

21.6. Получение решения задачи (этап 5)

Для ответа на первый вопрос задачи анализируем расчетную таблицу (пример 21.5).

Для ответа на второй вопрос вносим изменения в графы «Процент» (для 4-го года) и «Вырубка» (для 8-го года) и анализируем таблицу (пример 21.6).

Пример 21.5. Ответ на первый вопрос задачи: объем деловой древесины на участке уменьшится до 100 тыс. м³ через 12 лет.

Пример 21.6. Ответ на второй вопрос задачи: объем деловой древесины на участке может уменьшиться до 100 тыс. м³ уже через 9 лет.



Упражнения

- 1 Перечислите этапы моделирования в задаче роста и убывания.
- 2 Повторите на компьютере решение задачи роста и убывания, рассмотренное в параграфе.
- 3 Изменив построенную модель роста и убывания, решите следующую задачу: «На пищевом комбинате в установку по производству дрожжей заложена 1 т дрожжевой массы. При поддержании оптимальной температуры за сутки масса дрожжей возрастает на 150 %. 1,5 т массы ежедневно пускают в производство. В результате неполадки температура в установке повысилась, и прирост составил 160 % в сутки. Через сколько суток масса дрожжей в установке может достигнуть 3,5 т?»
- 4 Решите следующую задачу: «Закон изменения массы m колонии вируса гриппа имеет вид $m = m_0 2^{\frac{t}{\Delta t}}$, где m_0 — первоначальная масса колонии, t — время в часах, Δt — шаг времени в часах. Установите, через сколько часов масса колонии превысит 1,9 г, если $m_0 = 0,03$ г, $\Delta t = 1$ ».

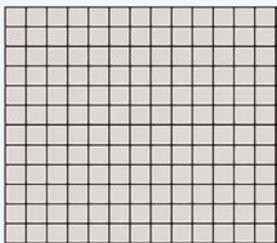
§ 22. Моделирование в задаче определения температурных режимов

22.1. Постановка задачи (этап 1)

Задача. Имеется квадратная однородная металлическая пластина, которая является деталью некоторого устройства. Во время работы устройства вокруг пластины и на ее краях поддерживается температура 20 °С. В центральной зоне пластина нагревается сварочной дугой до 6000 °С. Каким будет распределение температур во внутренних точках пластины?

При сварке металлического изделия сосредоточенным источником тепла производится интенсивный кратковременный местный нагрев металла до высоких температур. Тепло, выделяемое источником нагрева, расплавляет небольшой объем металла в месте сваривания и вследствие теплопроводности распространяется в прилегающие слои основного металла.

Пример 22.1. Разбиение пластины на квадраты.



Можно считать, что внутри каждого квадрата температура постоянна. Это предположение справедливо лишь приближенно, но чем меньше сторона квадрата, тем меньше ошибка.

Пример 22.2. Для учета состояния внешней среды по краям модели пластины создадим замкнутую цепочку квадратов, которые в модели будут представлять окружающую внешнюю среду. По условию квадраты внешней среды должны иметь постоянную температуру 20 °С.

Будем считать также, что сварочная дуга нагревает зону из четырех квадратов в центре пластины.

Пример 22.3. Чтобы перенастроить электронную таблицу, выделим ее всю, щелкнув по ячейке на пересечении строки и столбца заголовков.

На вкладке **Главная** в группе **Ячейки** щелкаем по кнопке **Формат**. Выпадает меню, в котором выбираем пункт **Высота строки...**. Появляется диалоговое окно, в котором для высоты ячейки вводим значение 26. Не снимаем выделение.

На вкладке **Главная** в группе **Ячейки** опять щелкаем по кнопке **Формат**. Выпадает меню, в котором выбираем пункт **Ширина столбца...**. Появляется диалоговое окно, в котором для ширины ячейки вводим значение 5.

Снять выделение с ячеек таблицы можно, щелкнув в любом месте электронной таблицы.

22.2. Выбор плана создания модели (этап 2)

При решении задачи используем метод дискретизации, при котором плоская пластина условно разбивается на небольшие квадраты (пример 22.1).

Для описания теплообмена между условными квадратами и теплоизлучения построим математическую модель, а для расчетов — электронные таблицы. Создание модели будет проходить в два этапа:

- **3а** — создание документальной математической модели;
- **3б** — создание компьютерной модели с помощью электронных таблиц.

22.3. Создание документальной математической модели (этап 3а)

Разобьем квадратную пластину на условные квадраты общим числом 20×20 . Из физических законов следует, что температуру $t_{\text{кв}}$ любого квадрата можно считать по формуле:

$$t_{\text{кв}} = 20 + \left(\frac{t_{\text{лкв}} + t_{\text{вкв}} + t_{\text{пкв}} + t_{\text{нкв}}}{4} - 20 \right) 0,8.$$

Здесь индекс «лкв» указывает на квадрат слева, «пкв» — на квадрат справа и т. д. Нужно учесть влияние и других факторов (пример 22.2).

22.4. Создание компьютерной модели (этап 3б)

Название модели в электронную таблицу вводить не будем, чтобы иметь возможность строить модель, начиная с ячейки A1.

При построении табличной модели каждому условному квадрату поставим в соответствие ячейку электронной таблицы. Удобно сделать ячейки модели квадратными (пример 22.3).

Температуру будем показывать в целых числах (пример 22.4).

