Упражнения

1. Приведите примеры материальных моделей.
2. Приведите примеры мысленных моделей.
3. Приведите примеры документальных моделей.
4. Приведите примеры компьютерных моделей.
5. Повторите таблицу в тетради и дополните ее столбцы примерами моделей для данных объектов.

Примеры моделей	
Объект «человек»	Объект «планета Земля»
Манекен	Глобус

§ 20. Моделирование и его этапы

20.1. Моделирование

Моделирование — процесс создания и использования моделей для решения научных и практических задач.

Жизнь постоянно ставит перед человечеством самые разные задачи. Моделирование позволяет решать эти задачи быстрее и с меньшими затратами средств.

Варианты решения возникающих задач все чаще проверяются на моделях, потому что испытания сложных и дорогостоящих систем требуют больших затрат и не всегда возможны в принципе (пример 20.1).

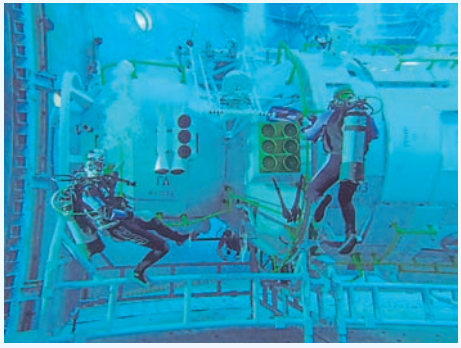
Хорошо известен пример использования моделирования при строительстве купола Флорентийского собора (пример 20.2).

Пример 20.1. Для изучения сейсмической устойчивости зданий их не разрушают, а строят и испытывают на вибрационном стенде модели.

Пример 20.2. В эпоху итальянского Возрождения при сооружении купола Флорентийского собора архитектор Филиппо Брунеллески использовал его модель как образец.

Правообладатель Народная асвета

Пример 20.3. Гидролаборатория в российском Центре подготовки космонавтов имени Ю. А. Гагарина позволяет провести тренировку по оказанию помощи космонавтам в критических ситуациях.



Пример 20.4. Первую подробную геоцентрическую модель движения Солнца, Луны и планет построил Клавдий Птолемей во II в. н. э. Планеты двигались по замысловатым траекториям, но частичная адекватность была достигнута.

Пример 20.5. Направляясь из школы домой, задачу выбора правильного пути каждый решает в уме (с помощью мысленной модели). Модель адекватно отражает реальную дорогу.

В наше время полеты космических кораблей и станций всегда сопровождаются постройкой макетов космических объектов в натуральную величину в бассейнах с водой (пример 20.3).

Существуют задачи, для решения которых модель исследовать не нужно. В таких задачах модели используются в других целях. Например, в музеях и при проектировании макеты зданий используются для демонстрации.

Модель создается для того, чтобы отразить информацию о некоторых свойствах моделируемого объекта или процесса.

Адекватность модели — степень соответствия свойств модели тем свойствам объекта-оригинала, которые она отражает.

Оценка адекватности модели может быть самой разной: от неадекватности и частичной адекватности до полной адекватности.

Частичная адекватность может возникать, когда численные значения свойств модели и оригинала отличаются на небольшую величину (пример 20.4).

20.2. Научные методы в моделировании

В процессе моделирования любая модель сначала создается в сознании исследователя и является мысленной. Этого достаточно только при решении простых задач (пример 20.5). Для решения более сложных задач нужно строить и документальную модель (пример 20.6).

Правообладатель Народная асвета

При создании очень сложных моделей обычно используются научные методы, формулы, законы. Каждая наука при описании фактов и явлений пользуется своим языком (пример 20.7).

Используемую при создании модели науку обычно указывают (*математика*, *биология* и др.), или модель получает название (*математическая*, *биологическая* и др.). Если модель с конкретной отраслью знаний не связана, то ее называют *простейшей*.

