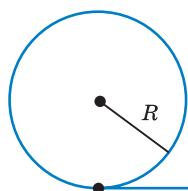


$n = 4$



$n = 6$

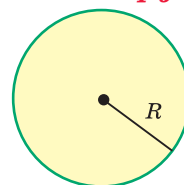
ДАЎЖЫНЯ АКРУЖНАСЦІ І ПЛОШЧА КРУГА



$$C = 2\pi R$$

даўжыня акружнасці

плошча круга

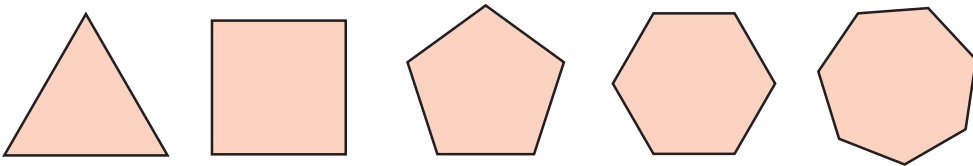


$$S = \pi R^2$$

§ 16. Правільныя многавугольнікі

Азначэнне. Правільным многавугольнікам называецца выпуклы многавугольнік, у якога ўсе стораны роўныя і ўсе вуглы роўныя.

На рысунку 198 паказаны правільныя трохвугольнік, чатырохвугольнік, пяцівугольнік, шасцівугольнік, сямівугольнік. Правільны трохвугольнік — гэта роўнастаронні трохвугольнік, а правільны чатырохвугольнік — гэта квадрат.



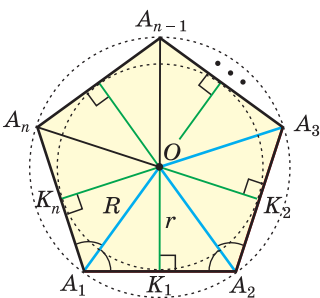
Рыс. 198

Адной з найбольш простых задач з'яўляецца задача знаходжання велічыні ўнутранага вугла правільнага многавугольніка. Паколькі ўсе вуглы правільнага n -вугольніка роўныя паміж сабой, а сума вуглоў любога n -вугольніка роўна $180^\circ(n - 2)$, то вугал β правільнага n -вугольніка можна знайсці па формуле

$$\beta = \frac{180^\circ(n - 2)}{n}.$$

Напрыклад, для правільнага шасцівугольніка $\beta = \frac{180^\circ \cdot (6 - 2)}{6} = 120^\circ$.

Тэарэма. Каля любога правільнага многавугольніка можна апісаць акружнасць, у любы правільны многавугольнік можна ўпісаць акружнасць; цэнтры гэтых акружнасцей супадаюць.



Рыс. 199

Доказ. У правільным многавугольніку $A_1A_2A_3 \dots A_n$ правядзём бісектрысы ўнутраных вуглоў A_1 і A_2 . Няхай O — пункт перасячэння гэтых бісектрыс (рыс. 199). Паколькі $\angle OA_1A_2 = \angle OA_2A_1$ як палавіны роўных вуглоў, то $\triangle A_1OA_2$ — раўнабедраны з асновай A_1A_2 . Правёўшы адрэзак OA_3 , атрымаем $\triangle A_2OA_3$, роўны $\triangle A_1OA_2$ па дзвюх старанах і вугле паміж імі ($A_1A_2 = A_2A_3$, старана OA_2 — агульная, $\angle OA_2A_1 = \angle OA_2A_3$). Злучыўшы пункт O адрэзкамі з астатнімі вершынямі, атрымаем мноства роўных раўнабедраных трохвугольнікаў. Адсюль $OA_1 = OA_2 = OA_3 = \dots = OA_n$. Таму акружнасць

з цэнтрам O і радыусам $R = OA_1$ пройдзе праз усе вяршыні многавугольніка $A_1A_2A_3\dots A_n$, г. зн. будзе яго апісанай акружнасцю. А паколькі вышыні названых роўных раўнабедраных трохвугольнікаў, праведзеныя да іх асноў, роўныя, г. зн. $OK_1 = OK_2 = OK_3 = \dots = OK_n$, то пункт O — таксама і цэнтр упісанай акружнасці многавугольніка $A_1A_2A_3\dots A_n$, радыус якой $r = OK_1$. Тэарэма даказана.

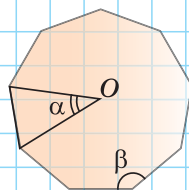
Пункт O называецца цэнтрам правільнага n -вугольніка.

А цяпер выканайце **Тэст 1**.

Тэст 1

На рысунку паказаны правільны дзевяцівугольнік і яго цэнтр O . Знайдзіце велічыню вугла α і велічыню вугла β .

