

Пример 22.8. Введем число 20 в ячейку K11. Если температура во внутренних квадратах не изменится, то модель адекватно отражает распределение температур.

Восстановим таблицу копированием в ячейку K11 формулы из любой соседней ячейки.

Обратите внимание на то, как в результате визуально проявляются автоматические вычисления. Через какое-то время модель выдает искомое распределение температур.

Одновременно нагрев пластины отображается визуально.

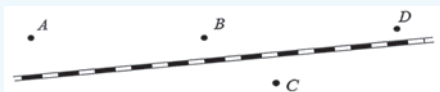


Упражнения

- 1 Повторите на компьютере решение задачи по определению температурных режимов, рассмотренное в параграфе.
 - 2 Каким будет распределение температуры во внутренних точках пластины, если в дополнение к условиям исходной задачи температура внешней среды по верхнему краю пластины равна 20 °С только в левом квадрате и возрастает на 50 °С с переходом к каждому следующему вправо квадрату?
 - 3 Каким будет распределение температуры во внутренних точках пластины, если в условиях исходной задачи сварочная дуга нагревает пластину до 6000 °С не в центральной зоне, а по вертикальной линии шириной один квадрат от верхнего края до нижнего?
- Рекомендация. Если в модели температурных режимов содержимым диапазона K10:L10 заполнить вниз диапазон со значениями 6000 и числом 20 верхнюю и нижнюю цепочку квадратов внешней среды, модель вернется в исходное состояние до нагрева.

§ 23. Моделирование в задаче выбора положения железнодорожной станции

Пример 23.1. Схема расположения железной дороги и населенных пунктов может выглядеть так, как показано на рисунке.



Расположение пунктов выше или ниже железной дороги роли не играет. Но два пункта не могут находиться на одной автомобильной дороге.

22.5. Исследование модели (этап 4)

Проверим адекватность модели. Для этого достаточно ввести число 20 (температуру воздуха) в центральную ячейку пластины вместо формулы (пример 22.8).

22.6. Получение решения задачи (этап 5)

Для ответа на вопрос задачи вводим в ячейки диапазона K11:L12 число 6000. Анализируя расчетную таблицу, приходим к выводу о симметричности распределения температуры во внутренних квадратах и о снижении температуры от центра к краям пластины.

23.1. Постановка задачи (этап 1)

Задача. В районе расположения четырех населенных пунктов A, B, C и D проходит прямолинейный участок железной дороги (пример 23.1).

По просьбе жителей в этом районе решено построить железнодорожную станцию и от нее прямолинейные автомобильные дороги к населенным пунктам.

Найти положение железнодорожной станции, при котором общая длина новых автомобильных дорог будет минимальной.

23.2. Выбор плана создания модели (этап 2)

Поскольку в задаче речь идет о положении пункта на местности (пример 23.2), сначала необходимо сформулировать математическую задачу (построить документальную математическую модель), а потом найти метод решения этой задачи.

Решение задачи будем искать с помощью электронных таблиц. Таким образом, модель создадим по следующему плану:

- 3а — создание документальной математической модели;
- 3б — выбор метода решения математической задачи;
- 3в — создание компьютерной модели с помощью электронных таблиц.

23.3. Создание документальной математической модели (этап 3а)

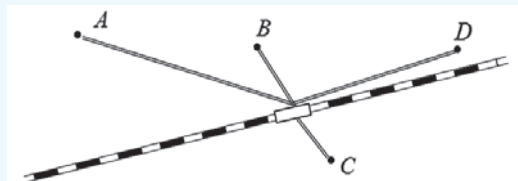
Чтобы составить математическую задачу, проще всего ввести прямоугольную систему координат и все объекты расположить на ней (пример 23.3).

По построению точка S имеет координаты $(x; 0)$, и нужно найти значение x , решающее данную задачу.

Для искомого x расстояние $|AS|$ между точками $A(x_1; y_1)$ и $S(x; 0)$ находится по формуле $|AS| = \sqrt{(x_1 - x)^2 + y_1^2}$.

Аналогично вычислив расстояния от S до остальных пунктов, можно найти сумму расстояний $f = |AS| + |BS| + |CS| + |DS|$.

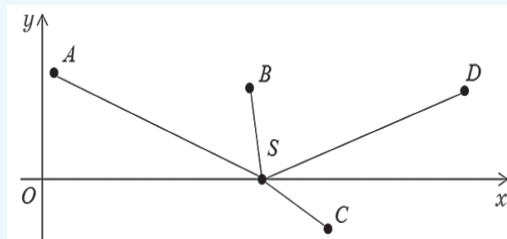
Пример 23.2. Объектом исследования является положение железнодорожной станции на участке железной дороги. На рисунке приведена одна из возможных схем расположения железнодорожной станции и автомобильных дорог.



Для определенности условий задачи должно быть точно задано положение населенных пунктов и железной дороги. Пользуясь подробной картой, эти данные можно получить.

Из пространственных соображений ясно, что нужное положение станции должно существовать.

Пример 23.3. По железной дороге направим ось OX , а ось OY построим левее населенных пунктов. Обозначим положение станции точкой S .



В этой системе координат каждый населенный пункт и станция получают свои координаты.