20.3. Этапы компьютерного моделирования

В настоящее время компьютерные информационные модели являются основным видом моделей, используемых для моделирования.

Процесс компьютерного моделирования всегда занимает какое-то время и проходит в несколько этапов. Основными из них являются:

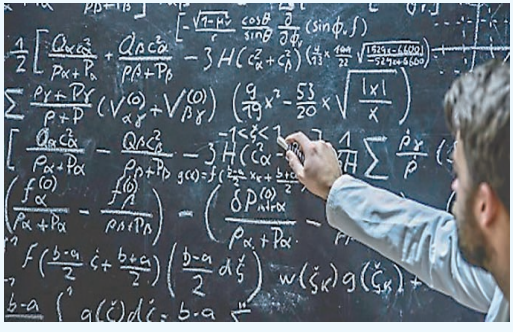
1. Постановка задачи.
2. Выбор плана создания модели.
3. Создание модели.
4. Исследование модели.
5. Получение решения задачи.

Постановка задачи — необходимый этап, который придает определенность всему процессу моделирования.

Для создания реальной компьютерной модели, конечно, необходимо мысленное представление о ней. Это будет *мысленная модель*. Чтобы по мысленной модели получить компьютерную, могут понадобиться и другие виды моделей (пример 20.8). Создание

Пример 20.6. Большинство задач по математике трудно решать в уме, и нужно вести записи. Это и есть документальные модели.

Пример 20.7. Языком науки обычно называют формулы.



Для математики это язык цифр и математических формул, для физики — язык физических формул и закономерностей. Свои языки имеют химия, биология, социология и т. д.

Пример 20.8. В процессе создания сложной модели одна форма представления может сменять другую. В разных задачах могут использоваться одна, две или три формы представления.

Для реализации мысленной модели могут понадобиться записи (текстовая документальная модель), формулы (математическая документальная модель) или чертежи (графическая документальная модель).

С другой стороны, компьютерная модель должна создаваться с помощью какого-либо программного средства (текстового редактора, электронной таблицы, системы программирования).

Правообладатель Народная асвета

Пример 20.9. Пусть требуется выяснить, какова аэродинамика нового автомобиля на высокой скорости (этап 1). Моделировать надо внешнюю форму самого автомобиля и силы, которые на него воздействуют в скоростном потоке воздуха. Чтобы построить компьютерную модель, на втором этапе моделирования решается, что нужно сначала создать документальную математическую модель автомобиля и потоков воздуха, а затем компьютерную.

В этом и состоит план создания компьютерной модели. На четвертом этапе для известных режимов проверяется ее адекватность. На пятом этапе в результате использования компьютерной модели получаются оценки аэродинамических свойств нового автомобиля. Задача получает решение.

компьютерной модели может проходить через создание ряда разных моделей. План очередности этих моделей выбирается на втором этапе моделирования. Дополнительные этапы мы будем нумеровать 3*а*, 3*б* и т. д.

Этап исследования компьютерной модели является проверкой ее адекватности. Часто на этом этапе тестированием с известными данными проверяется, насколько точно модель отражает реальный объект или процесс.

Последний, пятый этап связан с получением результатов моделирования и решением поставленной задачи (пример 20.9).

1. Что такое моделирование?
2. Почему моделирование позволяет решать сложные задачи быстрее и с меньшими затратами средств?
3. Как используемые при моделировании законы некоторой науки отражаются в названии модели?
4. В чем состоит план создания модели в процессе моделирования?

Упражнения

1 Приведите примеры использования моделирования.

2 Перечислите этапы моделирования.

3 Приведите примеры задач, при решении которых вслед за мысленной моделью сразу можно построить компьютерную модель.

4 Приведите примеры задач, при решении которых компьютерную модель невозможно построить сразу после мысленной модели.

§ 21. Моделирование в задаче роста и убывания

Экологические проблемы в современном мире становятся все значительнее и постепенно выходят на первый план. Этому способствуют в первую очередь техногенные факторы, связанные с массовым производством.