а) $36^\circ, 144^\circ$; б) $40^\circ, 120^\circ$; в) $30^\circ, 120^\circ$; г) $40^\circ, 140^\circ$.



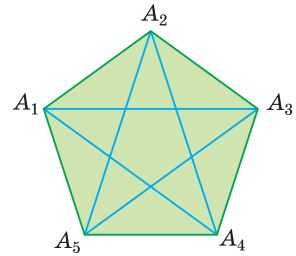
Заданні да § 16

РАШАЕМ САМАСТОЙНА

- 246.** Сума даўжынь дзвюх старон правільнага шасцівугольніка роўна 20 см. Знайдзіце перыметр гэтага многавугольніка.
- 247.** Пакажыце відарыс правільнага васьмівугольніка $A_1A_2A_3\dots A_8$, «адрэзаўшы» ў квадрата вугалкі. Адзначце цэнтр O гэтага многавугольніка. Знайдзіце $\angle A_1OA_2$, $\angle A_1A_2O$, $\angle A_1A_2A_3$. У адказ запішыце градусную меру вугла $A_1A_2A_3$.
- 248.** Выкарыстаўшы формулу сумы вуглоў многавугольніка, знайдзіце градусную меру вугла правільнага n -вугольніка, калі n роўна:
- а) 5; б) 10; в) 18.
- 249.** Унутраны вугал правільнага n -вугольніка роўны 150° . Знайдзіце колькасць старон гэтага n -вугольніка.
- 250.** Сума градусных мер двух вуглоў правільнага многавугольніка роўна 324° , а яго перыметр роўны 280 см. Знайдзіце даўжыню стараны гэтага многавугольніка.
- 251.** Дадзены правільны n -вугольнік $A_1A_2A_3\dots A_n$, пункт O — яго цэнтр, $\angle OA_1A_2 = 85^\circ 30'$, $A_1A_2 + A_3A_4 + A_5A_6 = 6$ см. Знайдзіце перыметр гэтага n -вугольніка.
- 252.** Знешні вугал правільнага n -вугольніка $A_1A_2A_3\dots A_n$ роўны 60° , перыметр — 72 см. Знайдзіце $S_{A_1OA_2}$, дзе O — цэнтр n -вугольніка.

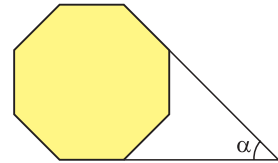
253. Дадзены правільны пяцівугольнік $A_1A_2A_3A_4A_5$ (рыс. 200).

- Знайдзіце вуглы трохвугольніка $A_1A_2A_3$.
- Знайдзіце вуглы трохвугольніка $A_1A_3A_5$.
- Дакажыце, што ўсе дыяганалі пяцівугольніка роўныя.
- Дакажыце, што дыяганаль A_1A_3 паралельна старане A_4A_5 .
- Дакажыце, што пяцівугольнік, утвораны пры перасячэнні ўсіх дыяганалей дадзенага правільнага пяцівугольніка, таксама з'яўляецца правільным.



Рыс. 200

254. На рысунку 201 паказаны правільны васьмівугольнік. Знайдзіце велічыню вугла α .



Рыс. 201

255. Дадзены правільны 12-вугольнік $A_1A_2A_3 \dots A_{12}$. Знайдзіце вугал паміж прамымі:

- A_2A_7 і A_4A_{12} ;
- A_1A_3 і A_6A_{10} .

(Для пабудовы правільнага 12-вугольніка схематычна намалюйце круглы цыферблат гадзінніка, разбіце яго акружнасць на 12 роўных дуг, адзначыўшы пункты, якія адпавядаюць 1 г, 2 г, 3 г і г. д., і злучыце суседнія пункты адрэзкамі.)

Гімнастыка розуму



Паверхня футбольнага мяча шыта з правільных чорных 5-вугольнікаў і правільных белых 6-вугольнікаў, якія злучаюць іх.

Заданне. Вядома, што ўсяго чорных 5-вугольнікаў 12. Вызначце матэматычным шляхам колькасць белых 6-вугольнікаў на паверхні мяча, а затым пераканайцеся ў сваёй праваце на ўроку фізкультуры.

(Для самакантролю. Адказ: колькасць белых 6-вугольнікаў на паверхні мяча роўна наміналу купюры Рэспублікі Беларусь, на правым баку якой размешчаны відарыс Дварца Румянцавых і Паскевічаў у г. Гомелі.)



Пры дапамозе **Інтэрнэту** высветліце, у якіх краінах свету некаторыя манеты маюць форму правільнага многавугольніка.