Будем считать, что работа с картой проведена и координаты (в км) вычислены: $A(1; 4)$, $B(4; 3)$, $C(5; -2)$, $D(8; 2)$.

Пример 23.4. Из анализа чертежа на координатной плоскости следует, что нет смысла брать точку *S* левее перпендикуляра к оси *OX* через крайнюю левую точку *A*.

Аналогично получается и правая граница значений *x*. Таким образом, для наших исходных данных получаем, что имеет смысл рассматривать значения *x* только на отрезке [1; 8].

Выбираем начальное значение *x* = 1. Шаг переменной *x* возьмем равным 0,25, т. е. расчеты будем вести в 29 точках:

$$(8 - 1) / 0,25 + 1 = 29.$$

Пример 23.5. Схема размещения данных и заголовков модели. Длинные заголовки вводятся в ячейку, которая на схеме содержит их первые буквы.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Модель выбора положения						
2	Исходные данные						
3	Пункты	A	B	C	D		
4	Коорд. x	1	4	5	8		
5	Коорд. y	4	3	-2	2		
6							
7	1 : начальное значение x						
8	0,25 : шаг переменной x						
9							
10	Расчетная таблица						
11	x	AS	BS	CS	DS	f(x)	
12							

Координаты населенных пунктов сведены в таблицу. В таблицах ячейки с заголовками столбцов залиты серым цветом, и данные в них отцентрированы. Описания начальных данных ниже таблицы начинаются знаком «!» (двоеточие).

Пример 23.6. В расчетной таблице используется заполнение вниз содержимым ячейки A13 диапазоном A13:A30 и заполнение диапазоном B12:F12 диапазоном B12:F30.

23.4. Выбор метода решения математической задачи (этап 3б)

Сумма расстояний *f* меняется при изменении *x* (при изменении положения станции). Таким образом, в задаче построена функция *f(x)* и нужно найти, при каком значении *x* она принимает минимальное значение.

Это типичная задача исследования функций в электронных таблицах, для решения которой нужно построить таблицу значений функции.

А для построения таблицы нужно найти начальное значение и шаг переменной *x* (пример 23.4).

23.5. Создание компьютерной модели (этап 3в)

Исходные данные и начало расчетной таблицы разместим по схеме, приведенной в примере 23.5.

Первая ячейка первой строки расчетной таблицы (12-й строки рабочей таблицы) повторяет начальное значение *x*: A12: =A7.

В следующую ячейку строки вводится первая формула

$$B12: =КОРЕНЬ((B\$4- \$A12)^2+B\$5^2)$$

Абсолютные ссылки нужны для обеспечения копирования формул.

Диапазон C12:E12 заполняется вправо содержимым ячейки B12. В последней ячейке первой строки проводится суммирование

$$F12: =СУММ(B12:E12)$$

В следующей строке A13:=A12+A\$8.

Далее в расчетной таблице используется заполнение (пример 23.6).

23.6. Исследование модели (этап 4)

Проверку адекватности расчетной модели проведем тестированием с помощью известных результатов (пример 23.7). Результат расчетов согласуется с данными расчетной таблицы — 19,99. Модель адекватна.

23.7. Получение решения задачи (этап 5)

Для ответа на вопрос задачи анализируется графа «Сумма» расчетной таблицы и находится значение x , при котором функция «Сумма» принимает минимальное значение.

Значение x следует уточнить (пример 23.8).

Пример 23.7. Используя калькулятор, посчитаем с помощью формул математической модели сумму расстояний от точки S до остальных точек при $x = 1$.

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{16} + \sqrt{9+9} + \sqrt{16+4} + \sqrt{49+4} = \\ &= 4 + 4,2426 + 4,4721 + 7,2801 = \\ &= 19,9948 \end{aligned}$$

Пример 23.8. Для уточнения значения нужно уменьшить шаг переменной x и задать в модели новое начальное значение, расположенное в таблице выше найденного значения x . Таким способом положение станции можно найти с любой точностью.

**Упражнения**

- 1 Повторите на компьютере решение задачи по выбору положения железнодорожной станции, рассмотренное в параграфе.
- 2 Найдите решение исходной задачи для населенных пунктов с координатами: $A(2; 6)$, $B(3; -3)$, $C(7; 5)$, $D(10; -5)$.
- 3 Найдите решение исходной задачи для пяти населенных пунктов с координатами: $A(1; 3)$, $B(1; -4)$, $C(5; 5)$, $D(6; -2)$, $E(7; 4)$.
- 4 В исходной задаче населенные пункты имеют координаты: $A(2; 4)$, $B(3; -5)$, $C(4; 7)$, $D(8; -4)$. Найдите положение железнодорожной станции, при котором она по возможности более равномерно удалена от всех четырех пунктов (разность между расстоянием до дальнего пункта и расстоянием до ближнего будет минимальной).

Указание. Добавить в расчетную таблицу графу «Разность» с формулой $\text{МАКС}() - \text{МИН}()$.

- 5 В исходной задаче населенные пункты имеют координаты: $A(1; -4)$, $B(2; 5)$, $C(3; -5)$, $D(10; -4)$. Найдите решение исходной задачи в случае, когда участок железной дороги не является прямолинейным, а задается графиком функции

$$y = \frac{2x(10 - x)}{25} - 1.$$