21.1. Постановка задачи (этап 1)

Задача. Объем деловой древесины на лесном участке оценивается в 150 тыс. м^3. Каждый год этот объем увеличивается на 7 % за счет естественного прироста. Начиная с 3-го года

Правообладатель Народная асвета

на хозяйственные нужды вырубается 20 тыс. м^3 древесины ежегодно.

Вопросы:

1. Наступит ли уменьшение объема деловой древесины на участке до 100 тыс. м^3 и через сколько лет?

2. Каков ответ на первый вопрос, если, начиная с 4-го года, процент прироста уменьшится до 5 %, а вырубка с 7-го года увеличится до 25 тыс. м^3 в год?

Бездумное воздействие общества на природу перешагнуло грань, которая позволяла неограниченно использовать природные ресурсы. Результатом стало загрязнение значительных территорий суши и вод Мирового океана бытовыми отходами и отходами промышленного производства, сокращение запасов полезных ископаемых, лесных и рыбных ресурсов. Теперь принятие любого производственного решения требует просчета всех его последствий.

21.2. Выбор плана создания модели (этап 2)

Объектом исследования является объем деловой древесины на лесном участке.

Будем строить таблицу, рассчитывая объемы древесины по годам (пример 21.1). Такую таблицу можно получить расчетами вручную или с помощью электронных таблиц (компьютерная модель).

Выбираем компьютерную модель. Причем для ее построения необходимо сначала построить документальную математическую модель с математическими формулами для расчетов. Следовательно, создание модели будет проходить в два этапа:

- 3*а* — создание документальной математической модели;
- 3*б* — создание компьютерной модели с помощью электронных таблиц.

Пример 21.1. В таблицах для расчетов по годам объемов ресурсов (сумм денежных вкладов, регулярных денежных расходов и т. п.) строки связаны с номерами лет.

Столбцы таблицы содержат объемы ресурсов (денежные суммы), проценты прироста или убывания, объемы прироста или убывания по каждому году.

Год	Сумма	Процент
0	200	5
1	210	4
2	218,40	3
3	224,95	2
4	229,45	4
5	238,63	5
6	250,56	6
7	265,59	7
8	284,19	3
9	292,71	5
10	307,35	6
11	325,79	5

21.3. Создание документальной математической модели (этап 3*а*)

Перенумеруем годы, начиная с нулевого (начального). Пусть объем деловой древесины в i-м году будет $D(i)$, процент прироста древесины — $P(i)$, а объем вырубки — $V(i)$.

Любая таблица в задачах роста и убывания построена на основе формулы прироста (убывания), которая по одной строке таблицы вычисляет значение объема ресурса для следующей строки (начало следующего года). Нумерацию лет можно начинать с 0 или брать фактические номера лет.

Правообладатель Народная асвета

Пример 21.2. Схема размещения данных и заголовков модели в электронных таблицах.

	A	B	C	D	E
1		Модель роста и убывания			
2	Исходные данные				
3	150000	: начальный объем древесины (куб.м)			
4	7	: начальный процент прироста			
5	0	: начальный объем вырубки			
6					
7	Расчетная таблица				
8	Год	Объем	Процент	Вырубка	
9					

Длинные тексты (название модели, названия разделов модели, описания данных) вводятся в ячейки, которые на схеме содержат их первые буквы. Описания данных начинаются знаком «:» (двоеточие), что позволяет отделить описания от численных значений.

Строка заголовков столбцов рабочей таблицы (ячейки диапазона A8:D8) залита серым цветом в результате выбора этого цвета в меню кнопки **Цвет заливки** (на панели **Главная** в группе **Шрифт**).

Пример 21.3. Начало рабочей таблицы модели до ввода данных по вырубке, которая начинается с 3-го года.

Расчетная таблица

Год	Объем	Процент	Вырубка
0	150000	7	0
1	160500	7	0
2	171735	7	0
3	183756	7	0

Пример 21.4. Для проверки адекватности модели достаточно проверить правильность вычислений во второй строке расчетной таблицы.