Чтобы вся модель была видна в окне редактора, устанавливаем соответствующий масштаб отображения (пример 22.5). Снимаем выделение и переходим к заполнению табличной модели. Сначала вводим значение 20 в ячейки внешней среды. Для этого вводим 20 в ячейку A1. Заполняем вниз содержимым ячейки A1 ячейки строки до 22 включительно. Далее устанавливаем табличный курсор на ячейку A1 и заполняем вправо все ячейки до столбца V включительно (это 22 столбца). Аналогично заполняем диапазоны V1:V22 и A22:V22.

Можно переходить к вводу формул в квадраты-ячейки модели. Легко предвидеть, что во внутренних соседних ячейках будут стоять формулы, которые ссылаются друг на друга. Таблицы Excel без дополнительной настройки воспринимают такие перекрестные ссылки как ошибки. Таблицы нужно перенастроить (пример 22.6).

Теперь во внутреннюю ячейку пластины B2 вводим формулу

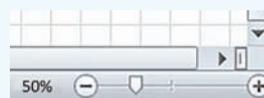
$$= 20 + ((A2 + V1 + C2 + V3) / 4 - 20) * 0,8$$

Ставим табличный курсор на ячейку B2 и заполняем вправо содержимым ячейки B2 всю строку до края пластины. Выделение не убираем и заполняем вниз диапазоном B2:B21 всю внутренность модели.

Чтобы визуально наблюдать нагрев пластины, используем условное форматирование, которое будет задавать цвет квадрата в зависимости от его температуры (пример 22.7).

Пример 22.4. Выделяем всю таблицу и на вкладке **Главная** в группе **Число** щелкаем по кнопке со стрелкой в правом нижнем углу группы. Появляется диалоговое окно. На закладке **Число** выбираем формат **Числовой** и правее в поле **Число десятичных знаков** ставим 0. Щелкаем по кнопке **ОК**.

Пример 22.5. Панель **Выбор масштаба** в правом нижнем углу окна программы.



Пример 22.6. Для перенастройки электронных таблиц на вкладке **Файл** щелкаем по пункту **Параметры**. Открывается диалоговое окно. На вкладке **Формулы** ставим галочку около надписи **Включить итеративные вычисления**, а в поле **Предельное число итераций** вводим число 500. Щелкаем по кнопке **ОК**.

Перенастройка закончена.

Пример 22.7. Для включения в ячейках пластины условного форматирования цветом в зависимости от значения числа в ячейке выделяем диапазон A2:U21 всей пластины. На вкладке **Главная** в группе **Стили** щелкаем по кнопке **Условное форматирование**. В выпадающем списке переводим указатель мыши на пункт **Цветовые шкалы**, справа появляется дополнительное меню, в котором щелкаем по пункту **Другие правила ...**.

Открывается диалоговое окно. В зоне **Минимальное значение** в строке **Цвет** выбираем светло-серый. В зоне **Максимальное значение** в строке **Цвет** выбираем ярко-красный, в строке **Тип** открываем список и выбираем пункт **Число**, а ниже в пункте **Значение** вводим число 1000.

Пример 22.8. Введем число 20 в ячейку K11. Если температура во внутренних квадратах не изменится, то модель адекватно отражает распределение температуры.

Восстановим таблицу копированием в ячейку K11 формулы из любой соседней ячейки.

Обратите внимание на то, как в результате визуально проявляются автоматические вычисления. Через какое-то время модель выдает искомое распределение температур.

Одновременно нагрев пластины отображается визуально.

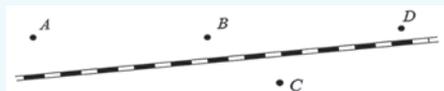


Упражнения

- 1 Повторите на компьютере решение задачи по определению температурных режимов, рассмотренное в параграфе.
 - 2 Каким будет распределение температуры во внутренних точках пластины, если в дополнение к условиям исходной задачи температура внешней среды по верхнему краю пластины равна 20 °С только в левом квадрате и возрастает на 50 °С с переходом к каждому следующему вправо квадрату?
 - 3 Каким будет распределение температуры во внутренних точках пластины, если в условиях исходной задачи сварочная дуга нагревает пластину до 6000 °С не в центральной зоне, а по вертикальной линии шириной один квадрат от верхнего края до нижнего?
- Рекомендация. Если в модели температурных режимов содержимым диапазона K10:L10 заполнить вниз диапазон со значениями 6000 и числом 20 верхнюю и нижнюю цепочку квадратов внешней среды, модель вернется в исходное состояние до нагрева.

§ 23. Моделирование в задаче выбора положения железнодорожной станции

Пример 23.1. Схема расположения железной дороги и населенных пунктов может выглядеть так, как показано на рисунке.



Расположение пунктов выше или ниже железной дороги роли не играет. Но два пункта не могут находиться на одной автомобильной дороге.

22.5. Исследование модели (этап 4)

Проверим адекватность модели. Для этого достаточно ввести число 20 (температуру воздуха) в центральную ячейку пластины вместо формулы (пример 22.8).

22.6. Получение решения задачи (этап 5)

Для ответа на вопрос задачи вводим в ячейки диапазона K11:L12 число 6000. Анализируя расчетную таблицу, приходим к выводу о симметричности распределения температуры во внутренних квадратах и о снижении температуры от центра к краям пластины.

23.1. Постановка задачи (этап 1)

Задача. В районе расположения четырех населенных пунктов *A*, *B*, *C* и *D* проходит прямолинейный участок железной дороги (пример 23.1).

По просьбе жителей в этом районе решено построить железнодорожную станцию и от нее прямолинейные автомобильные дороги к населенным пунктам.