Вычислениями по формуле на калькуляторе можно получить, что объем древесины на начало первого года должен составить 160 500 м^3, что соответствует данным расчетной таблицы.

Тогда объем древесины в $(i + 1)$-м году вычисляется по формуле

$$D(i + 1) = D(i) \cdot (1 + P(i)/100) - V(i).$$

21.4. Создание компьютерной модели (этап 3*б*)

Компьютерную модель будем строить, используя схему размещения данных и заголовков, приведенную в примере 21.2.

В первой строке расчетной таблицы (в строке 9) будут отображаться начальные данные для нулевого года, поэтому вводим:

A9: 0 B9: =A3 C9: =A4 D9: =A5

Далее основная для расчетов строка 10:

A10: 1
B10: =B9*(1 + C9/100) – D9
C10: =C9
D10: =D9

Теперь заполним еще 20 строк расчетной таблицы (включая строку 30). Столбец A заполняем вниз содержимым диапазона A9:A10. Затем выделяем диапазон B10:D10 и заполняем вниз содержимым этого диапазона еще 20 строк (пример 21.3).

Так как с 3-го года начались вырубки, в столбец «Вырубка» в строке с номером года 3 вводим число 20 000.

21.5. Исследование модели (этап 4)

Полная адекватность модели сомнений не вызывает, т. к. данные и формулы модели полностью соответствуют данным задачи. Адекватность также может быть проверена тестированием, т. е. расчетами вручную (пример 21.4).

Правообладатель Народная асвета

21.6. Получение решения задачи (этап 5)

Для ответа на первый вопрос задачи анализируем расчетную таблицу (пример 21.5).

Для ответа на второй вопрос вносим изменения в графы «Процент» (для 4-го года) и «Вырубка» (для 8-го года) и анализируем таблицу (пример 21.6).

Пример 21.5. Ответ на первый вопрос задачи: объем деловой древесины на участке уменьшится до 100 тыс. м^3 через 12 лет.

Пример 21.6. Ответ на второй вопрос задачи: объем деловой древесины на участке может уменьшиться до 100 тыс. м^3 уже через 9 лет.

Упражнения

1 Перечислите этапы моделирования в задаче роста и убывания.

2 Повторите на компьютере решение задачи роста и убывания, рассмотренное в параграфе.

3 Изменив построенную модель роста и убывания, решите следующую задачу: «На пищевом комбинате в установку по производству дрожжей заложена 1 т дрожжевой массы. При поддержании оптимальной температуры за сутки масса дрожжей возрастает на 150 %. 1,5 т массы ежедневно пускают в производство. В результате неполадки температура в установке повысилась, и прирост составил 160 % в сутки. Через сколько суток масса дрожжей в установке может достигнуть 3,5 т?»

4 Решите следующую задачу: «Закон изменения массы m колонии вируса гриппа имеет вид $m = m_0 2^{\frac{t}{\Delta t}}$, где m_0 — первоначальная масса колонии, t — время в часах, Δt — шаг времени в часах. Установите, через сколько часов масса колонии превысит 1,9 г, если m_0 = 0,03 г, Δt = 1».

§ 22. Моделирование в задаче определения температурных режимов

22.1. Постановка задачи (этап 1)

Задача. Имеется квадратная однородная металлическая пластина, которая является деталью некоторого устройства. Во время работы устройства вокруг пластины и на ее краях поддерживается температура 20 °С. В центральной зоне пластина нагревается сварочной дугой до 6000 °С. Каким будет распределение температур во внутренних точках пластины?

При сварке металлического изделия сосредоточенным источником тепла производится интенсивный кратковременный местный нагрев металла до высоких температур. Тепло, выделяемое источником нагрева, расплавляет небольшой объем металла в месте сваривания и вследствие теплопроводности распространяется в прилегающие слои основного металла.

Правообладатель Народная асвета